

Corso di laurea in Scienze e tecnologie agrarie Classe L-25

Materia: Idraulica agraria (6 CFU)

docente: prof. Antonina Capra

a.a. 2014-2015

Materie propedeutiche:

Elementi di matematica

Elementi di fisica

Prosecuzione degli studi

Corso di laurea magistrale in

Scienze e tecnologie agrarie

Il anno – Impianti irrigui (6 CFU)

Scienze e tecnologie agrarie-Idraulica agraria (6 CFU)
docente: prof. Antonina Capra
a.a. 2014-2015

Obiettivi e contenuto

Il corso si propone di fornire le conoscenze di base relative all'Idraulica delle correnti in pressione, a pelo libero ed a getto con l'obiettivo di saper risolvere casi concreti semplici concernenti le condotte in pressione, i canali a pelo libero ed alcune attrezzature usate nelle reti irrigue e di bonifica.

Con riferimento allo studio delle correnti in pressione (trasporto dell'acqua attraverso tubazioni) particolare rilievo viene dato alla verifica ed alla progettazione delle condotte d'irrigazione e degli impianti di sollevamento.

La parte relativa alle correnti a pelo libero riguarda i problemi di progetto e di verifica dei canali di bonifica e d'irrigazione.

Per le correnti a getto saranno trattate le leggi di efflusso con particolare riferimento a casi concernenti le reti irrigue e di bonifica.

Correnti in pressione



canali



Correnti a getto



Corsi di laurea di I livello:

Scienze e tecnologie agrarie Materia: Idraulica agraria (6 CFU)

docente: prof. Antonina Capra

a.a. 2014-15

Programma

- Parte A, Introduzione e Idrostatica, 1 CFU
 - Sistemi e unità di misura.
 - Proprietà dei liquidi.
 - Idrostatica. Pressioni e spinte, equazione indefinita ed equazione globale dell'idrostatica. Spinta idrostatica su pareti piane, manometri, applicazioni a vasche di irrigazione e paratoie.
- Parte B, Correnti in pressione, 3 CFU
 - Definizione e classificazione delle correnti: sezione idrica, portata, regime di movimento.
 - Teorema di Bernoulli. Moto nei liquidi perfetti: riferimento a correnti in condotte per considerazioni sulle variabili altezza geometrica, piezometrica e cinetica.
 - Correnti di liquido viscoso nelle condotte. Studio del moto uniforme: cadente piezometrica e sua determinazione. Perdite di carico localizzate (con particolare riferimento a quelle negli impianti irrigui). Equazione del moto. Problemi di verifica e problemi di progetto. Problemi di verifica delle lunghe condotte. Casi di condotte di irrigazione con erogazione e immissione in un punto intermedio. Condotte a gravità. Condotte in depressione. Condotte con impianti di sollevamento. Casi di condotte di irrigazione con erogazioni equidistanti e di uguale portata. Tracciamento e discussione delle linee piezometriche. Cenni sui criteri di dimensionamento di impianti irrigui aziendali.
- Parte C, Foronomia, 1 CFU
 - Luci sotto battente e luci libere. Leggi di efflusso. Applicazioni pratiche nelle reti irrigue e di bonifica.
- Parte D, Correnti a superficie libera, 1 CFU
 - Verifica e progetto dei canali per il moto uniforme. Applicazioni ai canali di bonifica e di irrigazione.

Il corso comprende lezioni frontali ed esercitazioni numeriche

E' obbligatorio l'uso della calcolatrice

Corsi di laurea di I livello:

Scienze e tecnologie agrarie; Materia: Idraulica agraria (6 CFU)

docente: prof. Antonina Capra

a.a. 2014-15

Testi consigliati

- Materiale didattico
- - Presentazioni utilizzate durante le lezioni
- - Dispensa Parte teorica
- - Dispensa Esercitazioni

- - Ferro V., 2012. Elementi di idraulica e idrologia. McGraw-Hill

- (CITRINI-NOSEDA, 1987. **Idraulica**. Casa editrice Ambrosiana, Milano, pp 480).
- (CAPRA A., SCICOLONE B. 2007. **Progettazione e gestione degli impianti di irrigazione. Criteri di impiego e valorizzazione delle acque per uso irriguo**. Edagricole- Edizioni agricole Il Sole 24 ORE Editoria Specializzata, Bologna, pp. 297)

Corsi di laurea di I livello:

Scienze e tecnologie agrarie; Materia: Idraulica agraria (6 CFU)

docente: prof. Antonina Capra

a.a. 2014-15

Modalità d'esame

- Per i frequentanti

- test di esonero n. 1 mercoledì 12 nov. 2014 Idrostatica e parte Correnti in pressione (teoria ed esercizi)
- Test di esonero n. 2 mercoledì 17 dic. 2014 parte Correnti in pressione, Correnti a superficie libera e Getti (teoria ed esercizi)
- Eventuale integrazione orale

- Per tutti

- Esame scritto (Esercizi) e orale (Teoria); l'esame orale non si può sostenere se non è stato superato lo scritto
- (Coloro che lo desiderano potranno sostenere per iscritto anche la parte teorica)

Note

Il voto finale terrà conto di tutte le prove d'esame

Ordinamento 12-13: L'esame non si può sostenere se non si è regolarmente iscritti al III anno o FC (no II ripetente per blocco iscrizione al III per mancanza dei requisiti in termini di CFU acquisiti)

Ordinamenti 13-14 e 14-15: l'esame non si può sostenere se non si sono già superati gli esami di Elementi di matematica e di Elementi di fisica)

Corsi di laurea di I livello:

Scienze e tecnologie agrarie; Materia: Idraulica agraria (6 CFU)

docente: prof. Antonina Capra

a.a. 2014-15

Periodi d'esame

- **Sessioni ordinarie**
 - **21 gennaio; 4 e 18 febbraio 2015**
 - **10 e 24 giugno; 8 luglio 2015**
 - **9 e 23 settembre 2015**
- **Sessioni per fuori corso e studenti che hanno frequentato il III anno nell'a.a. 2013-14**
 - **16 ott., 13 nov., 4 dic. 2014**
 - **11 marzo, 15 aprile, 13 maggio 2015**
- **Note**
 - **Consultare sempre gli avvisi qualche giorno prima della data prevista in calendario**
 - **Nella data indicata si svolge la prova scritta; l'orale nello stesso giorno o in data da stabilire di volta in volta**
 - **In caso di non superamento dell'esame (sia scritto sia orale), la commissione stabilisce caso per caso la possibilità di presentarsi nella data immediatamente successiva in relazione ai deficit di preparazione riscontrati.**

Stati della materia

Solidi: sistemi continui aventi forma e volume proprio;

Fluidi: non hanno forma propria. Possono subire grandi variazioni di forma sotto l'azione di forze di minima entità. I fluidi si distinguono in liquidi e gas:

- **liquidi**: hanno volume proprio, mentre la forma dipende dal recipiente che li contiene. Offrono grande resistenza alle forze che tendono a modificarne il volume: sono in altri termini *pressoché incomprimibili* (poco comprimibili). Posti in un recipiente aperto ne occupano solo la parte bassa e presentano sempre una superficie a contatto con l'atmosfera (cosiddetta superficie libera)
- **Gas**: non hanno volume proprio, bastano forze di entità modesta per modificarne il volume. Tendono ad occupare tutto lo spazio a disposizione. Sono facilmente comprimibili.

Comprimibilità: è la *proprietà di un fluido di modificare il proprio volume (e quindi la propria densità) al variare della pressione alla quale esso è assoggettato*

Liquido \neq Gas

GRANDEZZE FONDAMENTALI E UNITÀ DI MISURA

Tutte le leggi della meccanica (anche quella dei fluidi) possono ricondursi alla **legge di Newton**

$$F = m \cdot a = m \cdot \frac{dV}{dt} \quad \text{in cui } V = \frac{ds}{dt}$$

Sistema pratico

- F = forza [kg o kp] peso di un campione di platino a 0° (cons. a Sèvres)
 - 1 Kg = peso di 1 dm³ di acqua distillata a 4°C
- m = massa [kg]
- s = spostamento [m] lunghezza di un campione di platino-iridio a 0° (cons. a Sèvres)
- t = tempo [sec] 86400a parte del giorno solare medio (24 h * 3600 s/h)

UNITÀ DI MISURA

(i simboli non sono mai seguiti dal punto)

Sistema Tecnico (ST):

Terna di grandezze: [L,F,T]

	lunghezza	forza	tempo
misurati in:	<i>metro (m)</i>	<i>kg peso (kp)</i>	<i>secondo (s)</i>

Sistema Internazionale (SI):

Terna di grandezze [L,M,T]:

	lunghezza	massa	tempo
misurati come:	metro (m)	kg massa (kg)	secondo (s)

Nel SI la “forza” si misura in Newton (N): 1 N è la forza necessaria per imprimere ad 1 kg di massa l’accelerazione di 1 m/s² $1 N = 1 kg \times 1 m/s^2$

Conversione della grandezza “forza” da ST a SI:

$$1 kp = 1 kg (massa) * g (accelerazione di gravità) m/s^2 = 1 kg \times 9,81 m/s^2 = 9,81 N \approx 10 N$$

Quindi: 1 kp \approx 10 N

GRANDEZZE ED UNITÀ DI MISURA SECONDO IL SISTEMA INTERNAZIONALE

Grandezza	Dimensioni	Unità di misura
Lunghezza	L	metro (m)
Tempo	T	secondo (s)
Massa	M	chilogrammo (kg)
Velocità (V = spazio/tempo)	LT ⁻¹	(m/s = m s ⁻¹)
Accelerazione (a) (Velocità nell'unità di tempo)	LT ⁻²	(m s ⁻²)
Forza (massa per accelerazione di gravità)	MLT ⁻²	Newton (kg m s ⁻² = N)
Pressione (F/superficie)	MLT ⁻² /L ² ML ⁻¹ T ⁻²	Pascal = N/m ² = N m ⁻² = (kg m s ⁻² / m ² = kg m ⁻¹ s ⁻² = Pa)
Densità (ρ) (massa dell'unità di volume)	ML ⁻³	(kg m ⁻³)
Peso specifico (γ) (peso dell'unità di volume)	MLT ⁻² / L ³ ML ⁻² T ⁻²	(kg m ⁻² s ⁻² = N m ⁻³)
Lavoro, Energia (E) (forza per spostamento)	MLT ⁻² * L = ML ² T ⁻²	Joule (kg m ² s ⁻² = N m = J)
Potenza (W) (lavoro nell'unità di tempo)	ML ² T ⁻² /T = ML ² T ⁻³	Watt = Joule/s = (kg m ² s ⁻³ = N m s ⁻¹ = W)

ALTRE UNITA' DI MISURA E CONVERSIONE

GRANDEZZE	UNITA' S.I.	ALTRE UNITA' E CONVERSIONI
Lunghezza	m	dm, cm, mm, km; 1m= 10 dm= 100 cm=1000 mm 1 km= 1000 m
Superficie	m ²	1cm ² =0.0001 m ² 1 ha = 10000 m ² 1 Km ² = 10 ⁶ m ²
Volume	m ³	1 litro= 1 dm ³ =0.001 m ³ ; 1 m ³ = 1000 l
Tempo	s	h= 3600 s d= 86400 s 1 h= 60 min 1 min= 60 s
Peso	kp	1 t = 1000 kp
Velocità	m/s	1 km/h= (1000/3600) m/s
Pressione	Pa=1N/m ²	1kp/cm ² ≈ 1 Atm ≈1 bar ≈ 10 m c.a. poichè 1 Kg=9.81 N e 1m ² =10000 cm ² 1 Pa= 9.81 *10000 = 98100Pa= 98.1 kPa ≈ 100 kPa 1 Atm ≈10 m c.a.≈ 100 kPa

OMOGENEITA' DIMENSIONALE

Due o più grandezze si dicono omogenee quando hanno la stessa unità di misura

- [A] si legge unità di misura della grandezza A
- Es. [v]= [m/sec] oppure [m sec⁻¹]; [a]= [m/sec²] oppure [m sec⁻²]

PRINCIPIO DI UNITA' DIMENSIONALE

- In una qualsiasi uguaglianza le due parti devono avere le stesse dimensioni

Es. Velocità torricelliana

$$V = \sqrt{2 \cdot g \cdot h} \qquad m/s = \sqrt{\frac{m}{s^2} \cdot m} = \sqrt{\frac{m^2}{s^2}}$$

- In una qualsiasi somma tutti gli addendi devono essere omogenei

Es. quota piezometrica, nel sistema pratico di unità di misure

$$H = z + \frac{p}{\gamma} = m + \frac{kp/m^2}{kp/m^3} = m$$

- La verifica delle dimensioni di una espressione non garantisce l'esattezza numerica a causa dei fattori numerici che in essa possono comparire
 - In alcune formule di pratico impiego possono essere utilizzate grandezze non omogenee a condizione che le trasformazioni in unità omogenee siano comprese nei fattori numerici
- Ne deriva
- Se in una equazione non compaiono fattori numerici è indispensabile che sia verificata l'omogeneità dimensionale
 - Non è vero il contrario (ossia non è detto che se in una equazione compaiono elementi numerici non debba essere verificata l'omogeneità dimensionale, occorre vedere caso per caso)
- Quindi
- Ogni volta che si utilizza un'equazione occorre specificare le unità di misura!!!!

Notazione esponenziale e operazioni varie

- $a \cdot 1000 = a \cdot 10^3$
- $b \cdot 10000 = b \cdot 10^4$
- $c/100 = c \cdot 10^{-2}$
- $d/100000 = d \cdot 10^{-5}$
- $6.54 \cdot 10^3 = 6.54 \cdot 1000 = 6540$
- $27312 \cdot 10^{-5} = 27312/100000 = 0.27312$
- Equazione di I grado: $a = x \cdot b$ $x = a/b$
- $a = b/x$ $x = b/a$
- $J = 9.27 \cdot 10^8 \cdot Q^{1.75} / D^{4.75}$

$$Q = \sqrt[1.75]{J \cdot D^{4.75} / 9.27 \cdot 10^8}$$

$$D = \sqrt[4.75]{9.27 \cdot 10^8 \cdot Q^{1.75} / J}$$

Calcolo di aree e volumi

- Quadrato di lato a



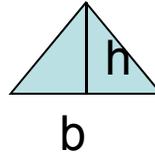
$$A = a * a = a^2$$

- Rettangolo di base b e altezza h



$$A = b * h$$

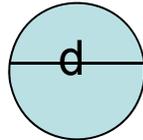
- Triangolo di base b e altezza h



$$A = b * h / 2$$

- Cerchio di raggio r o di diametro d=2r

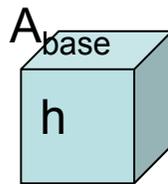
$$A = \pi * r^2 = \pi * (d/2)^2 = \pi d^2 / 4$$



- Volume parallelepipedo

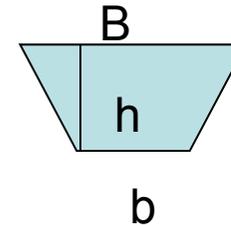
$$V = A_{base} * h$$

$$h = V / A_{base}$$



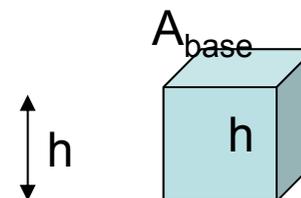
Trapezio di base maggiore B, base minore b e altezza h:

$$A = (B + b) / 2 * h$$



La quantità di acqua si può esprimere in diversi modi

- Volume (l o m³) (quantità contenute in recipienti o circolanti nelle condotte o nei canali)
- Altezza (mm) (pioggia naturale o artificiale, consumi idrici delle colture)
- % in volume o in peso del terreno (acqua contenuta nel terreno)



Passaggio da volume a altezza e viceversa

- $V = A_{base} \cdot h$
- $h = V / A_{base}$

Es. Un volume d'acqua, riferito ad una certa unità di superficie si può esprimere anche come altezza d'acqua

1 mm di pioggia su 1 ha di superficie (in unità di misura omogenee)

$$V = A_{base} \cdot h = 0.001 \text{ m} \cdot 10000 \text{ m}^2/\text{ha} = 10 \text{ m}^3/\text{ha}$$

Poiché 1 dm³ = 1 litro

$$1 \text{ m}^3 = 1000 \text{ dm}^3 = 1000 \text{ l}$$

$$10 \text{ m}^3/\text{ha} = 10000 \text{ l}/\text{ha}$$

$$10000 \text{ l}/\text{ha} = 10000 \text{ l} / 10000 \text{ m}^2 = 1 \text{ l}/\text{m}^2$$

$$\underline{1 \text{ mm} = 1 \text{ l}/\text{m}^2 = 10 \text{ m}^3/\text{ha}}$$

$$1 \text{ mm} = \frac{10 \text{ m}^3/\text{ha}}{10000 \text{ m}^2/\text{ha}} = \frac{10000 \text{ l}/\text{ha}}{10000 \text{ m}^2/\text{ha}} = 1 \text{ l}/\text{m}^2$$

Figure geometriche semplici- Il trapezio (tutti i canali in terra hanno sezione trapezia)

Trapezio di base maggiore B, base minore b e altezza h e lato inclinato S

$$A = (B+b)/2 \cdot h = (b+2a+b)/2 \cdot h$$

$$P = B+b+2S$$

Contorno bagnato = parte del perimetro solido a contatto con l'acqua =
= b+2S; la parte B è una superficie di contatto acqua-aria

$S = h/\cos \alpha$, ma possiamo calcolare S senza conoscere α

Pendenza del lato inclinato $i = \tan \alpha = h/a$

Nella pratica si indica la Scarpa del canale, $s =$ inverso della pendenza = $1/i$

$$s = a/h$$

$$a = s \cdot h$$

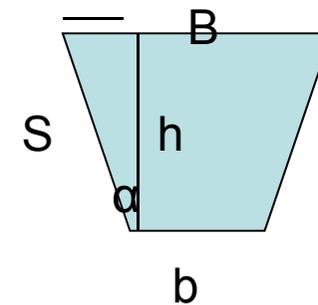
$$s = \frac{a}{h} = \frac{2}{1}$$

Es. per $s = 2/1$

$$a = h \cdot s = h \cdot 2$$

$$S = \sqrt{a^2 + h^2} = \sqrt{(2 \cdot h)^2 + h^2}$$

$$a = (B-b)/2$$



Attenzione!! Excel calcola sen, cos e tan sull'angolo in radianti; se l'angolo è espresso in gradi va prima fatta la trasformazione in radianti:

$$\text{Radianti} = \text{gradi} \cdot \pi/180$$

Oppure con la funzione di Excel "radianti"

PROPRIETÀ FISICHE DEI LIQUIDI

Peso specifico γ : si definisce come il peso dell'unità di volume
(analisi dimensionale: $SI \ P/L^3 = M \cdot g/L^3 = ML/T^2L^3 = N/m^3$)

ST: kp/m^3

Nel caso dell'acqua pura a 4°C: $\gamma = 1000 \text{ kp}/m^3 = 9.81 \cdot 1000 = 9810 \text{ N}/m^3$
($\sim 10 \cdot 1000 = \sim 10000 \text{ N}/m^3$)

acqua torbida: $1200 \text{ kp}/m^3 \sim 12000 \text{ N}/m^3$

acqua marina: $1030 \text{ kp}/m^3 \sim 10300 \text{ N}/m^3$

nafte e benzine: $650 \div 850 \text{ kp}/m^3 \sim 6500-8500 \text{ N}/m^3$

mercurio: $13600 \text{ kp}/m^3 \sim 136000 \text{ N}/m^3$

oli vegetali: $850 \div 900 \text{ kp}/m^3 \sim 8500-9000 \text{ N}/m^3$

aria $1,29 \text{ kp}/m^3 \sim 12.9 \text{ N}/m^3$

Terreno agrario $1100-1300 \text{ Kg}/m^3$ (dipende dalla composizione granulometrica che condiziona il volume totale dei vuoti)

Per tutti i liquidi tranne l'acqua il volume aumenta all'aumentare della temperatura, quindi γ diminuisce all'aumentare della temperatura

La quantità di acqua si può esprimere in diversi modi

in relazione all'argomento di interesse

1. **Volume (l, dm³ o m³) (quantità contenute in recipienti o circolanti nelle condotte o nei canali)**
2. **Altezza (mm) (pioggia naturale o artificiale, consumi idrici delle colture)**
3. **% in volume o in peso del terreno (acqua contenuta nel terreno)**

La 3 è importante perché alcune grandezze idrologiche dei terreni necessarie per la determinazione dell'acqua disponibile per le piante si esprimono proprio in % del p.t.s.

Passaggio da % in peso del terreno a volume e viceversa

a) Calcolo il peso del terreno utilizzando il concetto di peso specifico

$$\gamma = \frac{P}{Vol} = \frac{Kg}{m^3} \quad \text{quindi} \quad P = \gamma * Vol$$

b) Calcolo il volume di terreno di interesse come **Vol=Sbase*h**

Es. Un terreno di medio impasto contiene il 25% di acqua utile per le piante. Quanti m³ di acqua contiene 1 ha di agrumeto nello strato interessato dall'apparato radicale della coltura profondo 1 m?

Per $\gamma = 1200 \text{ Kg/m}^3$; per $Vol = Sbase * h = 10000 \text{ m}^2/\text{ha} * 1 \text{ m} = 10000 \text{ m}^3/\text{ha}$

Peso del terreno (P) = $\gamma * Vol = 1200 \text{ Kg/m}^3 * 10000 \text{ m}^3/\text{ha} = 12000000 \text{ Kg/ha}$

Contenuto d'acqua = $P * \% \text{ acqua} = 12000000 \text{ Kg/ha} * 25\% = 3000000 \text{ Kg/ha} = 3000000 \text{ l/ha} = 3000 \text{ m}^3/\text{ha}$

Densità ρ : si definisce come la massa contenuta nell'unità di volume $\rho = m/V$

(analisi dimensionale: M/L^3):

Per $\gamma = kp/V = \text{massa} \cdot g/V$

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{\gamma \cdot V}{g} \cdot \frac{1}{V} = \frac{\gamma}{g}$$

e



$\rho = \gamma/g$ ($g = \text{accelerazione di gravità} \approx 9,81 \text{ m/s}^2$)

ST: $\frac{kp}{m^3} \Big/ \frac{m}{s^2} = \frac{kp \cdot s^2}{m^4}$ **SI:** kg/m^3

Nel caso dell'acqua a 4°C:

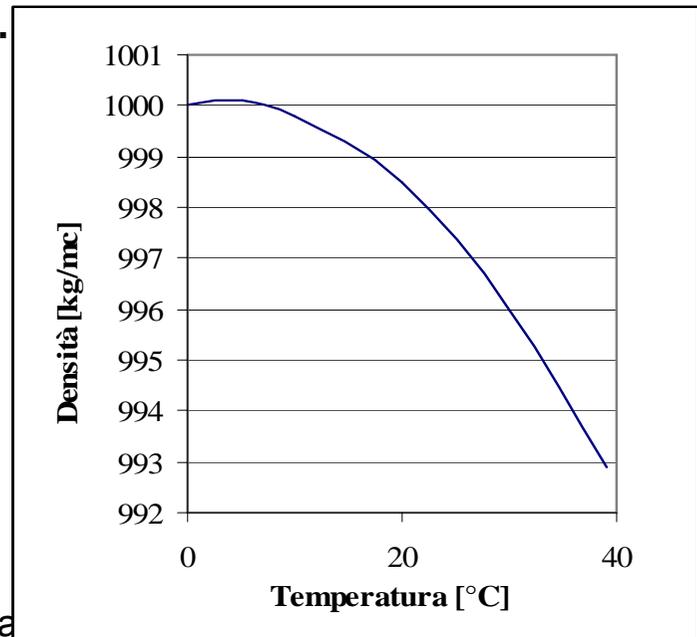
$$\rho = 1000 [kp/m^3] / 9.81 [m \cdot s^{-2}] = 102 \text{ kp } s^2 / m^4 = 1000 \text{ kg/m}^3 .$$

La densità e, di conseguenza, il peso specifico sono funzioni della pressione e della temperatura.

Equazione di stato di un fluido: $\rho = f(p, T)$

Per i liquidi (quasi incompressibili) solitamente

$\rho = f(T)$



Viscosità

- **Misura in qualche modo la "coesione" del fluido: ad esempio il vetro può essere interpretato come un fluido ad altissima viscosità**
- **Si chiama spesso attrito interno**
- **E' la forza F che si oppone allo scorrimento di una lamina liquida di area A sull'altra; le due lamine sono distanti Δx e dotate di velocità V e $V+\Delta V$**
$$F = \mu * A * \Delta V / \Delta x$$
 dove μ è il coefficiente di viscosità dinamica
- **La Viscosità dinamica si manifesta quando il fluido è in moto.**
- **Il coefficiente di viscosità dinamica μ si misura**
 - **Nel ST: $kp\ s / m^2$**
 - **nel SI: $N\ s / m^2$; $Pa\ s$ ($1\ Pa = 1\ N / m^2$)**
 - **Per l'acqua a temperatura ambiente $\mu = 0,01781\ Pa\ s$ ($0^\circ C$) e $0.001002\ Pa \cdot s$ ($20^\circ C$)**
 - **μ decresce al crescere della temperatura**
- **Il coefficiente di viscosità cinematica è dato dal rapporto tra il coefficiente di viscosità dinamica μ e la densità ρ ; $\underline{\eta} = \mu / \rho$**
(si misura in m^2/s , sia nel ST che nel SI)
$$N\ s / m^2 * m^3 / kg = kg\ m / s^2 * s / m^2 * m^3 / kg = m^2 / s$$

Tensione superficiale τ : la superficie di separazione tra un liquido e un altro fluido (liquido o gas) non miscibile si comporta, a causa delle forze di attrazione molecolare, come se fosse una membrana elastica in stato di tensione uniforme.

ST: kp / m SI: N / m

Esempio: liquido bagnante (acqua), liquido non bagnante (mercurio). La tensione superficiale spiega la forma sferica delle gocce.

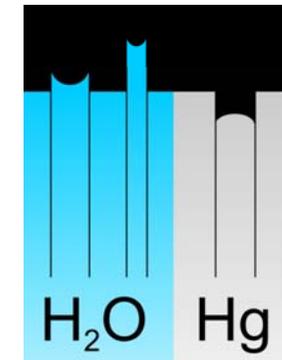
A 20°C τ :

<i>acqua</i>	<i>0.0074 kp / m</i>
<i>mercurio</i>	<i>0.0550 kp / m</i>
<i>benzene</i>	<i>0.0030 kp / m</i>
<i>olio d'oliva</i>	<i>0.0325 kp / m</i>

All'aumentare della temperatura diminuisce la tensione superficiale (coesione delle molecole del liquido, cambiamento di fase - ebollizione).

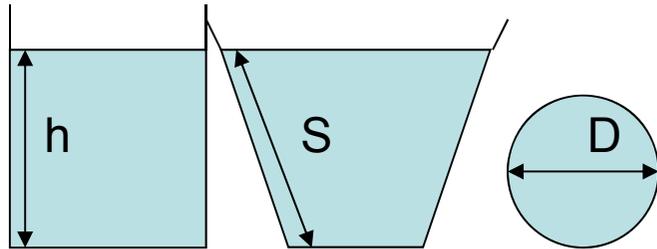
CONTATTO LIQUIDO-SOLIDO-GAS: FENOMENI DI CAPILLARITÀ

- La capillarità è l'insieme di fenomeni dovuti alle interazioni fra le molecole di un liquido e un solido sulla loro superficie di separazione.
- Si manifesta sulla superficie del liquido in contatto col solido che può presentarsi sollevata (nel caso dell'acqua) o infossata (nel caso del mercurio) rispetto al resto della superficie.
- Le forze che si manifestano sono la coesione, l'adesione e la tensione superficiale.
- Il nome deriva dal fatto che il fenomeno è particolarmente evidente nei tubi sottili di sezione paragonabile a quella di un capello.
- Dalla capillarità dell'acqua deriva l'imbibizione, ossia il movimento capillare delle molecole d'acqua che gonfiano la sostanza imbevuta.
- Dato un liquido in un contenitore, il punto centrale della superficie, che sia gonfio verso l'alto come per l'olio o il mercurio, o verso il basso come nel caso dell'acqua, si chiama menisco, ed è l'altezza a cui si legge la misura (a cui bisogna leggere la scala graduata del contenitore).



Grandezze fondamentali dell'idraulica agraria

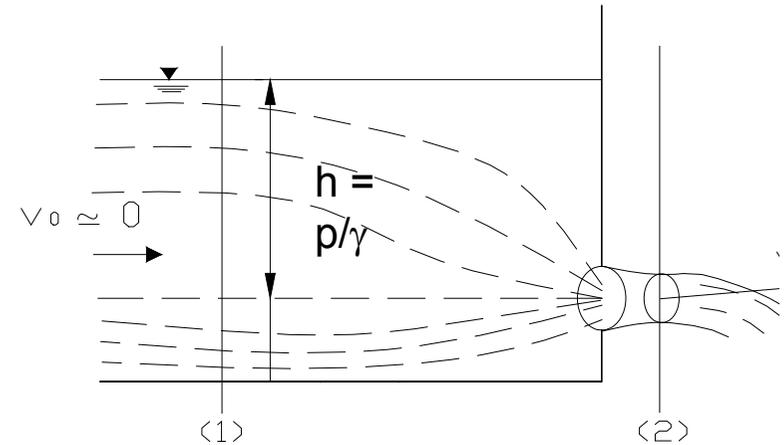
- Area di una sezione liquida, A [m^2]



(caso a)

b

c



- Contorno bagnato, C [m] è il perimetro di contatto tra liquido e solido
 - Caso a $C=b+2*h$
 - Caso b $C=b+2*S$
 - Caso c $C=2\pi*r=\pi*d$
- Portata, Q , q , è il volume di liquido che transita da una sezione A nell'unità di tempo t
 - [m^3/s], [l/s], [l/h],
 - $1 m^3/s = 1000 l/s$; $1 l/s = 0.001 m^3/s$; $1 l/h = 1/3600 l/s$; $1 l/s = 3600 l/h$

Corso di laurea di I livello:
Scienze e tecnologie agrarie

Insegnamento: Idraulica agraria (6 CFU)

docente: prof. Antonina Capra

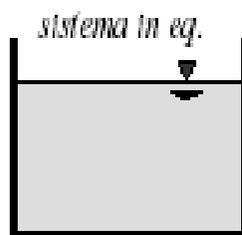
a.a. 2014-15

IDROSTATICA

- **L'idrostatica è quella parte dell'idraulica che studia le azioni esercitate dai liquidi quando si trovano in stato di quiete.**
- **Nei liquidi in quiete le singole particelle non subiscono nel tempo alcuno spostamento relativo.**
- **In conseguenza dell'assenza di deformazioni della massa liquida, in ogni punto di essa e rispetto a qualunque elemento piano passante per il punto stesso:
gli sforzi interni non ammettono componenti tangenziali e sono perciò
diretti normalmente all'elemento.**

Lo sforzo in un generico punto di un liquido in quiete:

- è diretto normalmente all'elemento di superficie sul quale si esercita,
- ha un modulo, indipendente dall'orientamento passante per il punto stesso (giacitura).



Per mantenere il sistema in eq. bisogna trasmettere alla superficie di separazione un complesso di forze tale per cui l'equilibrio sia ancora verificato.



ogni areola di superficie dA trasmette una forza $d\bar{\pi}$

Definiamo come *pressione p* nel generico punto di una massa liquida in quiete il modulo dello sforzo nel punto stesso.

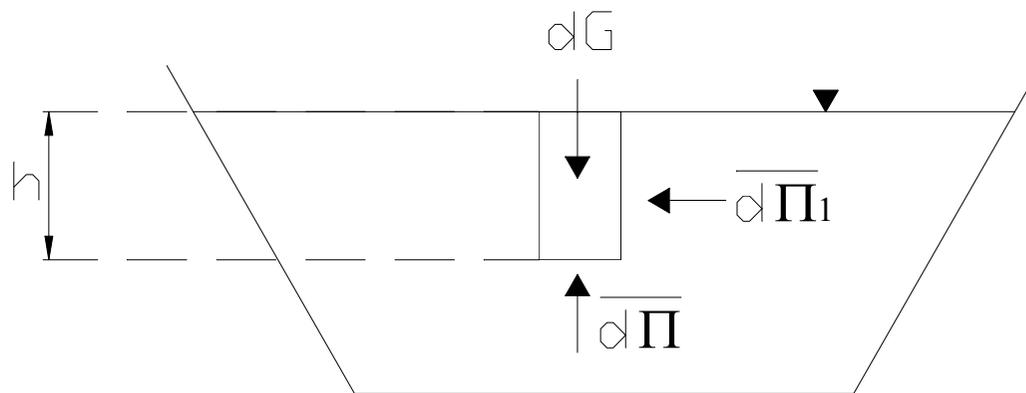
DISTRIBUZIONI DELLE PRESSIONI NEI LIQUIDI IN QUIETE

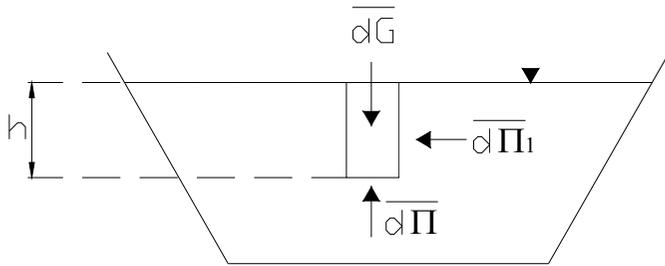
Il cilindretto ad asse verticale, isolato in seno alla massa liquida in quiete, è un particolare corpo in quiete, soggetto

- o alla forza peso dG ,
- o alla spinta $d\Pi$ che il liquido esterno esercita sulla sua base,
- o ed alla spinta $d\Pi_1$, che il liquido esterno esercita sulla sua superficie laterale

a questo cilindretto si può applicare l'equazione cardinale della statica (vale per un cilindretto di liquido ad asse verticale), che in questo caso si scrive come:

$$\overline{dG} + \overline{d\Pi} + \overline{d\Pi_1} = 0$$





Definizione di:

“superficie libera” la parte dell’acqua a contatto con l’atmosfera

“affondamento”: distanza di una particella o di un volume di acqua misurata a partire dalla superficie libera dell’acqua

$d\Pi I$, proiettata lungo la verticale (orientata ad esempio positivamente verso il basso), ha una proiezione nulla essendo normale alla verticale e l’equazione cardinale della statica si scrive:

$$dG - d\Pi = 0$$

Per $dG = \text{peso del cilindretto di liquido}$ e $\gamma = \text{peso/volume} \rightarrow \text{peso} = \gamma \cdot \text{volume}$

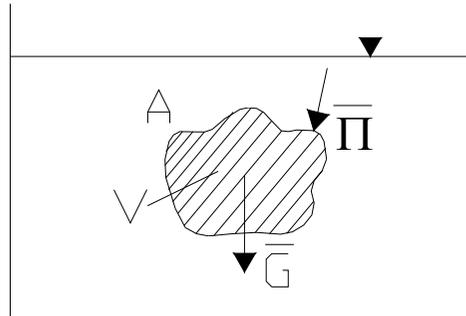
Quindi $\gamma V - p dA = 0$; per $V = h dA \Rightarrow \gamma h dA - p dA$ da cui $p = \gamma h$

Ne deriva che:

- La pressione su qualunque elemento di superficie orizzontale
 - è proporzionale all’affondamento h dell’elemento sotto la superficie libera
 - è equivalente al peso γ di una colonna liquida alta h [metri] e di sezione 1 m^2 .
- Pertanto la pressione cresce con il crescere dell’affondamento del punto sotto la superficie libera
- La pressione, in ogni punto (h costante), agente su un elemento di superficie comunque inclinato, è costante
- La spinta $d\Pi$ è sempre normale all’elemento su cui agisce

Equazione in forma globale (che vale per ogni volume)

Isoliamo un volume liquido V in seno ad una massa liquida in quiete
(avente per contorno una superficie chiusa A)
Per il volume liquido V vale l'equazione cardinale della statica, che
si scrive:



$$\bar{G} + \bar{\Pi} = 0 \quad (2)$$

\bar{G}

Peso del volume V ;

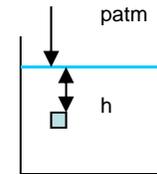
$\bar{\Pi}$

Risultante di tutte le forze superficiali che tutta la
superficie di contorno A esercita sul volume V

Sulla superficie libera (a contatto con l'atmosfera) di un liquido agisce sempre una pressione p_{atm} detta pressione atmosferica.

La pressione nel punto considerato è dunque:

$$p_{ass} = p_{atm} + \gamma \cdot h \quad (p_{ass} \text{ è la pressione assoluta})$$



•La pressione relativa ($\gamma \cdot h$) può essere negativa (depressione, suzione), la p_{atm} è sempre positiva, la pressione assoluta non è mai negativa.

•Noi misuriamo la pressione in relazione a quella atmosferica: parliamo dunque di pressione relativa.

A livello del mare: $p_{atm} = 10330 \text{ kp/m}^2 = 1,033 \text{ kp/cm}^2 = 1 \text{ atm}$.

1 atm = 1.013 bar = 1013 millibar

Nel SI: $1 \text{ atm} = 10330 \text{ kp/m}^2 \cdot 9,81 \text{ N/kg} = 101337 \text{ N/m}^2 = 101337 \text{ Pa} = 101,337 \text{ kPa}$
 $\sim 100 \text{ kPa}$

Anche per la pressione atmosferica vale sempre la relazione:

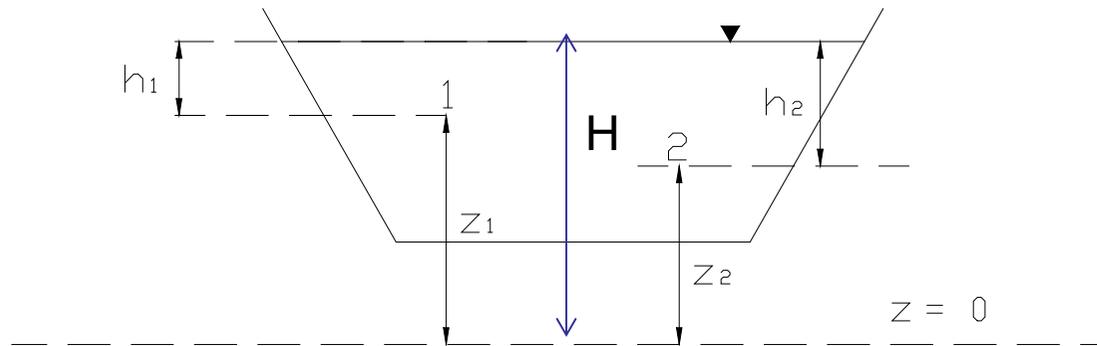
$$p_{atm} = \gamma \cdot h \Rightarrow h = p_{atm} / \gamma = 10330 \text{ kp/m}^2 / 1000 \text{ kp/m}^3 = 10,33 \text{ m}$$

dunque

▪ la pressione atmosferica corrisponde alla pressione generata da una colonna d'acqua alta 10,33 m

▪ sulla superficie libera dell'acqua la pressione relativa è pari a zero perché h è uguale a zero, mentre la pressione assoluta è uguale alla pressione atmosferica

EQUAZIONE DELL'IDROSTATICA



Assunto un piano di riferimento $z = 0$ e indicato ancora con h l'affondamento sotto il pelo libero per due punti 1 e 2 interni alla massa liquida si può scrivere l'eguaglianza geometrica

$$z_1 + h_1 = z_2 + h_2 \quad (H)$$

poiché $p_1 = \gamma \cdot h_1$ e $p_2 = \gamma \cdot h_2$ (dunque $h = p / \gamma$) si ha l'equazione:

$$z_1 + \frac{p_1}{\gamma} = z_2 + \frac{p_2}{\gamma} \quad \text{cioè}$$

$$z + \frac{p}{\gamma} = \text{cost} \quad \text{(quota piezometrica) (1)}$$

$$z + \frac{p}{\gamma} = \text{cost} \quad \text{Quota piezometrica}$$

dove

z “quota geodetica” o “altezza geometrica”

$\left[\frac{p}{\gamma} \right]$ “altezza piezometrica” cioè l'altezza di una colonna di liquido di peso specifico γ , che esercita alla propria base la pressione p

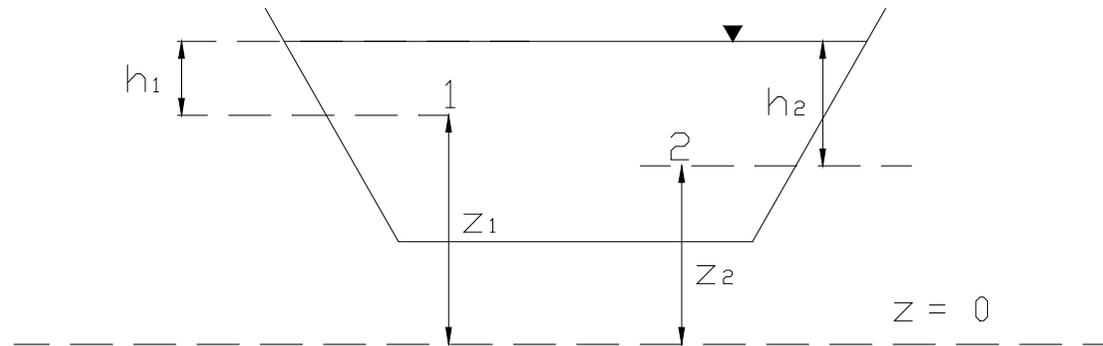
Omogeneità dimensionale:

Z si misura in m

$\left[\frac{p}{\gamma} \right]$ si misura in m

Nel ST : $\left[\frac{p}{\gamma} \right] = (kp/m^2)/(kp/m^3) = kp/m^2 * m^3/kp = m$

Nel SI: $\left[\frac{p}{\gamma} \right] = \frac{N/m^2}{N/m^3} = m$



$$z + \frac{p}{\gamma} = \text{cost}$$

**è l'equazione indefinita o locale della idrostatica (legge di Stevino) che vale
cioè in ogni punto di una massa di liquido in quiete.**

Viene dedotta dalla

**$p = \gamma h$, e pertanto ha lo stesso suo valore e, commentandola si perviene alle
stesse conclusioni**

in particolare

- o se $z = \text{cost}$, si ha $p = \text{cost}$ cioè i piani orizzontali sono isobarici;**
- o dove z cresce, p decresce o viceversa.**

Sintesi delle equazioni dell'idrostatica

- **Equazione cardinale della statica (vale per un cilindretto di liquido ad asse verticale)**

$$\overline{dG} + \overline{d\Pi} + \overline{d\Pi}_1 = 0$$

- **Equazione in forma globale** (vale per ogni volume)

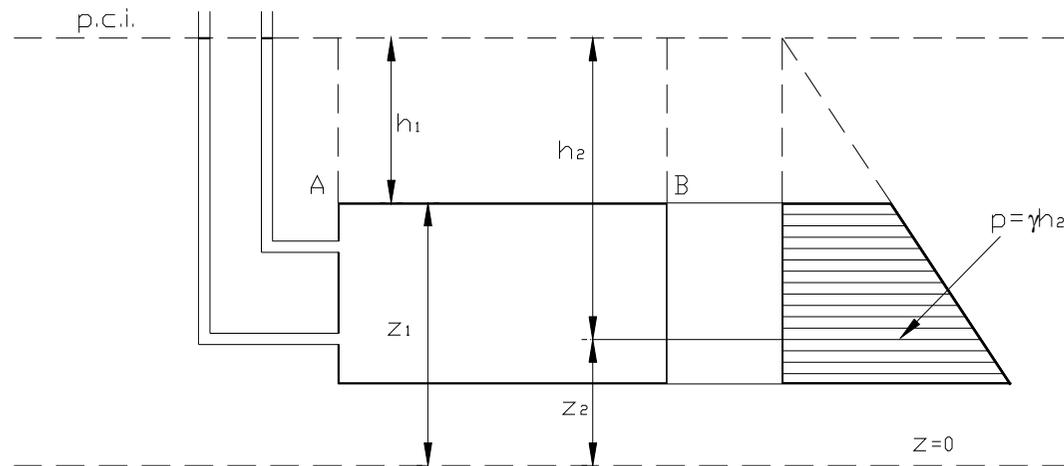
$$\overline{G} + \overline{\Pi} = 0$$

- **Equazione indefinita o locale della idrostatica (legge di Stevino)** vale in ogni punto di una massa di liquido in quiete

$$z + \frac{p}{\gamma} = \text{cost}$$

Per ogni punto di una massa liquida in quiete, la somma dell'altezza geometrica (z) e dell'altezza piezometrica (p/γ) è costante

PIANO DEI CARICHI IDROSTATICI



Se poniamo un coperchio AB capace di esercitare alla quota z_1 la pressione p_1 che esercitava la colonna di liquido di altezza h_1 , avremo formato un recipiente in pressione.

Definizione: Il p.c.i. è il piano sul quale il liquido raggiungerebbe la pressione atmosferica,

può essere messo in evidenza con un piezometro, cioè con un tubo di vetro aperto alle due estremità entro cui l'acqua si pone alla quota del p.c.i. (conseguenza della equazione indefinita dell'idrostatica).

Le pressioni crescono proporzionalmente all'affondamento h sotto il piano orizzontale che si chiama piano dei carichi idrostatici (p.c.i.).

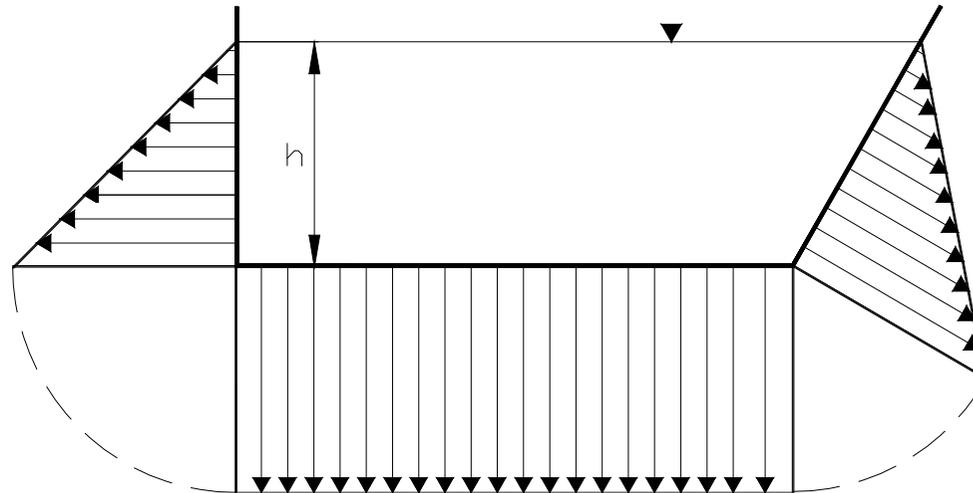
DIAGRAMMA DELLE PRESSIONI

E' la rappresentazione grafica del modo in cui la pressione varia lungo una parete di contenimento dell'acqua, sia essa verticale, orizzontale o inclinata. Piuttosto che la pressione p (pressione relativa) è più semplice rappresentare l'altezza piezometrica $h = p/\gamma$

Il diagramma parte da zero se la parete per la quale si traccia contiene il pelo libero ($h = 0$)

L'andamento del diagramma è lineare, dato che h varia linearmente.

Le frecce spingono sempre verso il lato esterno della parete, indipendentemente dal lato su cui il diagramma è riportato.

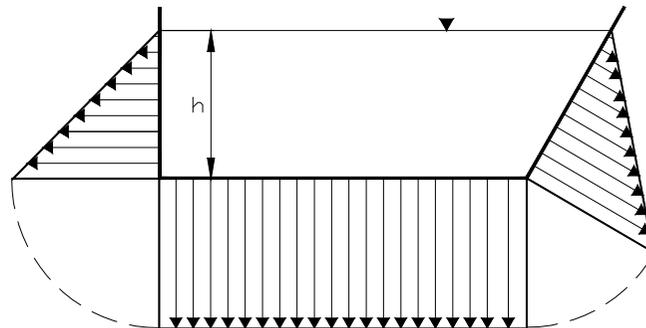


SPINTA IDROSTATICA SU UNA SUPERFICIE PIANA

La spinta idrostatica è la forza (espressa in N (9.81 kp) o kp) che un liquido esercita su una parete (è la forza che agisce su una superficie soggetta a pressione idrostatica).

La spinta è una grandezza vettoriale che va definita in termini di modulo (intensità della forza), direzione e verso.

- La direzione è sempre perpendicolare alla parete
- Il verso, come già detto, è quello che va dal liquido alla parete.



La pressione p (relativa) che agisce su ogni punto del fondo (piano ed orizzontale) di un recipiente contenente una massa liquida in quiete fino all'altezza h è pari a:

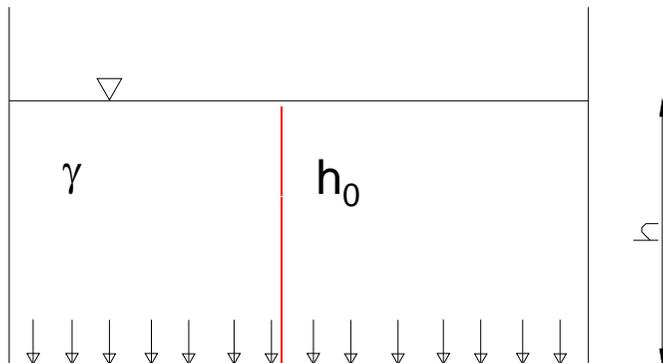
$$p = \gamma h$$

Su ciascuna areola del fondo del serbatoio agisce la spinta di modulo

$$dS = p \cdot dA$$

La spinta risultante sulla superficie A , della quale dA è parte, sarà la somma delle infinite spinte

$$S = \int_A p_i dA$$



Il diagramma delle pressioni su una superficie orizzontale ha una forma rettangolare ($h = \text{cost}$)

Il modulo della spinta S sarà dunque pari a:

$$S = p A = \gamma h_0 A$$

essendo h_0 l'affondamento del baricentro della parete di fondo e A (oppure σ) la sua area.

**Su una superficie piana parzialmente immersa (almeno in un punto $h=0$)
la spinta vale:**

**$S = p_o \cdot A = p_o \cdot L \cdot h$ per $p_o = \gamma h_o$ con $h_o =$ affondamento del baricentro
della superficie premuta**

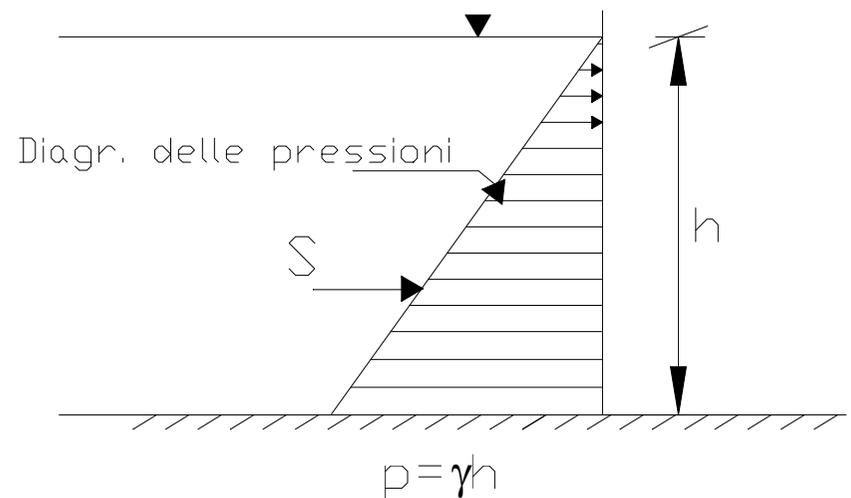
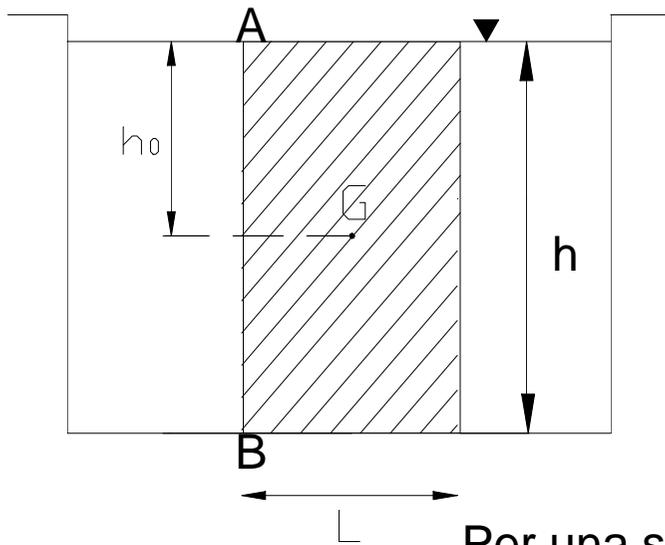
$$\Rightarrow S = \gamma h_o L h \quad \text{e per } h_o = h/2$$

$$\Rightarrow S = \gamma (h/2) L h$$

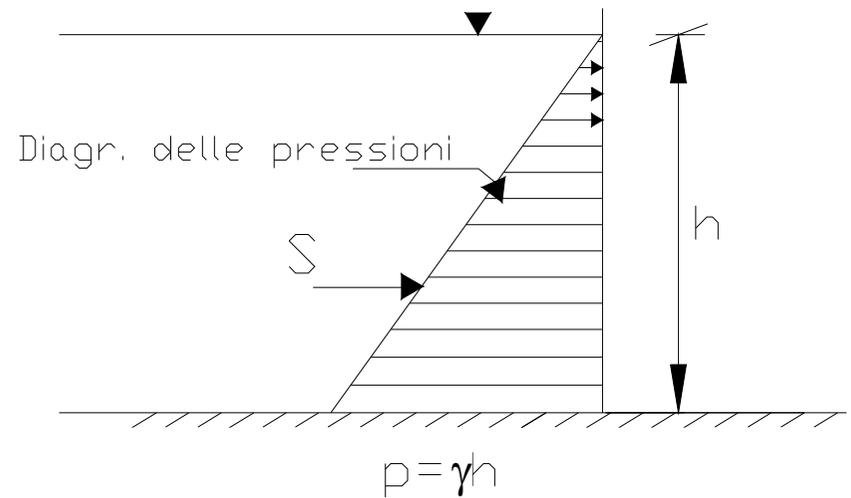
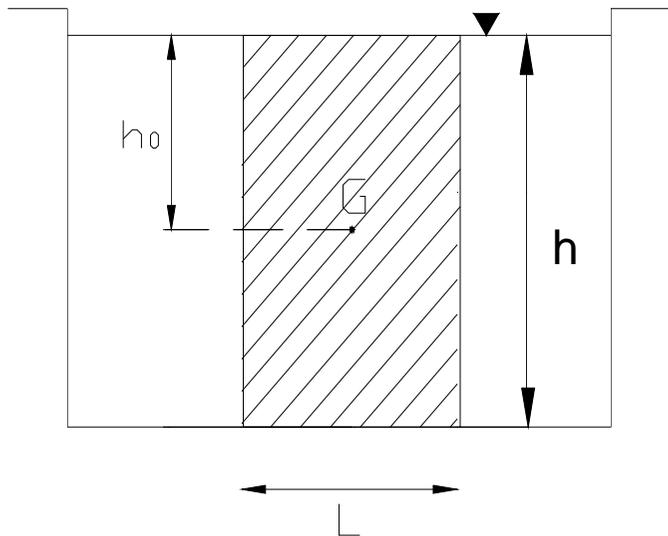
essendo h l'altezza della parete e L la larghezza

In particolare, su una superficie piana, verticale, parzialmente immersa, la spinta vale

$$S = p_o h \cdot L = \gamma \cdot h_o \cdot h \cdot L = \gamma \cdot \frac{h}{2} \cdot h \cdot L = \gamma \frac{h^2}{2} L$$



Per una superficie piana, verticale, parzialmente immersa, il
diagramma delle pressioni ha forma triangolare



L'angolo (α) di inclinazione del diagramma delle pressioni (rispetto alla verticale) è uguale all'arctg (γ).

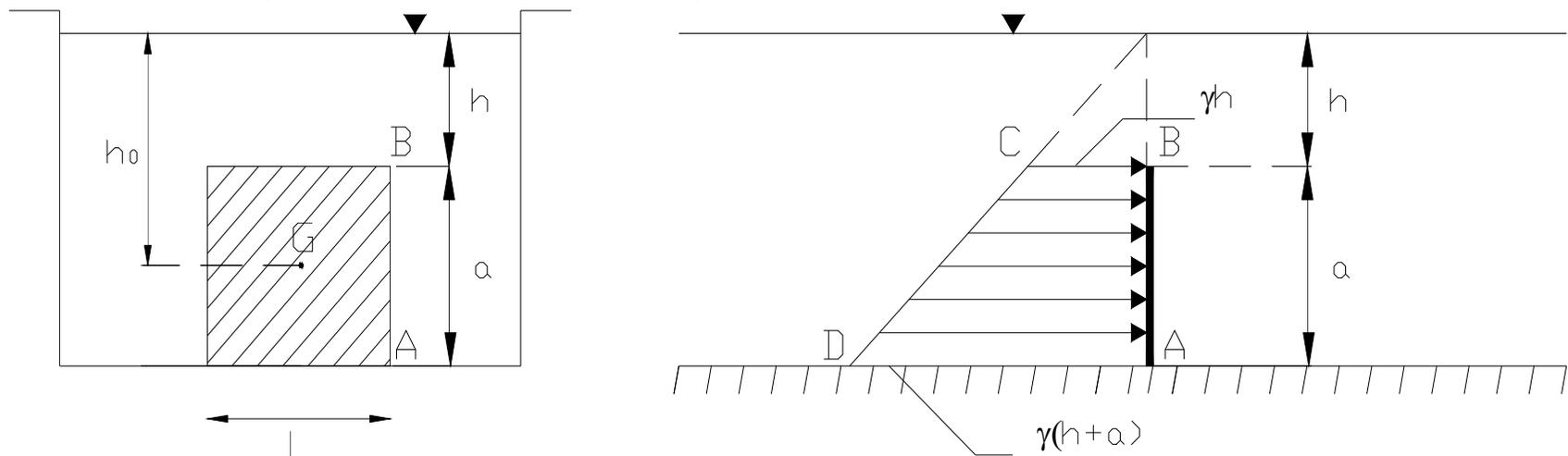
Nel caso di acqua, essendo $\gamma=9810 \text{ N/m}^3$, l'angolo di inclinazione del diagramma delle pressioni è di 45° .

Sulla medesima superficie, questa volta completamente immersa (non presenta nessun punto ove $h=0$) la spinta vale:

$$S = \rho_o L AB$$

$$\Rightarrow S = \gamma h_o L AB = \gamma(h+a/2)L AB$$

Nel caso di superficie totalmente immersa il diagramma delle pressioni ha forma trapezoidale



CALCOLO DEL CENTRO DI SPINTA

Abbiamo ricavato il modulo della spinta S .

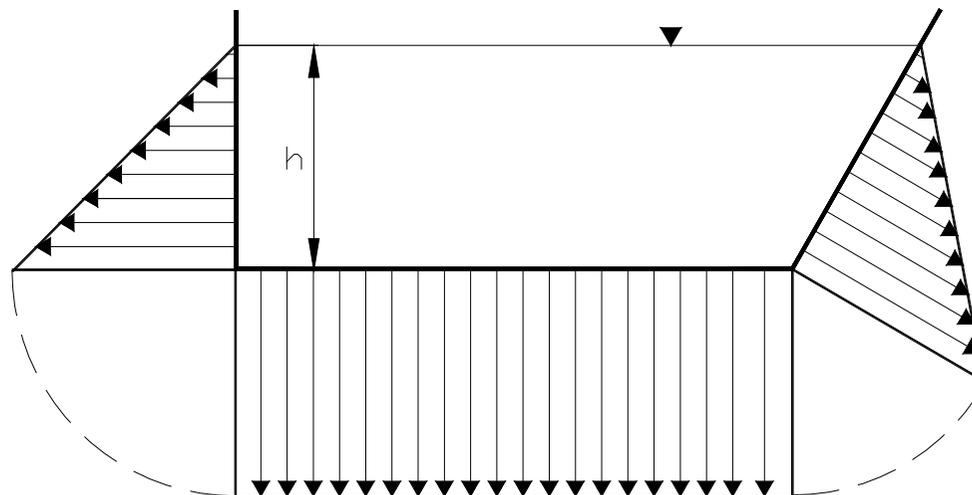
Per definirla completamente bisogna individuare la retta di applicazione della forza, e quindi il punto in cui S incontra la parete (centro di spinta, C , o punto di applicazione della spinta).

La spinta

- agisce sempre (direzione) perpendicolarmente alla superficie e
- la sua retta di azione passa per il baricentro (C) del diagramma delle pressioni.

Il centro di spinta non coincide con il baricentro G della superficie premeva dall'acqua, ma con il baricentro (G) del diagramma delle pressioni che si trova sempre posto più in basso del primo. $C \neq G$

Solo nel caso di spinta su superficie orizzontale sarà $C \equiv G$.

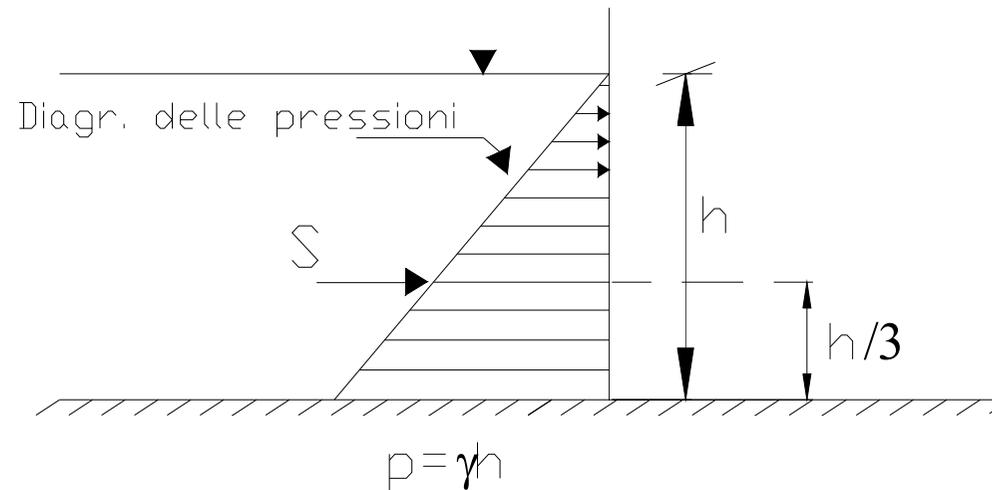


CALCOLO DEL CENTRO DI SPINTA

Nel caso di parete rettangolare parzialmente immersa (diagramma delle pressioni triangolare):

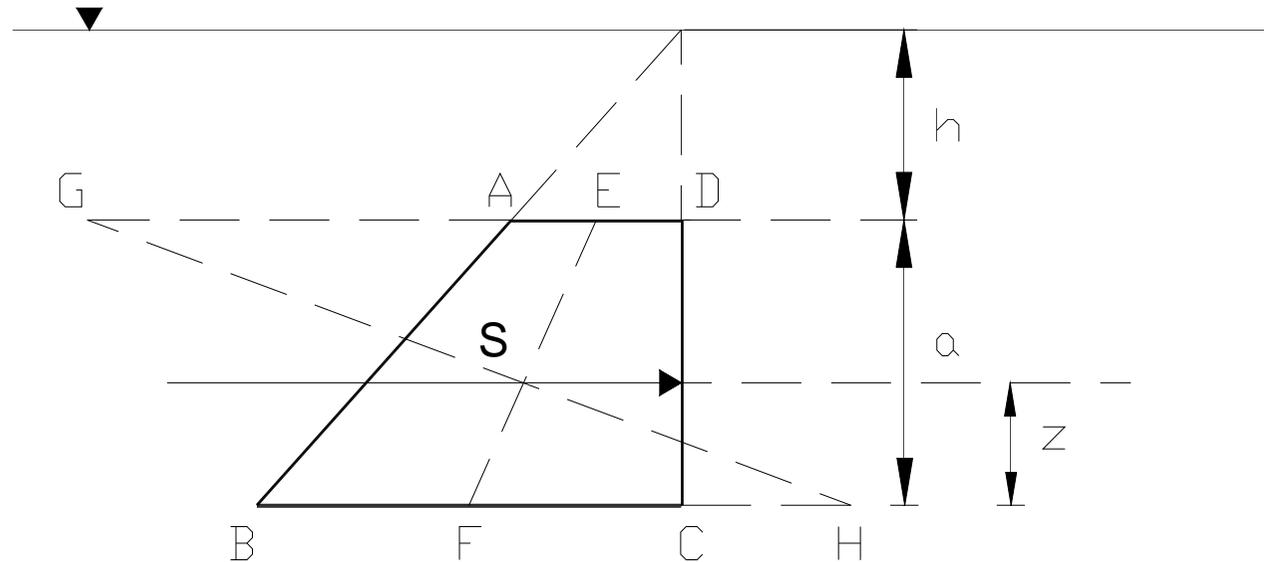
la retta di applicazione della spinta S passa a un terzo dell'altezza del diagramma a partire dalla base (baricentro di una superficie triangolare)

(o anche a $2/3$ dell'altezza del diagramma della pressioni a partire dalla superficie libera dell'acqua)



Nel caso di parete totalmente immersa, la forma del diagramma delle pressioni è trapezoidale; possiamo calcolare la posizione del centro di spinta

- geometricamente (vedi figura, in cui è individuato il baricentro del trapezio ABCD), o
- analiticamente



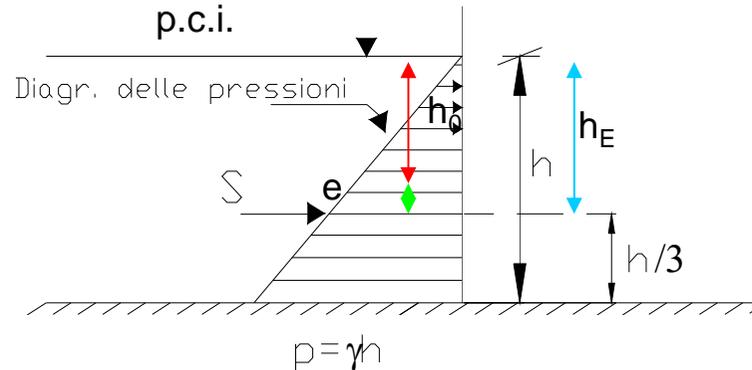
Con: **GA = BC;**
 CH = AD;
 E = punto medio di AD;
 F = punto medio di BC;

La retta di applicazione della spinta passa per l'incrocio tra i segmenti GH e EF.

Metodo analitico per il calcolo del centro di spinta

$$h_E = h_o + e$$

$$e = J_o / M$$



Linea di sponda =
intersezione della
superficie A con il
p.c.i.

h_E : affondamento del centro di spinta rispetto alla superficie libera dell'acqua;

e : eccentricità, ossia distanza del centro di spinta dal baricentro della parete

J_o : momento di inerzia della superficie premuta rispetto all'asse baricentrico della linea di sponda, m^4

M : momento statico della superficie premuta rispetto alla linea di sponda, m^3

Si definisce, in generale, **momento statico o momento di primo ordine** il prodotto di una grandezza fisica o geometrica (es. un'area) per una distanza. Le sue dimensioni sono quelle di una lunghezza al cubo, essendo ottenuto come prodotto di un'area per una lunghezza

Si definisce come **momento d'inerzia della superficie, la somma dei prodotti delle aree elementari per i quadrati delle rispettive distanze dal punto o dall'asse considerati**. Le dimensioni sono quelle di una lunghezza alla quarta potenza, essendo dati dal prodotto di un'area per una lunghezza al quadrato.

TEOREMA DI VARIGNON PER IL CALCOLO DEL CENTRO DI SPINTA

$$h_c = \gamma J / S$$

h_c : affondamento del centro di spinta rispetto alla superficie libera dell'acqua;

γ : peso specifico dell'acqua;

S: spinta idrostatica;

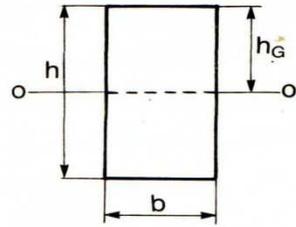
J: momento di inerzia della superficie su cui agisce la spinta rispetto alla superficie libera dell'acqua; tale momento si calcola come:

$$J = J_o + Ah_o^2$$

J_o : momento di inerzia baricentrico (rispetto al baricentro della superficie);

A: area della superficie;

h_o^2 : distanza tra il baricentro della superficie e la superficie libera dell'acqua.

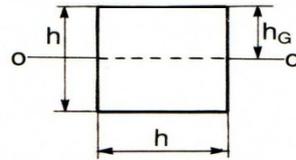


h_G

J_O

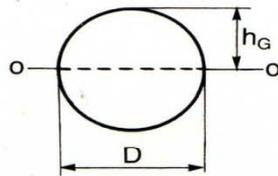
$\frac{h}{2}$

$\frac{bh^3}{12}$



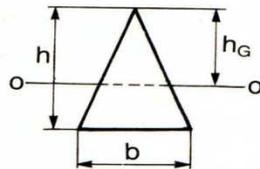
$\frac{h}{2}$

$\frac{h^4}{12}$



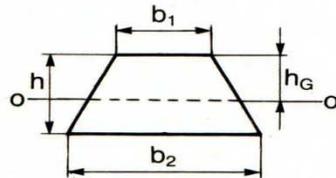
$\frac{D}{2}$

$\frac{\pi D^4}{64}$



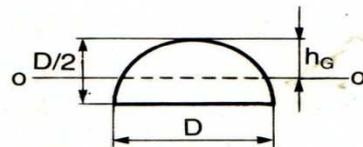
$\frac{2h}{3}$

$\frac{bh^3}{36}$



$\frac{h}{3} \frac{2b_2 + b_1}{b_1 + b_2}$

$\frac{b_2^2 + 4b_1b_2 + b_1^2}{36(b_1 + b_2)} h^3$

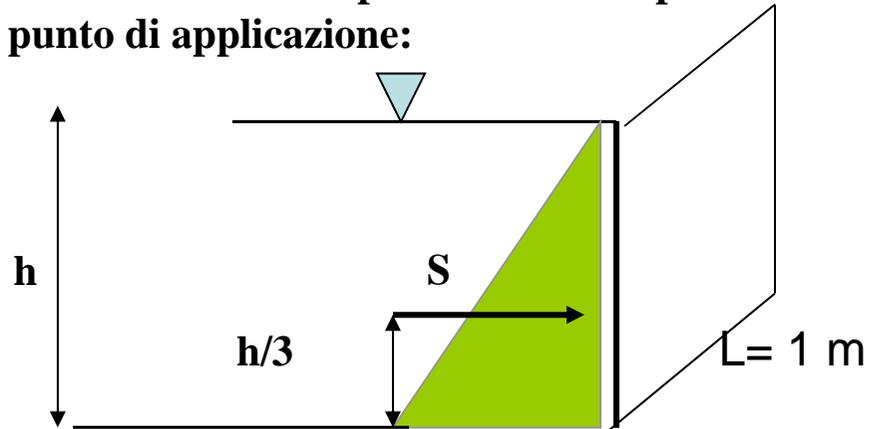


$\frac{D}{2} \left(1 - \frac{4}{3\pi} \right) = 0,2878 D$

$D^4 \frac{9\pi^2 - 64}{1152\pi} = 0,00686 D^4$

SPINTE SU SUPERFICI RETTANGOLARI

Si vuole determinare la spinta S che una paratoia rettangolare riceve dal liquido a monte ed il suo punto di applicazione:



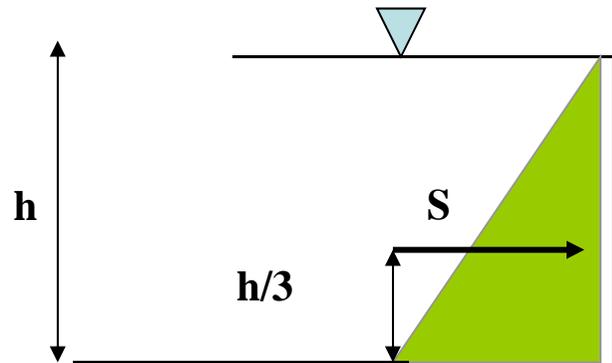
Posta una larghezza unitaria $L=1$ della paratoia,

sia $h=2 \text{ m}$,

$\gamma = 9810 \text{ N/m}^3$ (o anche 1000 kp/m^3)

SPINTE SU SUPERFICI RETTANGOLARI

Si vuole determinare la spinta S che una paratoia rettangolare riceve dal liquido a monte ed il suo punto di applicazione:



La spinta S , normale alla paratoia, è applicata ad $h/3$ dal fondo, cioè alla quota del baricentro del diagramma triangolare delle pressioni; centro di spinta = $h/3=2/3=0.66$ m (a partire dal fondo)

Posta

una larghezza unitaria $L=1$ della paratoia, $\gamma= 9810 \text{ N/m}^3$ (o anche 1000 kp/m^3)

$h=2\text{m}$,

$A=2*1=2 \text{ m}^2$;

$h_0= \frac{1}{2}*h=2/2= 1 \text{ m}$ (altezza baricentrica);

$$S=\gamma h_0 A=9810 \cdot 1 \cdot 2 =19620 \text{ N} \quad S=\gamma h_0 A=1000 \cdot 1 \cdot 2 =2000 \text{ kp}$$

$$1 \text{ atm}=10 \text{ m}=100 \text{ kPa}$$

La pressione $p=S/A=19620/2=9810 \text{ N/m}^2= 9810 \text{ Pa}= 9.810 \text{ kPa} \sim 0.09810 \text{ atm.} \sim 0.01 \text{ Atm}$

Idrostatica- Sintesi teoria (1)

Idrostatica							
Gli esercizi riguardano il calcolo della spinta su pareti piane, di forma e inclinazione qualsiasi, parzialmente o totalmente bagnate da acqua in quiete.							
La spinta è una grandezza vettoriale; come tale ha un modulo, una direzione, un verso ed un punto di applicazione.							
Il modulo , S (Kg), si calcola come:							
$S = \gamma \ h_G \ s$							
dove:							
γ = peso specifico dell'acqua limpida = 1000 Kg/m ³							
h_G = affondamento (distanza dal pelo libero) del baricentro della superficie premuta, m							
s = superficie della parete soggetta alla spinta, m ²							

Idrostatica- Sintesi teoria (2)

La direzione è perpendicolare alla superficie premuta								
Il verso va dall'acqua alla parete premuta								
Il punto di applicazione , o centro di spinta , si trova nel <u>baricentro del diagramma delle pressioni</u> .								
Il diagramma delle pressioni è la rappresentazione grafica dell'andamento delle pressioni sulla superficie premuta (vedi esercizi); ha forma triangolare nel caso di superfici parzialmente bagnate (nelle quali, in corrispondenza del pelo libero, la pressione è zero (perché h-affondamento- è zero))								

Idrostatica- esercizio 1

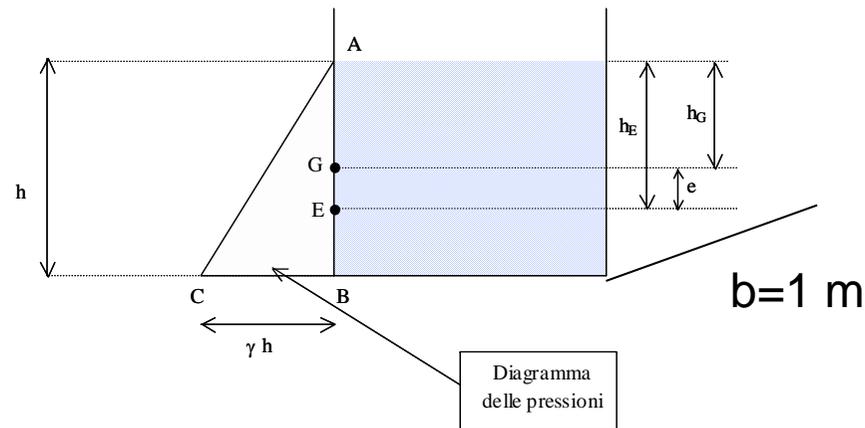
ESERCIZIO N. 1

Determinare analiticamente e graficamente il modulo della spinta idrostatica (S) agente sulla sponda di un canale artificiale avente sezione rettangolare.

Determinare inoltre il centro di spinta (h_E) dal pelo libero.

Preso un elemento di parete di larghezza unitaria ($b=1$) siano dati:

Variabile	Valore	Unità di misura	
h	<u>3</u>	[m]	(altezza del pelo libero rispetto al fondo del canale)
γ	<u>1000</u>	[kg/m ³]	(peso specifico dell'acqua limpida)



Idrostatica- esercizio 2

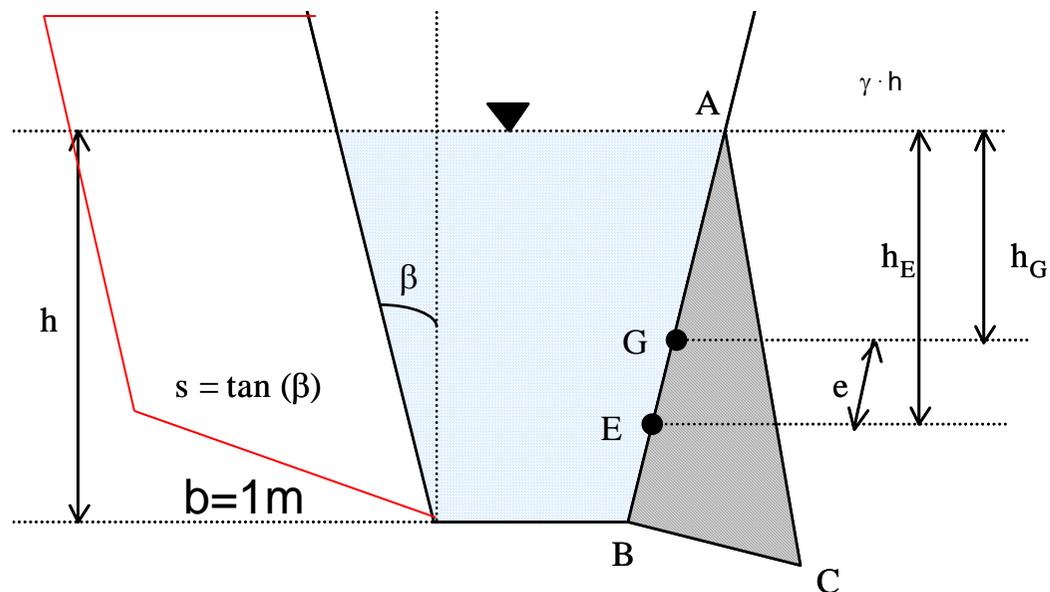
ESERCIZIO N. 2 - Calcolo della spinta su una parete piana, inclinata, parzialmente bagnata da acqua in quiete

Determinare analiticamente e graficamente il modulo della spinta idrostatica (S) agente sulla sponda di un canale artificiale avente sezione trapezia.

Determinare inoltre il centro di spinta (h_E) dal pelo libero.

Preso un elemento di parete di larghezza unitaria ($b=1$) siano dati:

Variabile	Valore	Unità di misura	
h	<u>2</u>	[m]	(altezza del pelo libero rispetto al fondo del canale)
β	<u>55</u>	[°]	(inclinazione delle sponde)
γ	<u>1000</u>	[kg/m ³]	(peso specifico dell'acqua limpida)



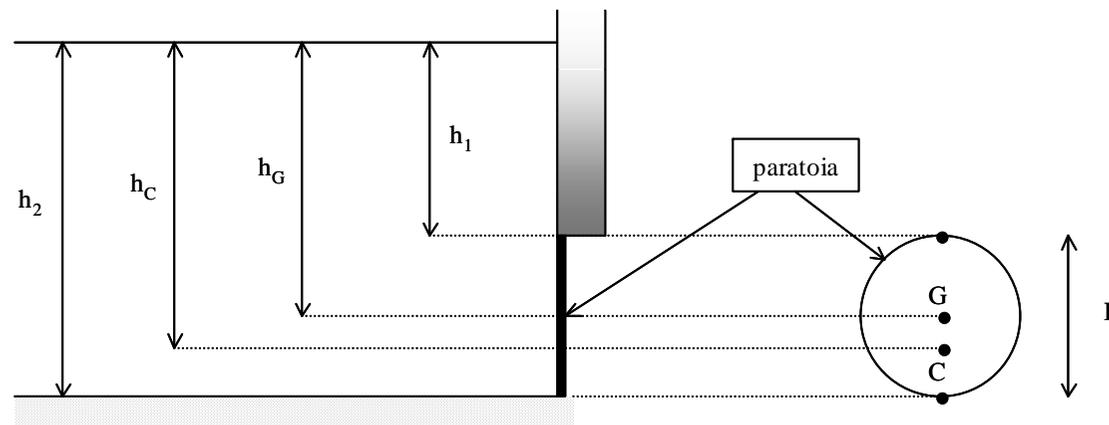
Esercizio n. 3

ESERCIZIO N. 3 - Calcolo della spinta su una parete piana, di forma circolare, totalmente bagnata da acqua in quiete.

Determinare la spinta idrostatica (S) agente su una paratoia di forma circolare posta sotto battente
Determinare inoltre il centro di spinta (h_C) dal pelo libero

Siano dati:

Variabile	Valore	Unità di misura	
h_1	<u>1.5</u>	[m]	(battente)
D	<u>0.8</u>	[m]	(diametro della paratoia)
γ	<u>1000</u>	[kg/m ³]	(peso specifico dell'acqua limpida)

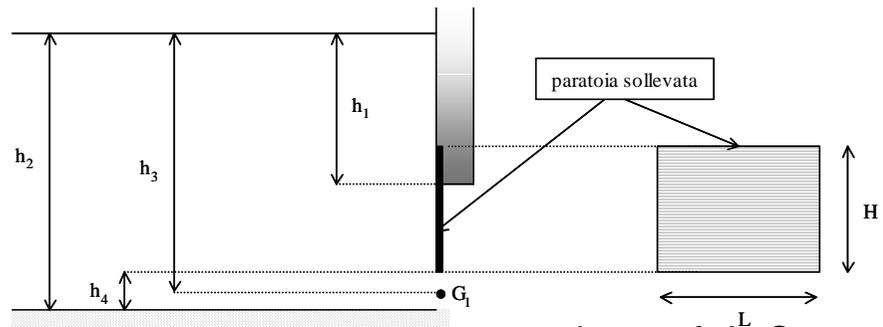
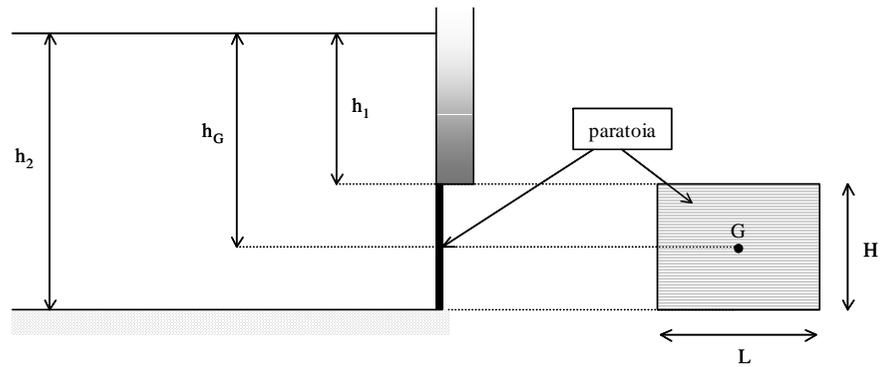


ESERCIZIO N. 4 - Calcolo della spinta su una parete piana, verticale, totalmente bagnata da acqua in quiete

Determinare lo sforzo (F) per sollevare una paratoia di forma rettangolare posta sotto battente
 Determinare inoltre la portata che passa se la paratoia viene alzata di h_4 metri.

Siano dati:

Variabile	Valore	Unità di misura	
h_1	<u>1.2</u>	[m]	(battente)
H	<u>0.5</u>	[m]	(altezza della paratoia)
L	<u>0.8</u>	[m]	(larghezza della paratoia)
P	<u>40</u>	[kg]	(peso della paratoia)
γ	<u>1000</u>	[kg/m ³]	(peso specifico dell'acqua limpida)
ϕ	<u>0.8</u>		(coefficiente di attrito)
h_4	<u>0.2</u>	[m]	(luce a paratoia sollevata)



Corsi di laurea di I livello:
Scienze e tecnologie agrarie

Parte B- Correnti in Pressione

IDRODINAMICA

Definizioni e Teorema di Bernoulli

Materia: Idraulica agraria (6 CFU)

docente: prof. Antonina Capra

a.a. 2014-15

prof. A. Capra

IDRODINAMICA

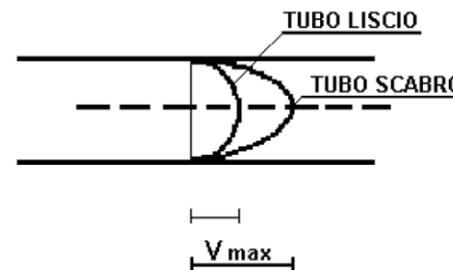
Portata e velocità media

Si chiama portata, il volume di fluido che defluisce attraverso una sezione nell'unità di tempo; si indica con il simbolo Q [L^3/T].

In una corrente d'acqua la velocità non è mai uguale in ogni punto; in particolare:

la velocità diminuisce man mano che ci si avvicina alle pareti della condotta o del canale, rispettivamente nel caso di correnti in pressione o di correnti a superficie libera.

Il profilo di velocità è tanto più convesso quanto maggiore è la scabrezza della parete



Nei calcoli si fa riferimento ad una velocità fittizia (velocità media della sezione), definita come il rapporto tra la portata e l'area della sezione per la quale si calcola la velocità:

$$V = Q/A$$

prof. A. Capra

Il rapporto tra la portata Q e la sezione A si definisce velocità media V:

$$V = \frac{Q}{A}$$

**Questa equazione, scritta come
 $Q = A \cdot V$ è detta EQUAZIONE DI CONTINUITA'**

costituisce una forma del principio di conservazione della massa.

Occorre notare che A e V sono inversamente proporzionali, ossia, per mantenere la costanza della portata se A cresce, V deve diminuire, e viceversa

Definizioni:

Traiettoria è il luogo dei punti occupati dalla particella liquida nel suo moto.

Corrente è il volume liquido in moto quando le traiettorie delle diverse particelle che lo compongono costituiscono un fascio di linee che si possono considerare praticamente parallele.

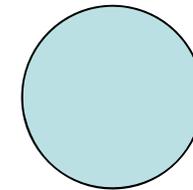
La superficie A ottenuta tagliando trasversalmente la corrente in ogni suo punto si definisce *sezione trasversale della corrente*.

Tipi di corrente

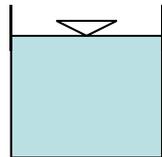
- **Getti**



- **Correnti in pressione o forzate**



- **Correnti a pelo o superficie libera**



TIPI DI MOTO

(vario, permanente e uniforme)

○ Moto vario, quando, in una generica sezione trasversale, V e A variano nel tempo e nello spazio (Es. portata di un corso d'acqua naturale, svuotamento di un recipiente)

○ Moto permanente o stazionario, quando, in una generica sezione trasversale, V e A sono variabili nello spazio ma costanti nel tempo (ad esempio moto con portata costante in un canale a sezione variabile):
poiché $Q = V \cdot A$ e $V \cdot A = \text{cost}$

$$Q_1 = Q_2 = \text{cost} \Rightarrow v_1 \neq v_2 \quad (Q = A \cdot V) \quad \Longrightarrow \quad A_1 \neq A_2$$

○ Moto uniforme, quando, in una generica sezione trasversale, V e A sono costanti nello spazio e nel tempo (Es. tubazione cilindrica nella quale si immette una Q costante, canale, dove la superficie libera è parallela al fondo, con l'altezza dell'acqua costante)

$$\text{Se } D_1 = D_2 \Longrightarrow A_1 = A_2 \Longrightarrow V_1 = V_2 = \text{cost} \quad (\text{condotta})$$

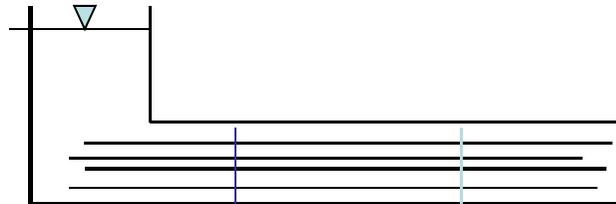
$$\text{Se } h_1 = h_2 \xrightarrow{\Delta} A_1 = A_2 \Longrightarrow V_1 = V_2 = \text{cost} \quad (\text{canale})$$

Tipi di moto (vario, stazionario, uniforme)

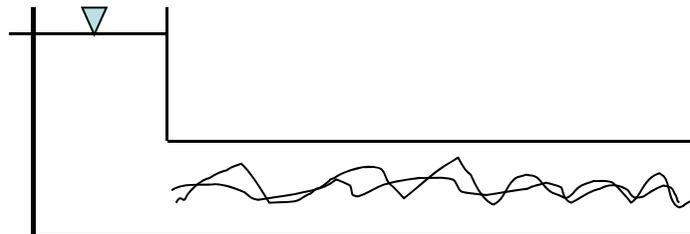
REGIMI DI MOTO
(laminare, turbolento)

Distinguiamo tra:

➤ **moto laminare**: i filetti di corrente si mantengono praticamente paralleli e regolari da una sezione alla successiva



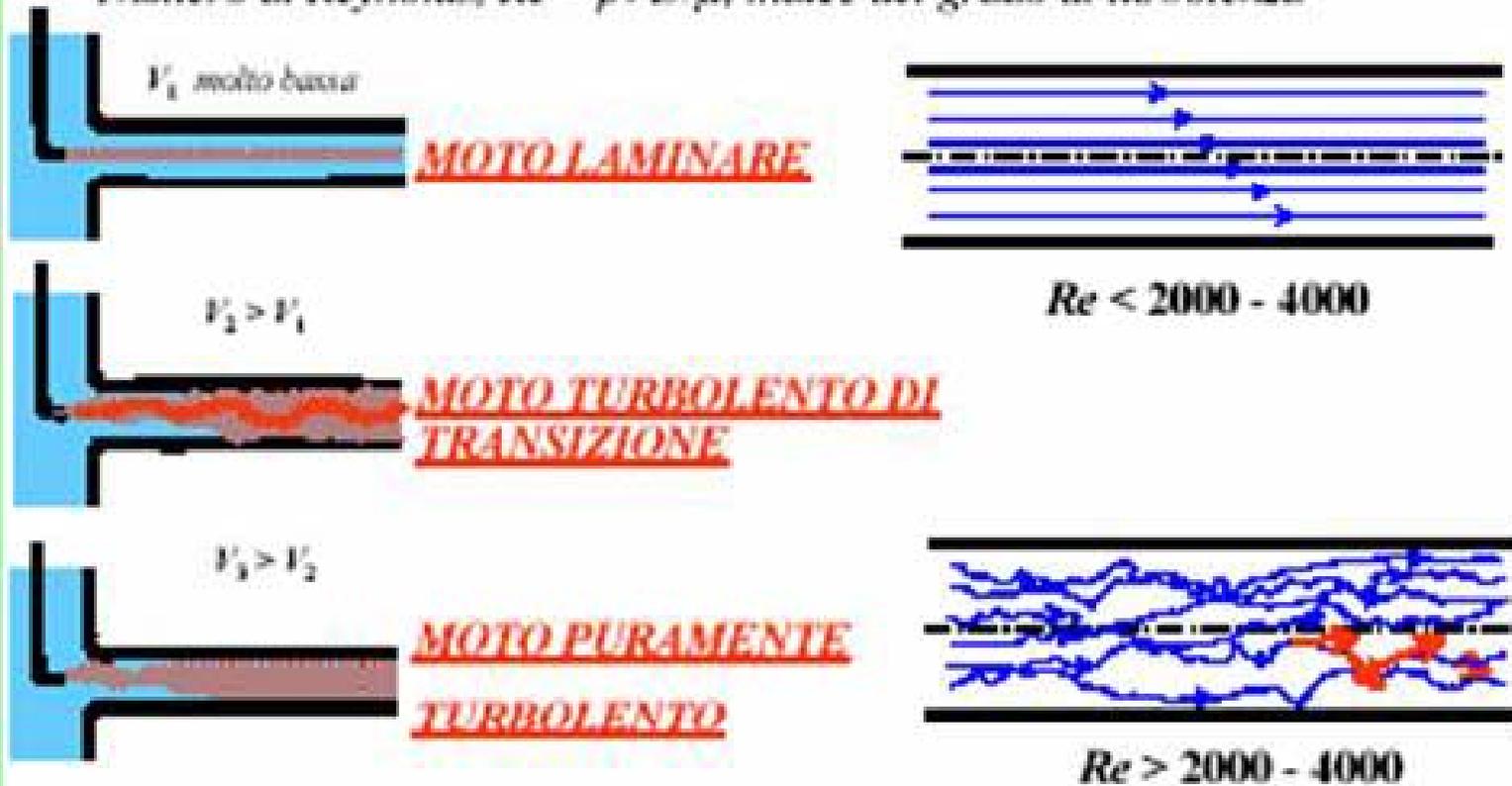
➤ **moto turbolento**: i filetti di corrente hanno un moto vorticoso e irregolare;



Regimi di moto : Esperienza di Reynolds

Tre modalità di movimento o **REGIMI DI MOTO**.

Numero di Reynolds, $Re = \rho v D / \mu$, indice del grado di turbolenza



MOTO LAMINARE: il movimento avviene per filetti fluidi che si mantengono paralleli alle pareti del condotto, il colorante immesso mantiene una sua traiettoria senza mescolarsi con il fluido circostante.

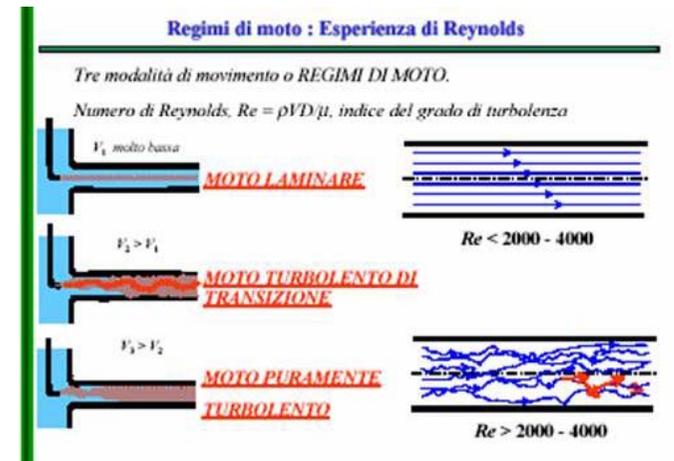
Si verifica per piccole Q e V (es. nei pori del terreno)

MOTO TURBOLENTO DI TRANSIZIONE: il movimento avviene ancora per filetti paralleli, questi però all'aumentare della velocità divengono sempre più instabili, perdono il loro parallelismo con le pareti e inizia a verificarsi uno scambio di massa tra le diverse regioni del campo.

MOTO PURAMENTE TURBOLENTO: in questo caso gli scambi di massa tra le diverse regioni del campo sono prevalenti, il moto non avviene più per filetti fluidi paralleli ed il colorante si disperde subito occupando tutte le zone del campo di moto.

Si verifica per Q e V grandi
(il moto nelle condotte e nei canali di nostro interesse è sempre turbolento)

Esperienza di Reynolds



Numero di Reynolds

Gli effetti del regime di moto sono riassunti dal Numero di Reynolds

$$Re = \frac{\rho V D}{\mu}$$

essendo V la velocità del fluido di nota densità ρ e viscosità μ , D il diametro del condotto circolare in cui è convogliato il fluido.

Il numero di Reynolds può considerarsi un indice del grado di turbolenza:

quanto maggiore è il suo valore, tanto più elevato è il grado di turbolenza della corrente fluida.

E' un numero adimensionale

Il regime risulta laminare per $Re < 2000$, turbolento in caso contrario.

IL TEOREMA DI BERNOULLI

- Il teorema di Bernoulli rappresenta un'applicazione al moto dell'acqua del principio di conservazione dell'energia.
- Esso vale per il moto permanente (A e V costanti nel tempo ma non nello spazio) e per il moto uniforme (A e V costanti nello spazio e nel tempo) lungo una traiettoria di un fluido perfetto (= privo di viscosità), incomprimibile e pesante (sottoposto alla sola forza peso).
- Sotto tali ipotesi è possibile dedurre una relazione che fisicamente rappresenta la costanza delle varie forme di energia in gioco
- Energia è la capacità o attitudine di un corpo a compiere lavoro
- Le tre componenti del teorema di Bernoulli (tre forme di energia) sono
 - Z, energia di posizione
 - p/γ , energia di pressione
 - $v^2/2g$ energia cinetica
- Riferita all'unità di peso del fluido diventa:

$$z + \frac{p}{\gamma} + \frac{v^2}{2g} = \text{cost} = H$$

IL TEOREMA DI BERNOULLI

$$z + \frac{p}{\gamma} + \frac{v^2}{2g} = \text{cost} = H$$

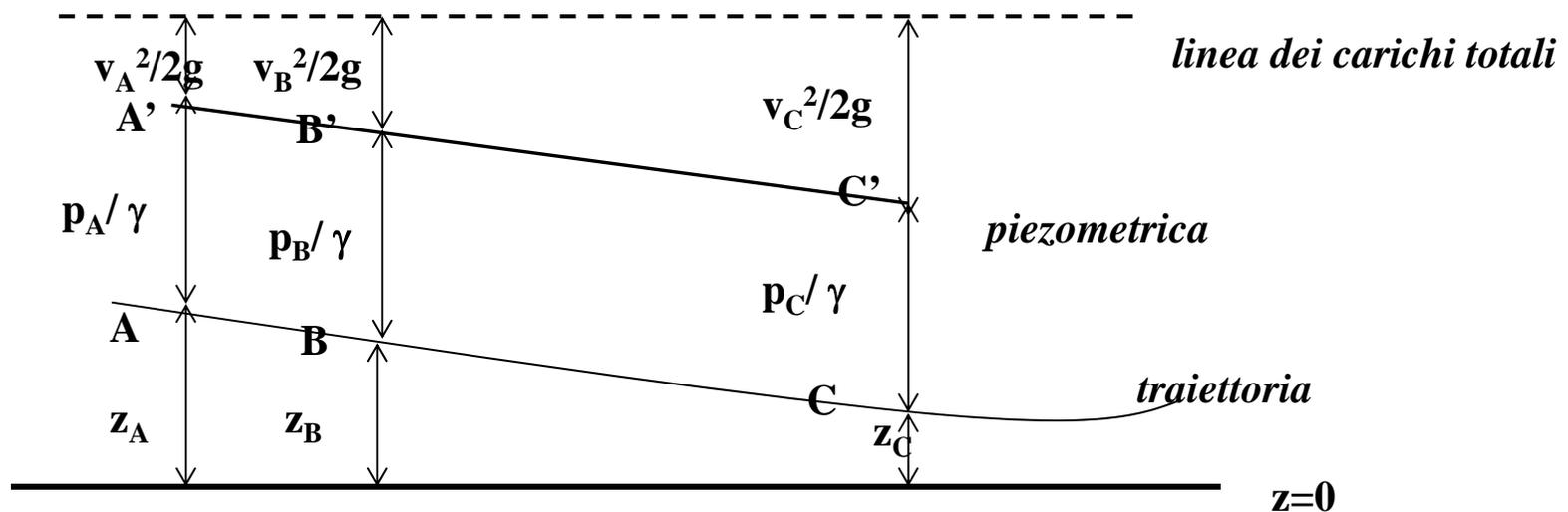
- **La somma dei tre termini prende il nome di trinomio di Bernoulli**
- **il valore di H rappresenta il carico totale (= Energia totale)**
- **I termini del trinomio hanno le dimensioni di una lunghezza (m)**

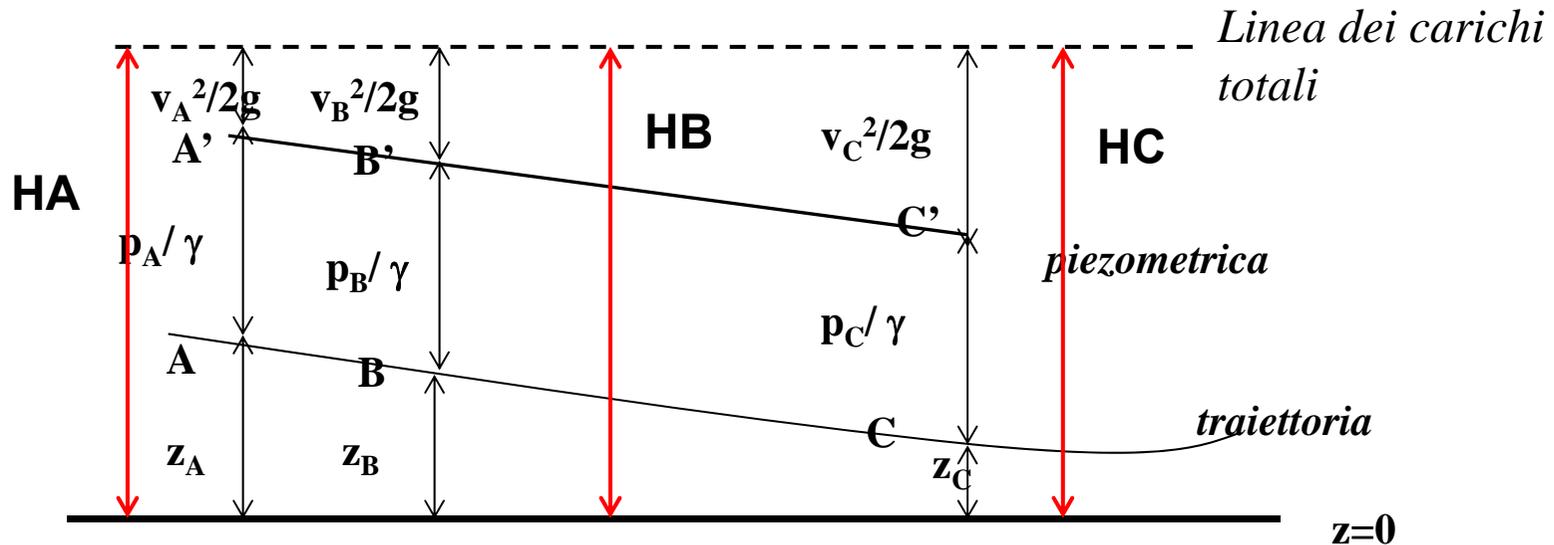
$$[m] + \left[\frac{kp/m^2}{kp/m^3} \right] + \left[\frac{m^2/s^2}{m/s^2} \right] = [m]$$

- **La linea che unisce i valori del carico H per ogni sezione della corrente prende il nome di linea dei carichi totali della corrente**
- **La linea che unisce i valori corrispondenti alla quota piezometrica ($z+p/\gamma$) prende il nome di linea piezometrica della corrente.**

INTERPRETAZIONE GEOMETRICA DEL TEOREMA DI BERNOULLI

- Data una serie di punti A, B e C successivamente raggiunti da un elemento fluido. Assumiamo un piano di riferimento arbitrario (orizzontale di riferimento), al quale attribuiamo convenzionalmente la quota $z=0$
- A partire da esso misureremo le altezze geometriche z_A , z_B e z_C dei punti considerati
- Da essi riportiamo verticalmente verso l'alto segmenti di lunghezze pari alle altezze piezometriche costanti p_A/γ , p_B/γ e p_C/γ
- Gli estremi superiori A', B' e C' di questi segmenti si trovano disposti lungo una linea continua: linea piezometrica della traiettoria.





- A partire dai punti A', B', C', si riportano verticalmente verso l'alto segmenti di lunghezze uguali a $v_A^2/2g$, $v_B^2/2g$, $v_C^2/2g$
- Gli estremi superiori di questi segmenti si trovano disposti lungo una linea che diremo linea dei carichi totali della traiettorie
- Secondo il teorema di Bernoulli questa linea appartiene ad un piano orizzontale. Ne deriva:

$$z_A + \frac{p_A}{\gamma} + \frac{v_A^2}{2g} = z_B + \frac{p_B}{\gamma} + \frac{v_B^2}{2g} = z_C + \frac{p_C}{\gamma} + \frac{v_C^2}{2g} = \text{cost} = H$$

Interpretazione energetica del teorema di Bernoulli

$$z_A + \frac{p_A}{\gamma} + \frac{v_A^2}{2g} = z_B + \frac{p_B}{\gamma} + \frac{v_B^2}{2g} = z_C + \frac{p_C}{\gamma} + \frac{v_C^2}{2g} = \text{cost} = H$$

Al teorema di Bernoulli può essere attribuito un preciso significato energetico

Il carico totale H rappresenta l'energia meccanica complessiva posseduta dell'unità di peso del fluido in movimento: energia specifica

L'altezza geometrica z rappresenta quella parte dell'energia potenziale (*energia di posizione*) che compete all'unità di peso del fluido per il fatto che essa occupa una determinata posizione nel campo gravitazionale

L'altezza piezometrica p/γ è l'*energia di pressione*; per il principio dell'idrostatica rappresenta il peso del fluido che sovrasta l'unità di superficie considerata

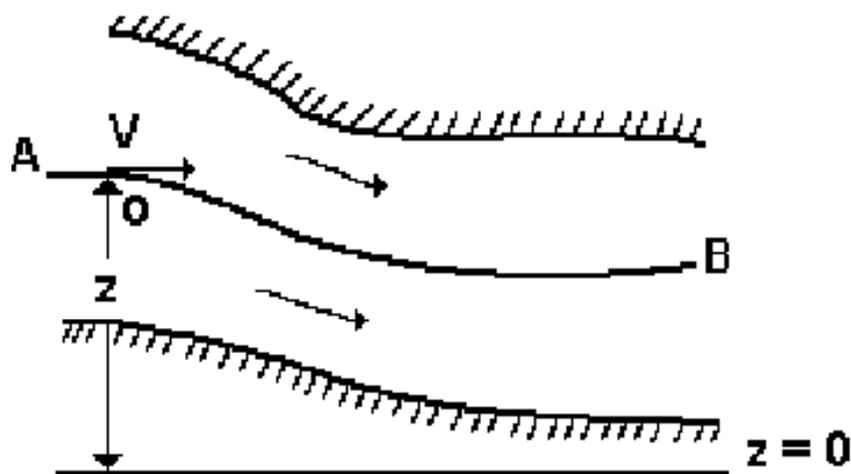
Il termine $v^2/2g$ rappresenta l'*energia cinetica*, cioè l'energia posseduta dall'unità di peso del fluido per il fatto che è animata da velocità.

IL TEOREMA DI BERNOULLI PER UNA TRAIETTORIA

Le *traiettorie* sono linee che uniscono i punti successivamente occupati durante il movimento di una particella

Se consideriamo una traiettoria AB avente sezioni trasversali di dimensioni infinitesime, è possibile applicare il teorema di Bernoulli nella forma precedentemente trovata:

$$z + \frac{p}{\gamma} + \frac{1}{2} \frac{v^2}{g} = \text{cost}$$



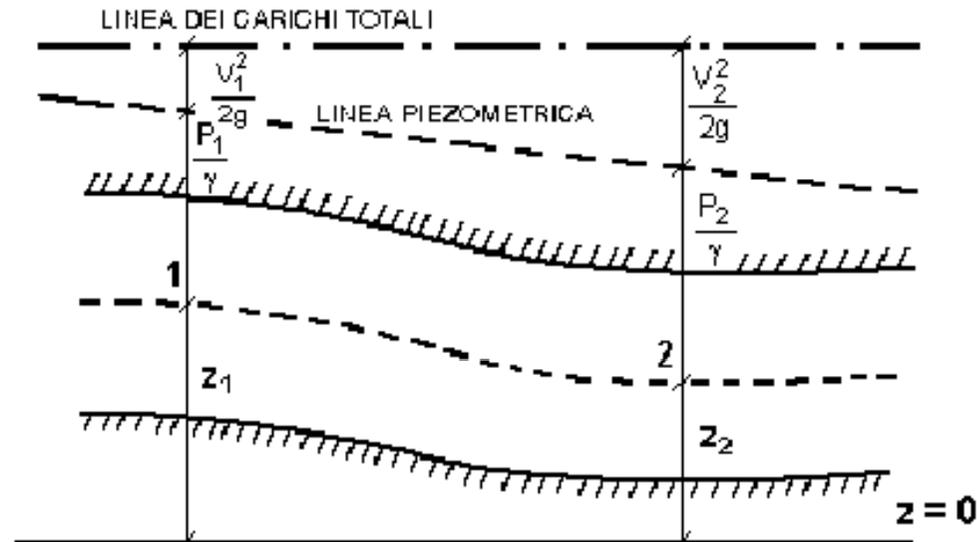
Lungo la traiettoria di una particella di un liquido perfetto in moto permanente è costante la somma dell'altezza geometrica, del rapporto tra la pressione e il peso specifico e del rapporto tra il quadrato della velocità e il doppio dell'accelerazione di gravità.

Il valore della costante varia da traiettoria a traiettoria, tale costante viene indicata con H *carico totale*, quindi :

$$z + \frac{p}{\gamma} + \frac{1}{2} \frac{v^2}{g} = H$$

RAPPRESENTAZIONE GRAFICA DEL TEOREMA DI BERNOULLI (Traiettoria)

Preso un piano orizzontale di riferimento ($z=0$), possiamo riportare in opportuna scala, per ogni punto di una data *traiettoria* 1-2, la somma dei tre segmenti rappresentativi delle altezze che esprimano i termini del trinomio di Bernoulli.



Gli estremi superiori dei segmenti somma giacciono, data la costanza del valore complessivo del trinomio, su una linea orizzontale, detta *linea dei carichi totali*.

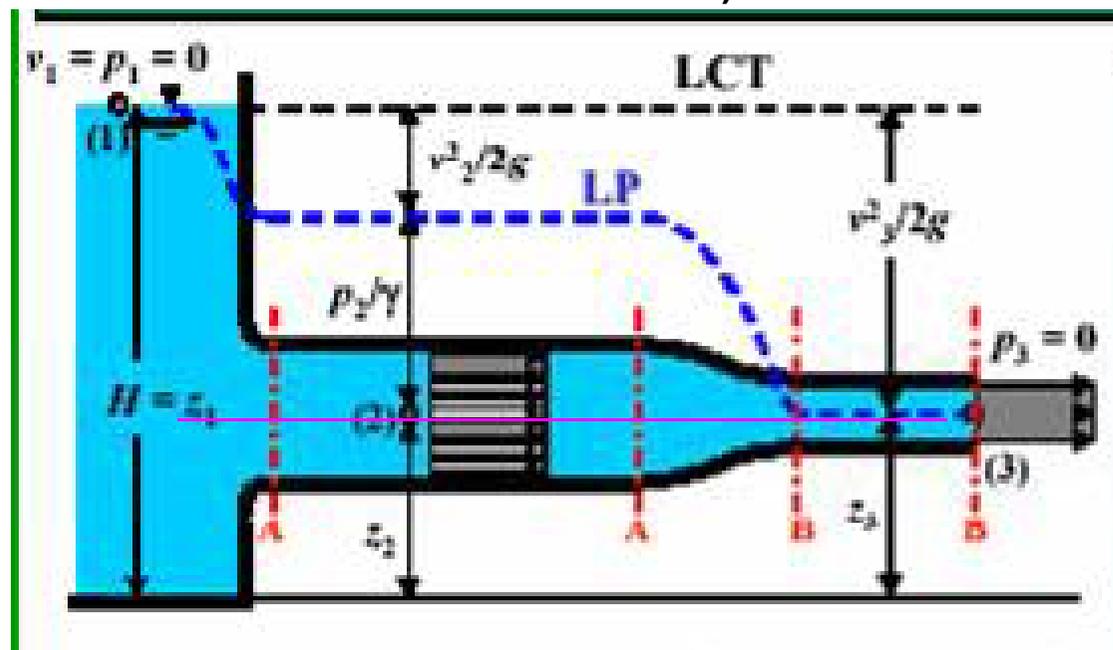
Congiungendo inoltre gli estremi dei segmenti rappresentativi della quota piezometrica $z + \frac{p}{\gamma}$ si otterrà un'altra linea, non necessariamente orizzontale, chiamata *linea piezometrica*

RAPPRESENTAZIONE GRAFICA DEL TEOREMA DI BERNOULLI (Tubo di flusso)

La rappresentazione grafica del trinomio di Bernoulli nel caso di una traiettoria è valevole anche per un tubo di flusso.

L'insieme delle linee di flusso individuano una superficie continua tubolare chiamata tubo di flusso.

Dato infatti un tubo di flusso di sezioni trasversali sufficientemente piccole, tali cioè da poter considerare le caratteristiche velocità e pressione costanti in tutti i punti di esse, si potrà assimilare il tubo alla propria traiettoria mediana (traiettoria del baricentro delle sue sezioni trasversali).



La linea dei carichi totali è orizzontale (H=cost)

$$Q=A \cdot V$$

La linea piezometrica, per fluido perfetto in moto permanente, varia in funzione della sezione del tubo di flusso, in questo caso (tubazione orizzontale con sezione non costante) gli scambi energetici avvengono fra p/γ e $v^2/2g$

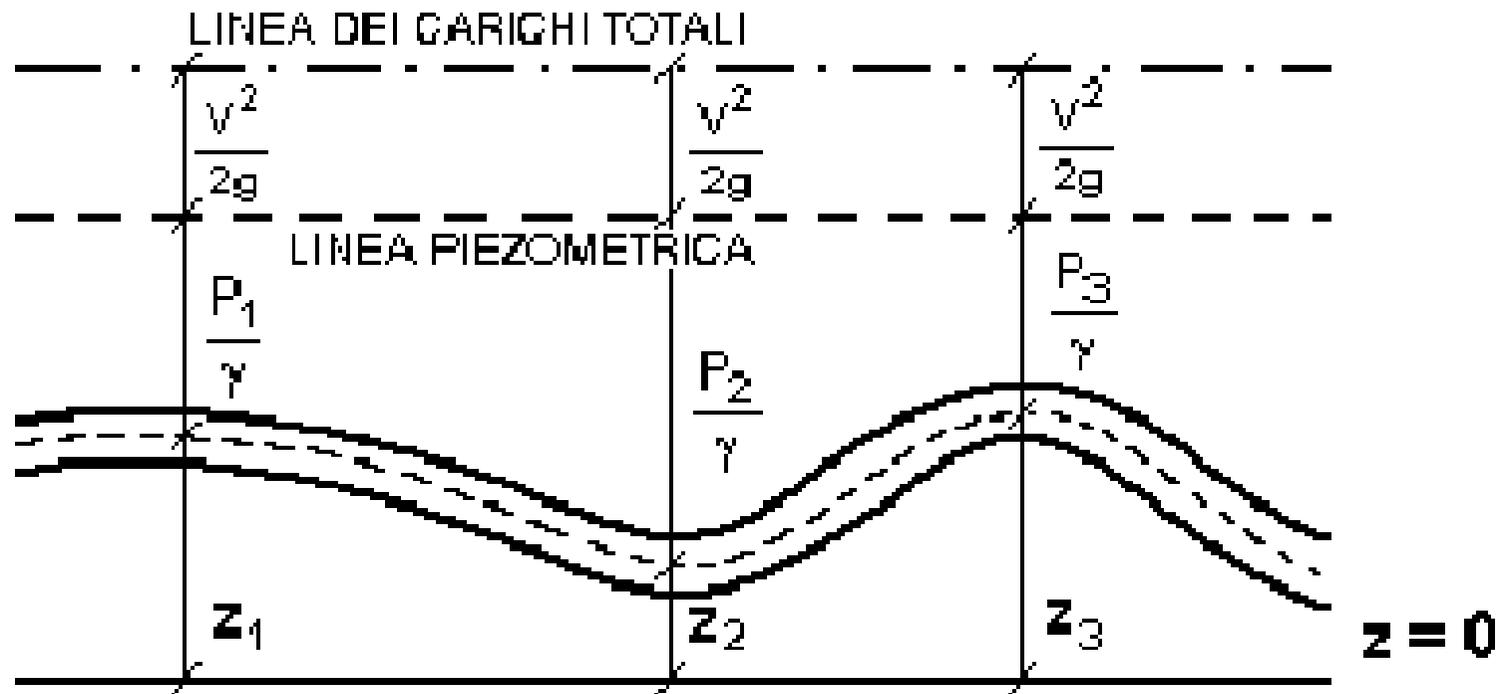
RAPPRESENTAZIONE GRAFICA DEL TEOREMA DI BERNOULLI (Tubo di flusso)

Nel caso di un tubo di flusso a sezione costante: $A = \text{cost}$, $Q = A \cdot V$

il moto è permanente: $Q = \text{cost} \Rightarrow v = \text{cost}$ e $v^2/2g = \text{cost}$

Pertanto la linea piezometrica risulta parallela alla linea dei carichi totali e quindi orizzontale.

In questo caso (sezione costante, z variabile) gli scambi energetici avvengono fra z e p/γ



Corsi di laurea di I livello:
Scienze e tecnologie agrarie

Parte B- TEOREMA DI BERNOULLI
FLUIDI NON PERFETTI

Materia: Idraulica agraria (6 CFU)

docente: prof. Antonina Capra

a.a. 2014-15

TEOREMA DI BERNOULLI – FLUIDI NON PERFETTI

A causa della presenza degli sforzi tangenziali tra le molecole del liquido, ma soprattutto tra il liquido e le pareti della condotta o del canale, si verifica una dissipazione di energia meccanica.

In un certo senso si potrebbe pensare che l'energia potenziale della corrente viene dissipata per vincere le resistenze al moto.

Il carico totale si mantiene comunque costante cosicché risulta:

$$z_1 + p_1/\gamma + v_1^2/2g = z_2 + p_2/\gamma + v_2^2/2g + Y$$

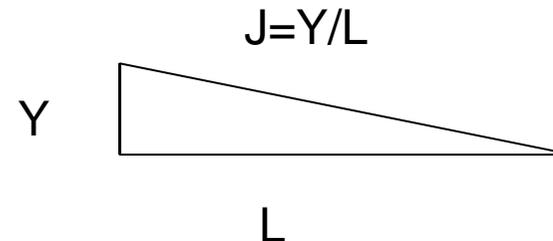
Essendo $Y =$ perdita di carico totale (di energia!!) distribuita durante il percorso

Con $Y = J \cdot L$

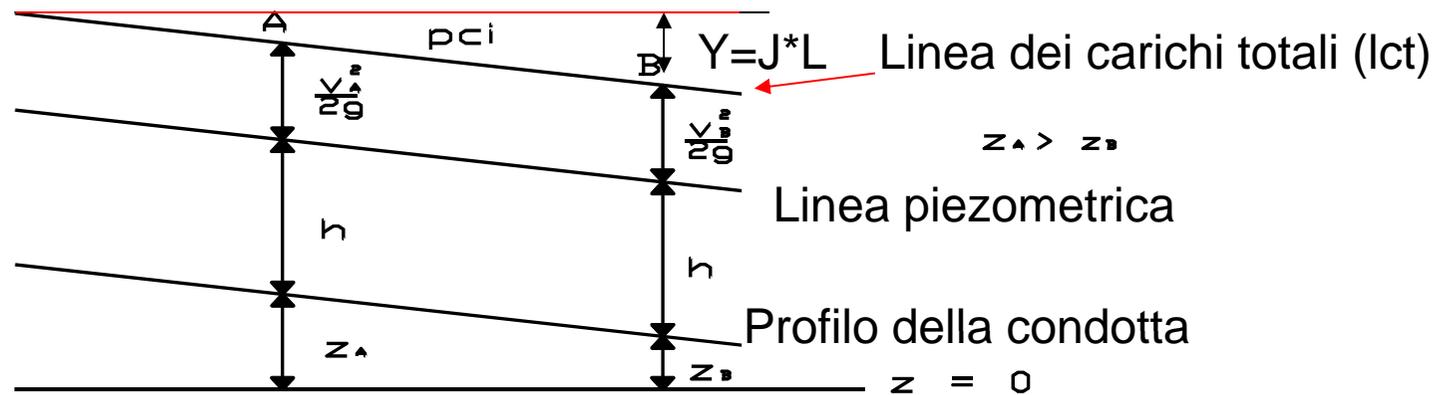
$J =$ perdita di carico per unità di percorso L (perdita di carico unitaria, ossia per unità di L)

$Y = J \cdot L$ rappresenta la perdita di carico distribuita relativa al tratto di lunghezza L , dovuta alla scabrezza della condotta o del canale.

J ha la formulazione di una pendenza ($=Y/L$) indica dunque l'inclinazione della cadente piezometrica ($z+p/\gamma$), funzione delle grandezze geometriche, cinematiche e fisiche che caratterizzano il moto.



Linea dei CARICHI TOTALI PER LIQUIDI NON PERFETTI



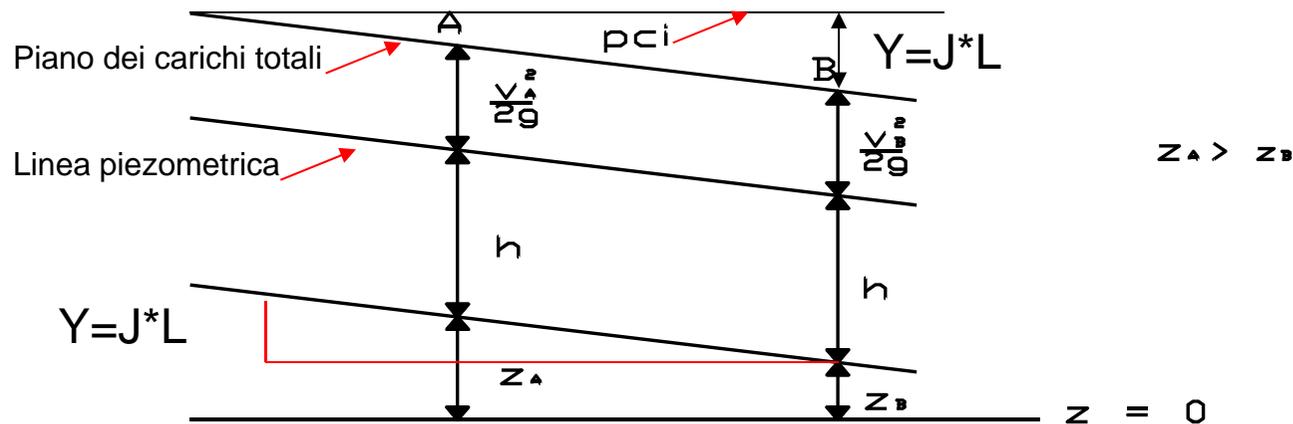
La linea dei carichi totali lct (H) è dunque inclinata nella direzione del moto, poiché H diminuisce della quantità Y

La linea orizzontale in alto prende il nome di piano dei carichi idrostatici (pci) è orizzontale perché rappresenta l'altezza che raggiungerebbe l'acqua in condizioni idrostatiche (principio dei vasi comunicanti)

Il pci dista dalla linea dei carichi totali della quantità Y ($J \cdot L$), che si manifesta solo con acqua in movimento

La linea piezometrica ($z+h = z+p/\gamma$) è inclinata e dista dalla lct della quantità $v^2/2g$

Applicazione ad una condotta monodiametrica o ad un canale con altezza dell'acqua h costante (moto uniforme)



Le diverse sezioni idriche A_i sono costanti

Quindi le velocità in corrispondenza di dette sezioni sono costanti (per l'equazione di continuità $Q=A*V$, quindi per $Q=cost$ e $A=cost$ anche $V=Q/A=cost$)

Essendo $V=cost$ anche $h=cost$, per cui si evince che

La pendenza della linea piezometrica è uguale alla pendenza di fondo del canale (o della condotta)

$$J = Y/L = i$$

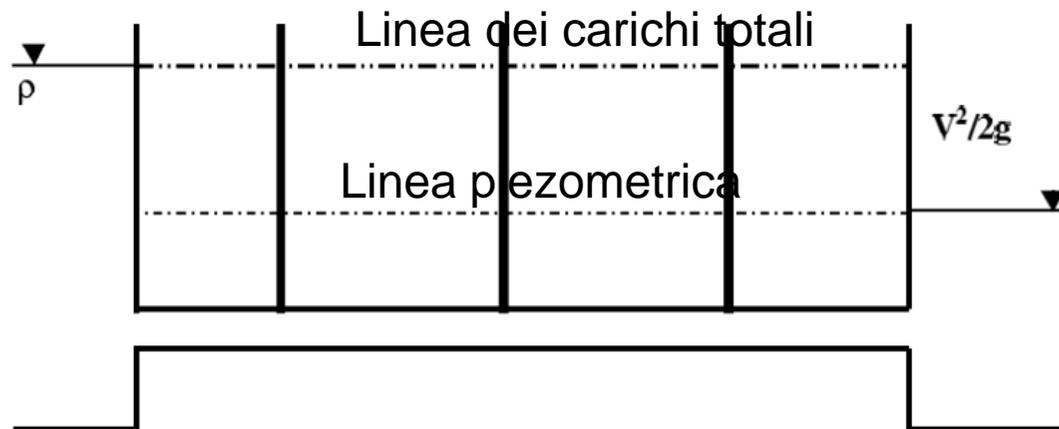
essendo il piano dei carichi totali parallelo alla linea piezometrica e al fondo del canale; $Y=z_A-z_B$ ossia la perdita di carico è uguale alla differenza di altezza geometrica

IL MOTO DEI FLUIDI REALI NELLE CORRENTI IN PRESSIONE

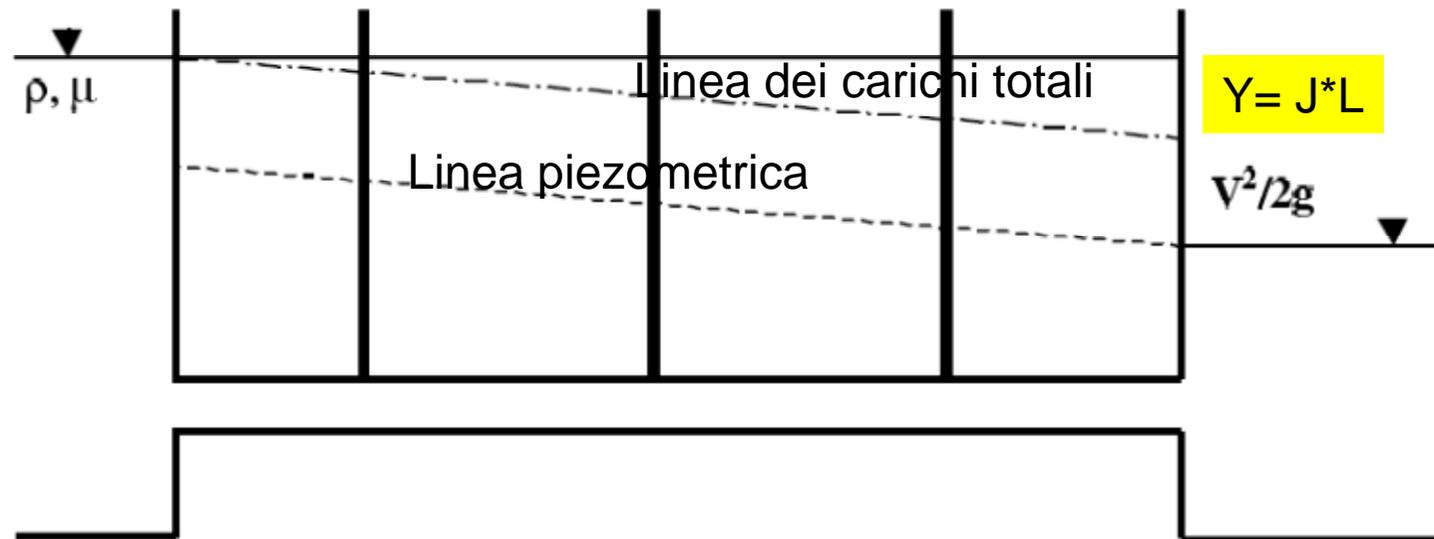
Una semplice esperienza può evidenziare la differenza di comportamento di un fluido reale rispetto a quello di un fluido perfetto:

- in un condotto tra due serbatoi è convogliata una portata fluida,
- il dislivello tra i due serbatoi si trasforma in energia cinetica
- una serie di piezometri consente il rilievo della linea piezometrica
- innalzandosi del termine cinetico $V^2/2g$ si ha la linea dei carichi totali.

Se il liquido fosse perfetto la linea dei carichi totali sarebbe orizzontale, alla quota del serbatoio di monte, mentre la linea piezometrica si svilupperebbe parallela ad essa raggiungendo, sempre orizzontalmente, il serbatoio di valle.



**Se eseguiamo l'esperienza con un fluido reale
i piezometri evidenzieranno che i loro menischi si dispongono a quote
calanti nel senso del moto;
ciò implica un analogo calo della linea dei carichi totali, conseguente alle
dissipazioni energetiche che inevitabilmente intervengono nel fenomeno.**



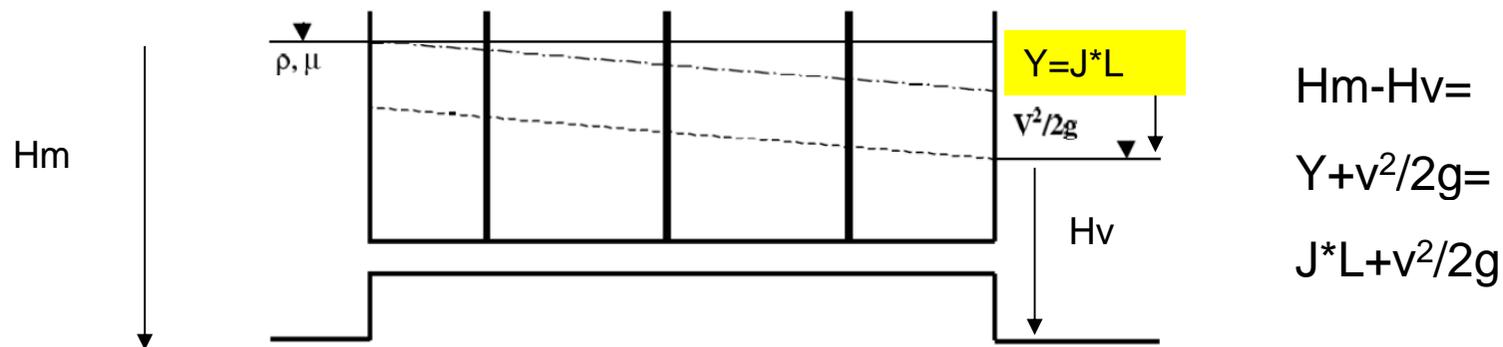
La diminuzione del carico con l'ascissa s prende il nome di cadente e si indica con la lettera J .

$$J = -\frac{\partial H}{\partial s}$$

In altre parole, il dislivello ($H_m - H_v$) disponibile tra i due serbatoi non si trasforma totalmente in energia cinetica, ma una parte di energia potenziale si dissipa durante il moto del fluido.

Le dissipazioni distribuite lungo il condotto prendono il nome di perdite di carico (di energia!!!) distribuite e risultano funzione di parametri

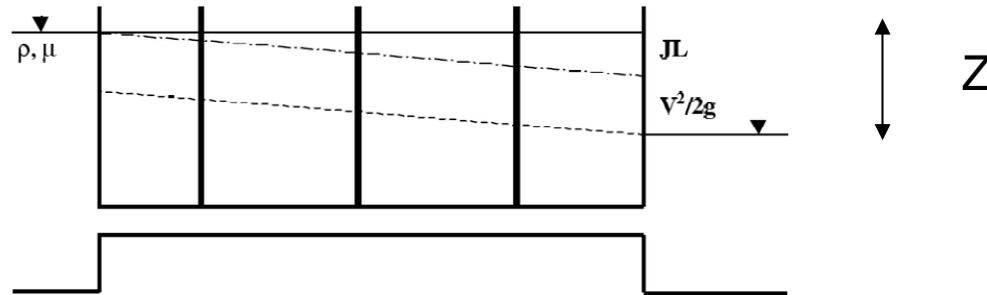
- geometrici (sezione, forma, scabrezza della condotta),
- fisici (densità e viscosità del fluido) e
- cinematici (velocità media o portata) della corrente $V=Q/A$



$$H_m - H_v =$$

$$Y + v^2/2g =$$

$$J \cdot L + v^2/2g$$



Su un tratto uniforme di lunghezza L , le perdite di carico distribuite risultano pari all'integrazione della cadente J (adimensionale: m/m o m/km) sul tratto L :

$$p.d.c. = Y = \int_1^2 J \cdot ds = J \cdot L$$

o il dislivello Z tra i serbatoi:

in parte si trasforma in energia cinetica ($V^2/2g$) che mette il liquido in movimento ed in parte ($Y=J \cdot L$) si dissipa sotto forma di energia termica

$$H_m - H_v = Z = (V^2/2g) + Y = (V^2/2g) + J \cdot L$$

Quanto detto ci conferma l'insufficienza nelle applicazioni pratiche della ipotesi di liquido perfetto.

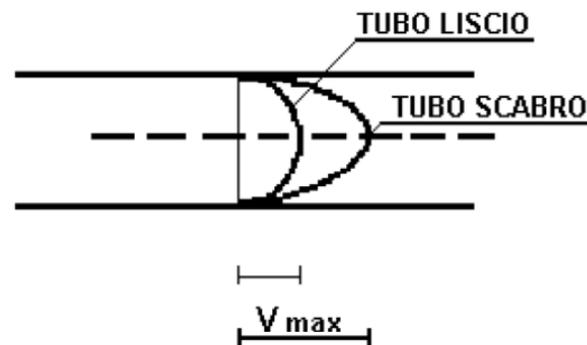
Anzi, mentre l'ipotesi di incomprimibilità può essere conservata con sufficiente approssimazione,

l'ipotesi di assenza di viscosità o di attrito interno nullo conduce a risultati completamente difforni dalla realtà.

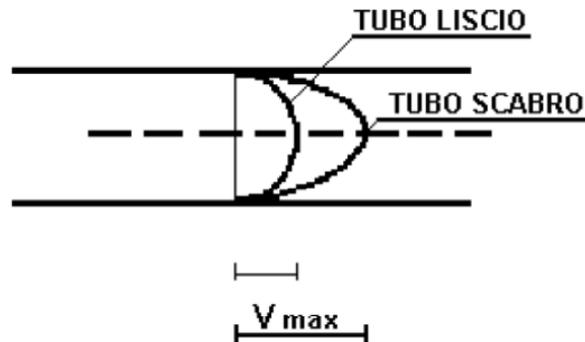
Il moto reale in effetti è dissipativo e quindi il livello energetico della massa di peso unitario non si mantiene costante, ma diminuisce nella direzione del moto.

La ragione sta proprio nelle azioni tangenziali e nelle resistenze dovute alla viscosità.

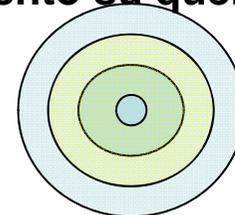
Le azioni tangenziali sono dovute alle differenze di velocità che sussistono all'interno del liquido tra le particelle in movimento.



Osserviamo una distribuzione di velocità in una sezione di una corrente cilindrica in moto uniforme



- L'andamento della velocità lungo un diametro è all'incirca parabolico.
- Esiste una velocità massima al centro ed una velocità nulla ai bordi.
- Tale paraboloide della velocità ha forme differenti a secondo della scabrezza della parete.
- E' più allungato nel caso della parete scabra e più appiattito nel caso della liscia.
- Ciascuna corona circolare del liquido in movimento sarà dotata di velocità diverse
 - la corona più esterna eserciterà un'azione frenante rispetto a quella più interna
 - viceversa quella più interna eserciterà un'azione di trascinamento su quella esterna

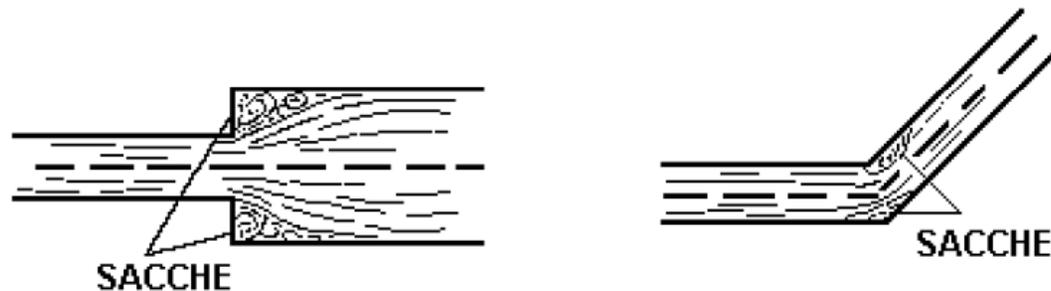


Queste azioni reciproche, e soprattutto quelle sull'involucro esterno vincolato, producono dissipazione di energia.

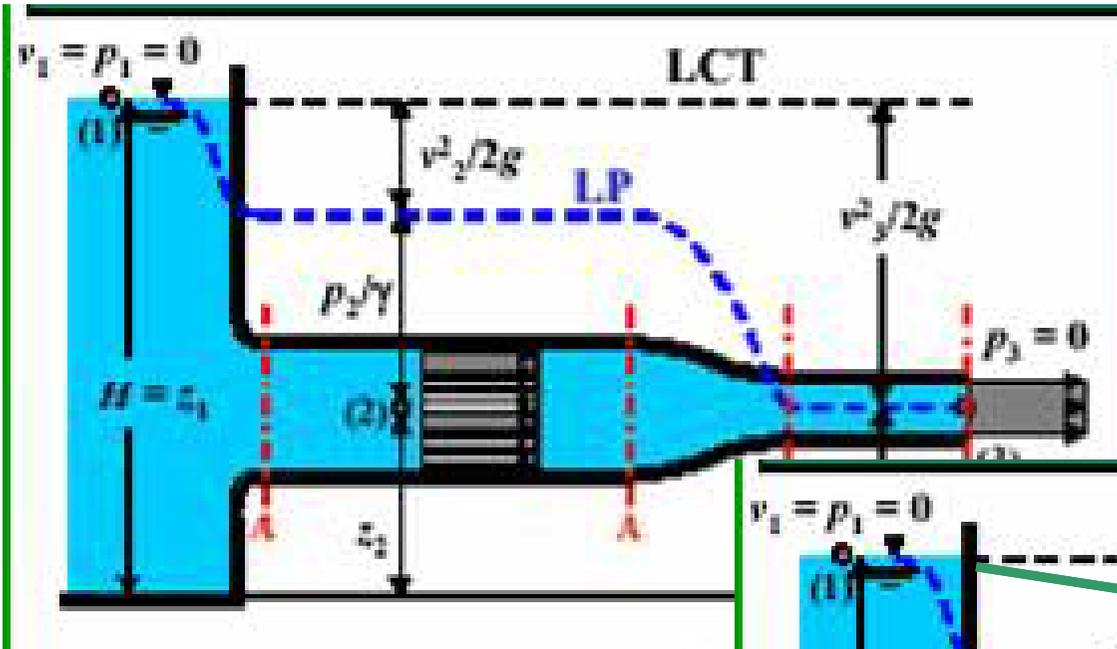
Perdite di carico localizzate

Se la condotta non conserva le sue caratteristiche di uniformità ma varia bruscamente la sezione o la direzione del suo asse

- l'esperienza rileva che si formano delle sacche di liquido che non partecipano al moto di trasporto.
- In esse si accentua la turbolenza e tutta l'energia viene dissipata dal moto di agitazione che in parte viene attivato dalla corrente in moto.
- La corrente in moto trasmette un'energia che non viene ritrasformata e risulta quindi perduta.
- Queste ulteriori dissipazioni di energia prendono il nome di perdite di carico localizzate

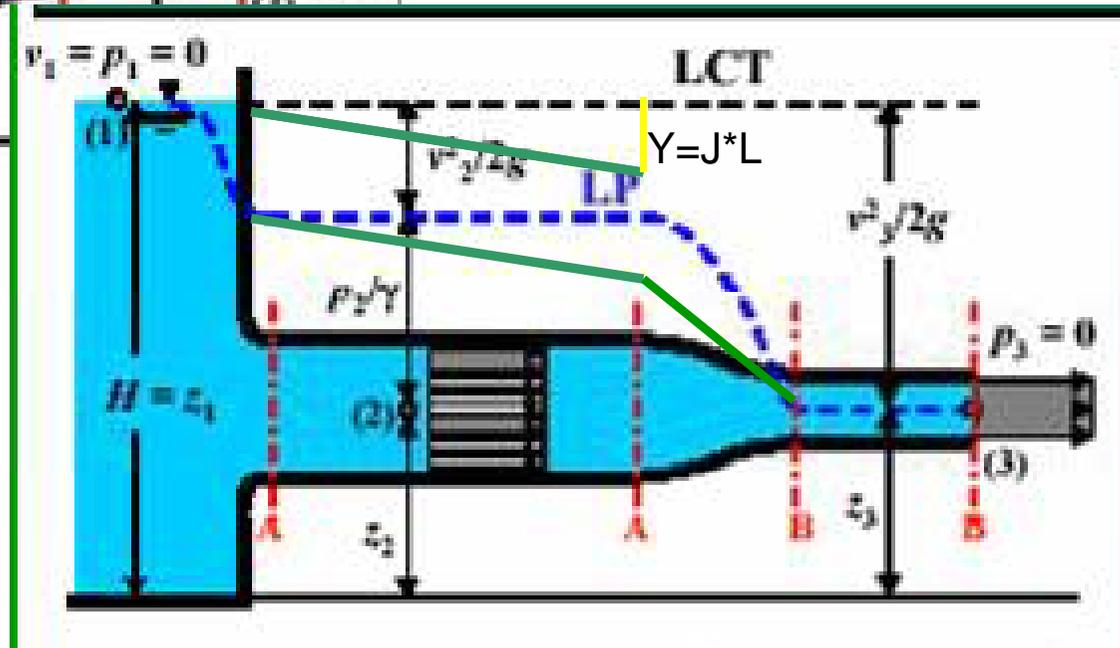


Esempi di linee piezometriche



a) Liquido perfetto

b) Liquido reale



Corsi di laurea di I livello:
Scienze e tecnologie agrarie

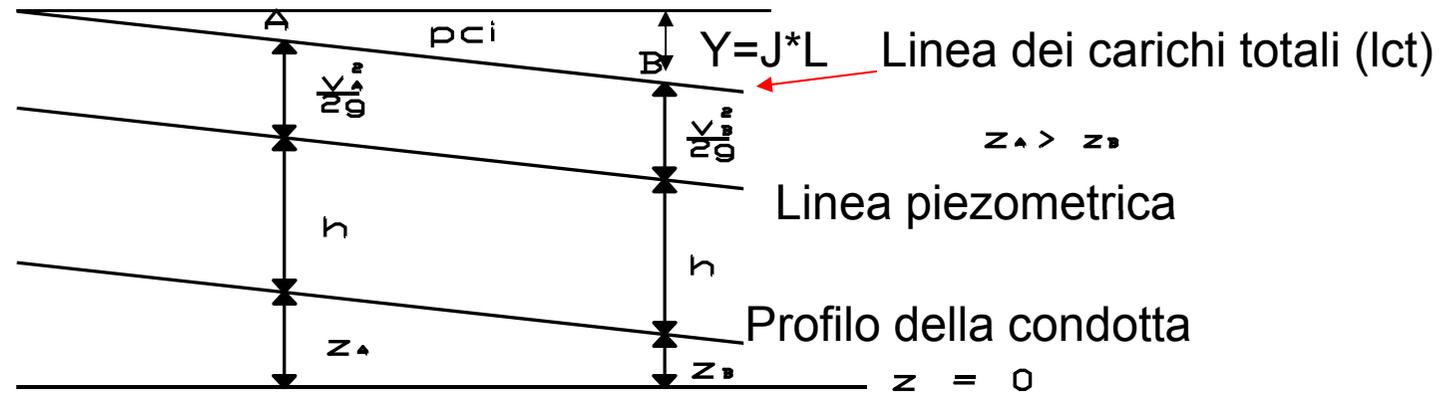
Parte B- Perdite di carico nelle condotte in pressione

Materia: Idraulica agraria (6 CFU)

docente: prof. Antonina Capra

a.a. 2014-15

Perdite di carico nelle condotte in pressione



$$z_1 + p_1/\gamma + v_1^2/2g = z_2 + p_2/\gamma + v_2^2/2g + Y$$

Con $Y = J \cdot L$

Y = perdita di carico distribuita durante il percorso

J = perdita di carico per unità di percorso L

In realtà, al posto di Y dovrebbe utilizzarsi

$$\sum Y_i + \sum \lambda_i$$

Con Y_i = perdita di carico distribuita nel tratto i del sistema

λ_i = perdita di carico localizzata nell'elemento i del sistema

prof. A. Capra

La determinazione delle perdite di carico costituisce un rilevante aspetto dell'idraulica.

Il problema non è affrontabile nella sua generalità e le espressioni utilizzate si devono ritenere valide in condizioni di moto uniforme.

Valutazione delle perdite di carico continue – moto uniforme

MOTO UNIFORME - condotto cilindrico

$$J = f(\text{grandezze geometriche, cinematiche, fisiche})$$

area – forma – scabrezza

V

$\mu, \rho, \text{ comprimibilità } (\epsilon)$

In un condotto a sezione circolare

$$J = J(D ; S ; V ; \mu ; \rho)$$

D : diametro del condotto

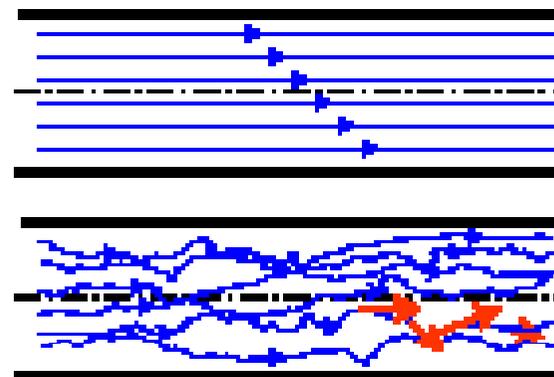
S : scabrezza delle pareti del condotto

V : velocità media della corrente

μ : viscosità del fluido

ρ : densità del fluido

La formulazione di J dipende anche dal tipo di movimento



Per affrontare situazioni pratiche di vario interesse è utile fare riferimento ad una relazione di origine sperimentale (formula di Darcy-Weisbach)

$$J = \lambda \frac{v^2}{2g \cdot D}$$

La f. di Darcy-Weisbach esprime la cadente J come proporzionale, tramite un fattore λ (detto numero indice di resistenza o resistenza ridotta - adimensionale), al rapporto tra altezza cinetica della corrente e diametro della condotta.

Per la determinazione della resistenza ridotta, e quindi di J, sarà necessario tenere presente il regime di moto (laminare o turbolento) e le caratteristiche idrauliche dei condotti (scabrezza).

Nel regime laminare le dissipazioni sono ascrivibili agli sforzi laminari che si originano durante il movimento, nel moto turbolento di transizione, accanto agli sforzi laminari troviamo quelli turbolenti, originati dagli scambi di quantità di moto tra le particelle contigue animate da velocità differenti.

nel moto assolutamente turbolento, le dissipazioni sono riconducibili agli sforzi turbolenti.

La dipendenza tra J e V (o Q/A) è

- lineare per il regime laminare,
- quadratica per il regime turbolento,
- con una dipendenza da una potenza poco inferiore a 2 nel caso di regime turbolento di transizione.

Regime laminare ($Re < 2000$)

$$\lambda = \frac{64}{Re}$$

Regime turbolento

Moto turbolento di transizione in tubi lisci

Es. Formula di Blasius

$$\lambda = f(Re)$$

Moto turbolento di transizione in tubi scabri

Formula di Colebrook - White

$$\lambda = f(Re, D, \varepsilon)$$

Regime turbolento

$$\lambda = f(D, \varepsilon)$$

$$Re = \frac{\rho V D}{\mu}$$

prof. A. Capra

Perdite di carico distribuite per il Moto assolutamente turbolento

Sono molto utilizzate le cosiddette formule pratiche, che si possono pensare derivate dalla formula di Chézy:

$$V = X\sqrt{R \cdot J}$$

ovvero

$$J = \frac{V^2}{X^2 R}$$

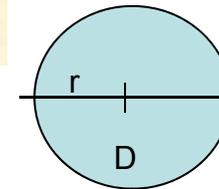
•R è il raggio idraulico (o raggio medio), definito come

$$R = A/C$$

○ il rapporto tra la sezione della corrente A ed il suo perimetro bagnato C

○ Es. per la sezione circolare

$$R = \frac{A}{C} = \frac{\pi \cdot r^2}{2 \cdot \pi \cdot r}$$



$$R = \frac{A}{C} = \frac{\pi \cdot \frac{D^2}{4}}{\pi D} = \frac{D}{4}$$

•X è il coefficiente di scabrezza.

Il valore di X può essere dedotto da diverse espressioni nelle quali appare un altro parametro detto indice di scabrezza (γ , m, k, n) dimensionale, che identifica lo stato delle pareti.

Formule monomie

- La F. di Chezy viene utilizzata soprattutto per i canali a superficie libera, mentre
- per il calcolo delle perdite di carico continue nelle condotte si usano soprattutto formule dette monomie (valide per un materiale dato)

$$Y = J \cdot L$$

$$m = \frac{m}{m} \cdot m$$

- la perdita di carico totale Y (m) è proporzionale alla perdita di carico unitaria J (m/m) ed alla lunghezza della condotta L (m)
- la perdita di carico unitaria è proporzionale circa alla 2^a potenza della Q ed inversamente proporzionale circa alla 5^a potenza del D
- la formula da utilizzare dipende dal materiale e, in alcuni casi, dal diametro della condotta

$$J = \frac{V^2}{X^2 \cdot R} = \left(\frac{Q}{A}\right)^2 \cdot \frac{1}{X^2 \cdot \frac{A}{C}} = \left(\frac{Q}{\frac{1}{4} \cdot \pi \cdot D^2}\right)^2 \cdot \frac{1}{X^2 \cdot \frac{D}{4}}$$

$$= \frac{Q^2}{\frac{1}{16} \cdot \pi^2 \cdot D^4} \cdot \frac{1}{X^2 \cdot \frac{D}{4}} = K_m \cdot \frac{Q^2}{D^5}$$

dove $K_e = \frac{1}{16} \cdot \pi^2 \cdot X^2 \cdot \frac{1}{4}$

In generale

$$J = K_m \cdot \frac{Q^{\approx 2}}{D^{\approx 5}}$$



Formule monomie per il calcolo delle perdite di carico continue (valide per un materiale dato)

Per materiale plastico e acciaio

$$Y = J \cdot L$$

$$J = K_m \cdot \frac{Q^{\approx 2}}{D^{\approx 5}}$$

F. di Watters e Keller

- per $D \leq 125$ mm, (a)
- per $D > 125$ mm, (b)

a

$$J = 7.89 \cdot 10^5 \cdot \frac{Q^{1.75}}{D_{\text{int}}^{4.75}}$$

b

$$J = 9.58 \cdot 10^5 \cdot \frac{Q^{1.83}}{D_{\text{int}}^{4.83}}$$

Nelle formule monomie si utilizzano unità di misure non omogenee; l'omogeneità dimensionale viene rispettata poiché i passaggi tra unità di misura sono compresi nel termine numerico che esprime K_e

$$J = \text{m/m}$$

$$Q = \text{l/s}$$

$$D = \text{mm}$$

Formula di Hazen-Williams

- C dipende dal materiale e, per le materie plastiche, anche dal diametro

Materiale	C
Alluminio	130
Acciaio (nuovo)	130
Acciaio (15 anni) o cemento	100

Materiale plastico

D > 75 mm, C = 150

D ≤ 75 mm C = 130

$$Y = J \cdot L$$

$$J = K_m \cdot \frac{Q^{\approx 2}}{D^{\approx 5}}$$

$$J = 1.21 \cdot 10^{10} \cdot \left(\frac{Q}{C} \right)^{1.852} \cdot \frac{1}{D_{\text{int}}^{4.87}}$$

j = m/m

Q = l/s

D = mm

C = coefficiente di perdita di carico

Altre formule monomie

Per l'acciaio

$$Y = J \cdot L$$

F. di Scimemi-Veronese

$$J = 6.81 \cdot 10^8 \cdot Q^{1.82}/D^{4.71}$$

Per l'alluminio leggero

$$J = K_m \cdot \frac{Q^{\approx 2}}{D^{\approx 5}}$$

F. Di Marchetti

$$J = 18.33 \cdot 10^8 \cdot Q^{1.83}/D^{4.95}$$

Per le materie plastiche

F. Di De Marchi-Marchetti

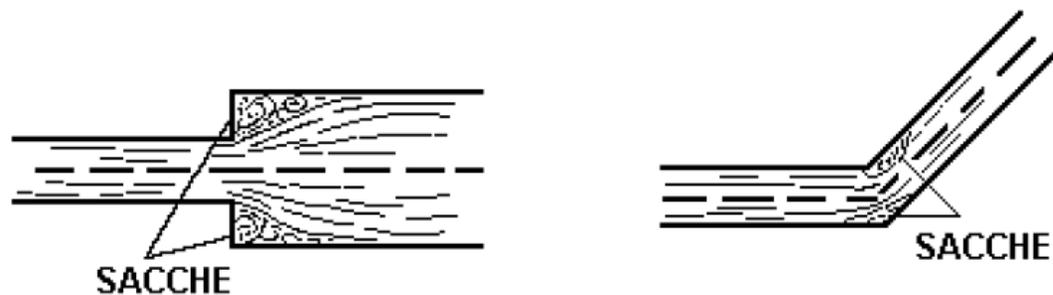
$$J = 9.24 \cdot 10^8 \cdot Q^{1.81}/D^{4.80}$$

$$\underline{J = m/km}$$

$$Q = l/s$$

$$D = mm$$

Perdite di carico localizzate



PERDITE DI CARICO LOCALIZZATE

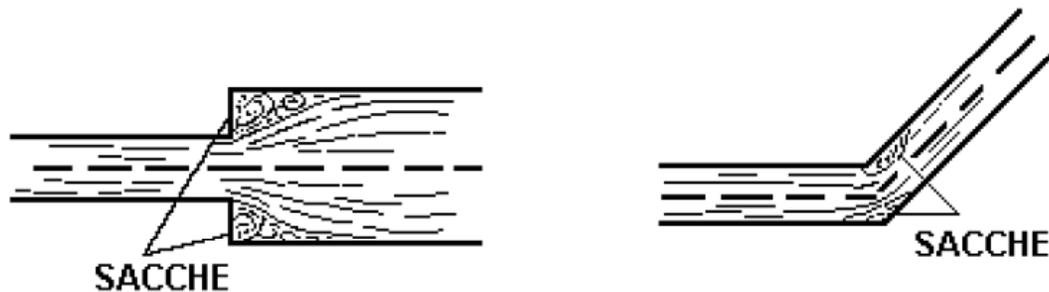
- Le perdite di carico localizzate (o concentrate) hanno luogo in zone piuttosto limitate dei sistemi idrici
- In generale possono ricondursi a fenomeni turbolenti innescati da variazioni marcate di
 - sezione, restringimenti e/o allargamenti,
 - direzione,
 - passaggio attraverso apparecchiature,
 - biforcazioni o confluenze,
 - etc...
- Risultano, solitamente, proporzionali al quadrato della velocità della corrente e possono essere espresse tramite formule del tipo:

Dove il coefficiente α

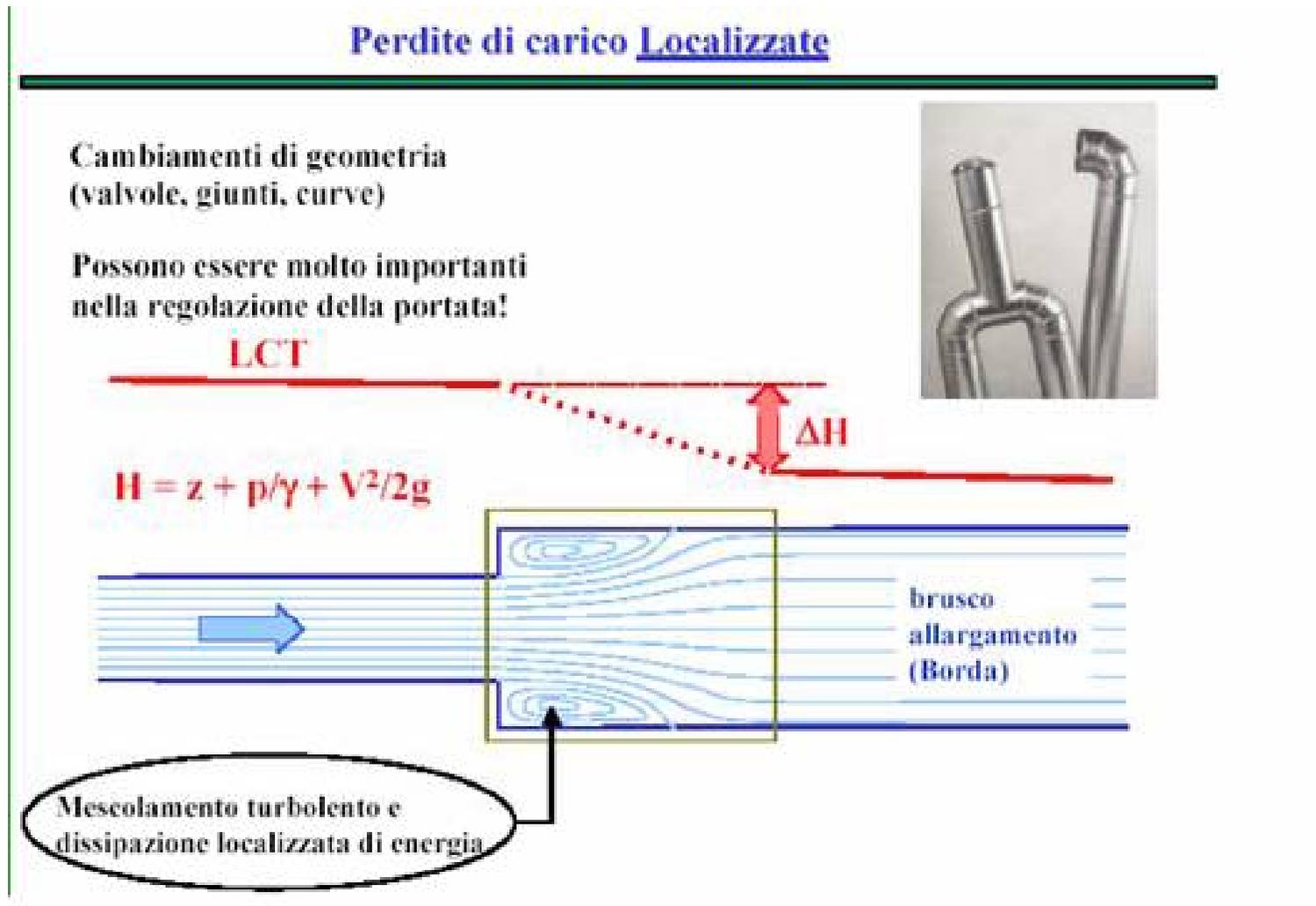
- è calcolabile in alcuni casi
- viene desunto da prove sperimentali.

$$\lambda = \alpha \frac{V^2}{2g}$$

$$\lambda = \alpha \left(\frac{Q}{A} \right)^2 \cdot \frac{1}{2g}$$



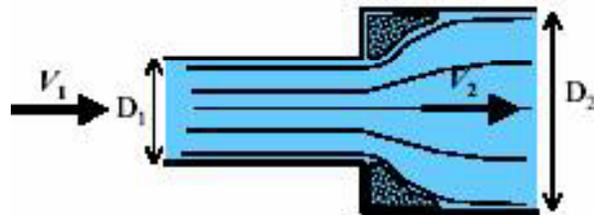
I cambiamenti nella geometria del sistema sono spesso dovuti alla presenza di componenti aggiuntivi (valvole, giunti, curve). In queste zone la corrente non è lineare. Le linee dei carichi totale e piezometrica in tali brevi tratti sono solo "linee di raccordo".



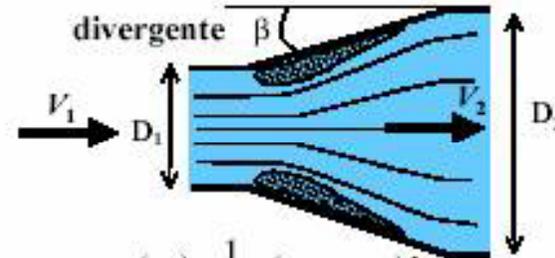
Perdite di carico Localizzate

$$\Delta H_{loc} = \alpha \frac{V^2}{2g} \text{ dove } \alpha \text{ dipende dalla geometria}$$

brusco allargamento

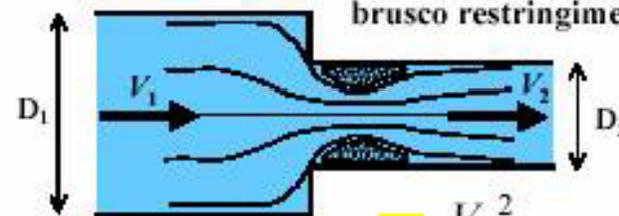


$$\begin{aligned} \Delta H_{loc} &= \frac{1}{2g} (V_1 - V_2)^2 \\ &= \left[1 - \frac{A_1}{A_2} \right]^2 \frac{V_1^2}{2g} \end{aligned}$$



$$\Delta H_{loc} = m(\beta) \frac{1}{2g} (V_1 - V_2)^2$$

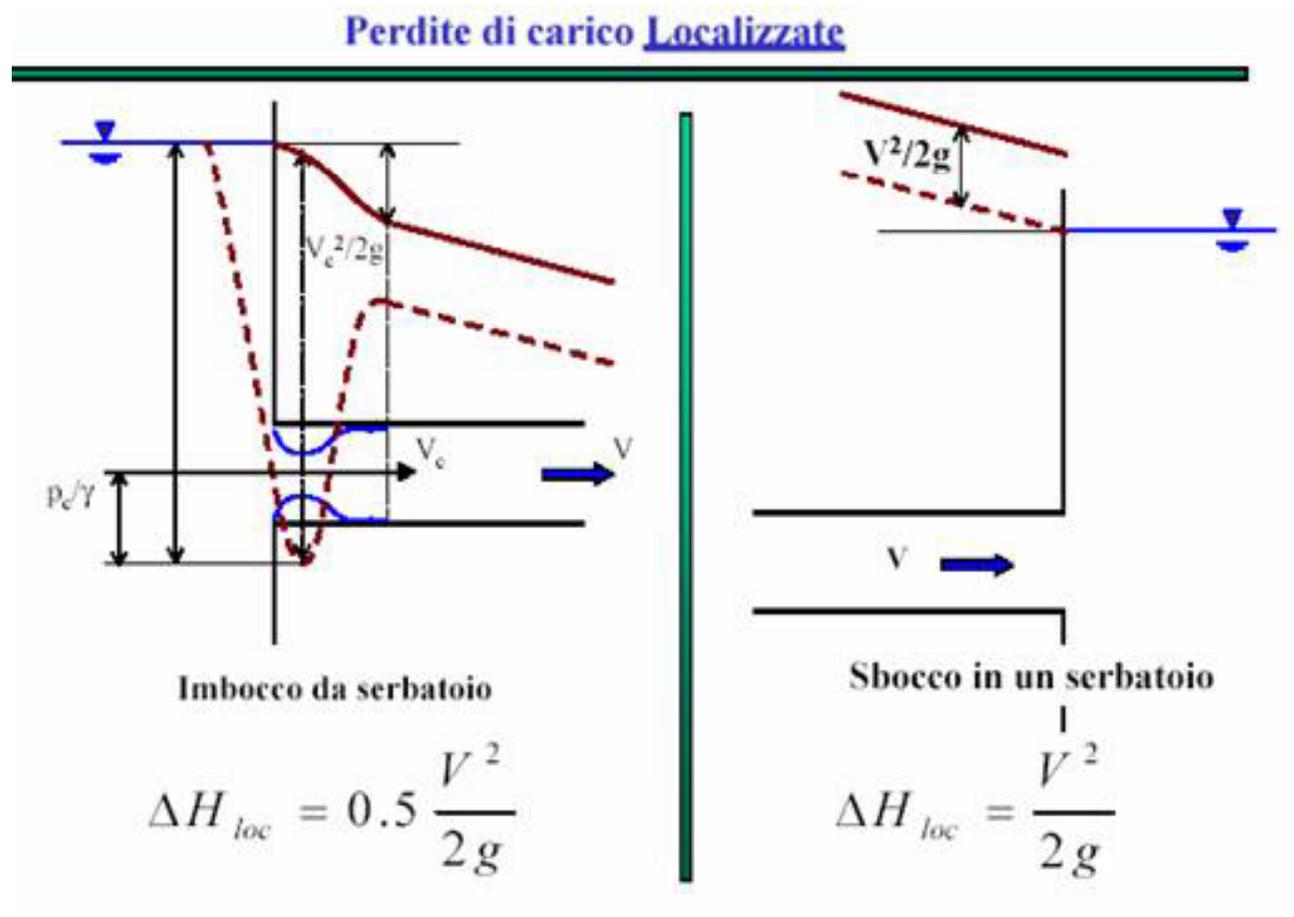
brusco restringimento



$$\Delta H_{loc} = \alpha \frac{V_2^2}{2g}$$

$$\begin{aligned} \alpha &= 0.5 \text{ per } D_1 > 2 D_2 \\ &< 0.5 \text{ per } D_1 < 2 D_2 \end{aligned}$$

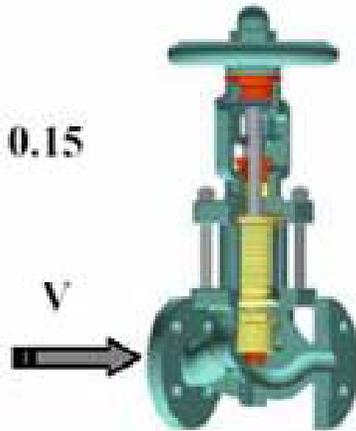
Si assumono le perdite concentrate come proporzionali all'energia cinetica caratteristica della corrente, tramite un coefficiente che in genere dipende dalla geometria dei componenti utilizzati.



Perdite di carico Localizzate

Saracinesche completamente aperte

$$\alpha = 0.15$$



Curve $\alpha < 0.6$

$\alpha = f(\text{curvatura, diametro tubo, regime moto})$

Allargamenti con raccordo conico $\alpha < 0.75$

$\alpha = f(\text{rapporto di allargamento})$

Confluenze $0.5 < \alpha < 2.0$

$\alpha = f(\text{forma confluenza, divisione portate})$



In Figura sono rappresentate alcuni valori del coefficiente n , in corrispondenza di diverse situazioni di flusso e tipologie di pezzi speciali utilizzati in sistemi di condotte.

Corsi di laurea di I livello:
Scienze e tecnologie agrarie

**Parte B- Perdite di carico nelle condotte degli impianti
di irrigazione**

Materia: **Idraulica agraria** (6 CFU)

docente: prof. Antonina Capra

a.a. 2014-15

Perdite di carico nelle condotte degli impianti di irrigazione negli impianti di irrigazione

- Perdite di carico distribuite lungo il percorso
- Perdite di carico localizzate

Si generano in corrispondenza di

- bruschi allargamenti o riduzioni di diametro delle condotte
- inserimento degli erogatori nelle ali irrigue,
- gomiti, curve, saracinesche, filtri e altri raccordi e apparecchi.

Valutazione pratica delle pdc localizzate negli impianti di irrigazione-

Metodo della lunghezza-equivalente

- Per semplicità, si può ricorrere ad un sistema di valutazione alternativo che si avvale di tabelle che permettono di **trasformare ogni fonte di perdita localizzata in metri equivalenti di tubazione**.
- Le **perdite di carico totali** ($Y_{tot} = \text{distribuite} + \text{localizzate}$) si ottengono applicando una delle formule monomie viste per il calcolo delle perdite di carico distribuite unitarie (J) e sostituendo alla lunghezza reale della condotta (L) una **lunghezza “fittizia”** (L_{fitt}) data dalla **somma della lunghezza reale della tubazione e della lunghezza-equivalente** agli “accidenti” che causano le perdite occasionali.

$$Y = J \cdot L$$

$$J = K_m \cdot \frac{Q^{\approx 2}}{D^{\approx 5}}$$

$$Y_{tot} = J \cdot (L_{fitt}) = K_m \cdot \frac{Q^{\approx 2}}{D^{\approx 5}} \cdot (L + L_{eq})$$

Esempio di applicazione del metodo della lunghezza equivalente (da <http://www.aquaverde.it/progettazione-6.php>)

TABELLA DELLE LUNGHEZZE EQUIVALENTI
PER LA VALUTAZIONE DELLE PERDITE DI CARICO

Denominazione	Particolari costruttivi o di esercizio	Grado di apertura	L / D
Valvola a globo	Sede libera Otturatore guidato	100 %	340
		100 %	450
Valvola ad angolo	Sede libera Otturatore guidato	100 %	145
		100 %	200
Valvola a flusso libero	Asta inclinata di 60° Asta inclinata di 45°	100 %	175
		100 %	145
Saracinesca	A cuneo	100 %	13
		75 %	35
		50 %	160
		25 %	900
Valvola a farfalla	DN maggiore di 150	100 %	20
Valvola a sfera	Passaggio totale	100 %	5
Rubinetto a maschio (a 2 oppure 3 vie)	Flusso dritto Flusso a 90°	100 %	44
		100 %	140
Valvola di ritegno	A globo Ad angolo A battente A sfera (verticale) A sfera (orizzontale)	100 %	340
		100 %	145
		100 %	135
		100 %	150
		100 %	150
Valvola di fondo	Con succheruola	100 %	420
Raccordi	Gomito a 90° Gomito a 45° Curva a 90° Te (passaggio dritto) Te (passaggio a 90°)		30
			16
			20
			20
			60

Condotta del diametro $D = 63 \text{ mm}$, di lunghezza $L = 50 \text{ m}$.

Lungo il suo percorso, siano posizionate:

- 1 saracinesca
- 1 valvola di non ritorno a sfera
- 3 gomiti a 90°

Dalla tabella rileviamo (con L e D in m):

- per la saracinesca (supposta completamente aperta): $L / D = 13$
- per la valvola di non ritorno: $L / D = 150$
- per un gomito a 90° : $L/D = 30$

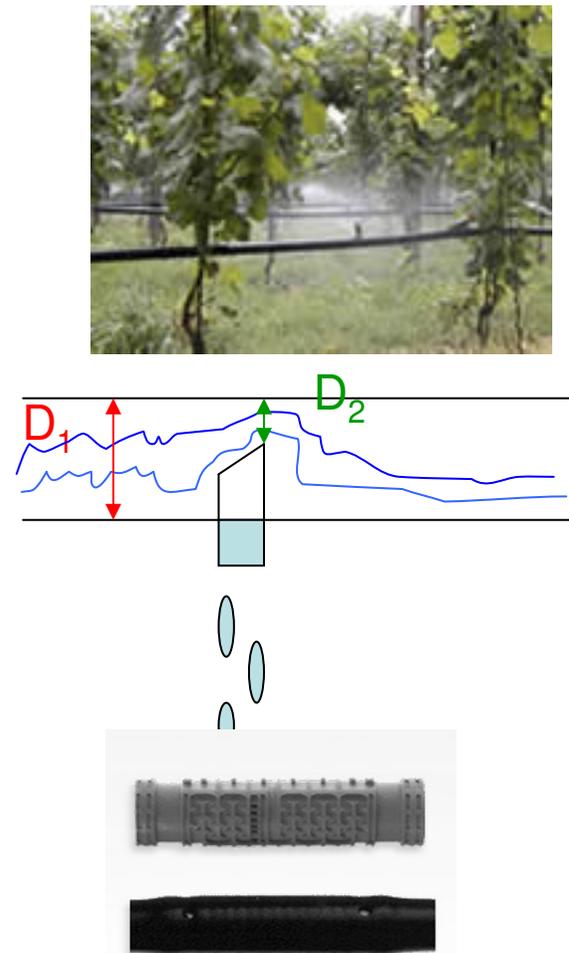
Supponendo che gli “accidenti” presenti lungo la tubazione in discussione abbiano lo stesso D , possiamo valutare:

- per la saracinesca: $L = 13 \times 0,063 \text{ m} = 0,819$ metri-equivalenti
 - per la valvola di ritegno: $L = 150 \times 0,063 = 9,450$ metri-equivalenti
 - per i 3 gomiti a 90° : $L = 3 \times (30 \times 0,063) = 5,45$ metri-equivalenti
- per un totale di circa 16 metri-equivalenti

$$L_{fitt} = (L + L_{eq}) = 50 + 16 = 66 \text{ m}$$

Perdite di carico localizzate dovute all'inserimento degli erogatori nelle ali irrigue

- Si valutano come l'insieme delle pdc localizzate e distribuite per brusco restringimento, tratto a sezione inferiore rispetto alla tubazione e brusco allargamento di sezione



Perdite di carico localizzate dovute all'inserimento degli erogatori sull'ala irrigua

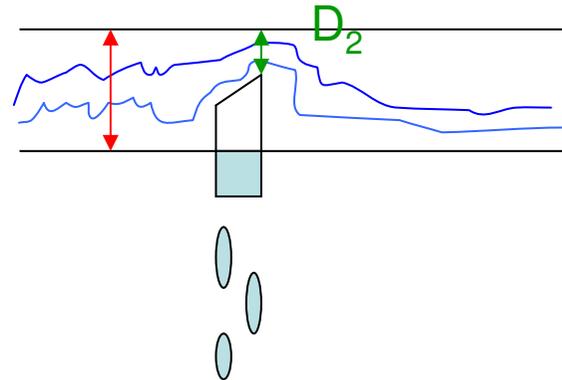
L'inserimento degli erogatori sull'ala irrigua può essere:



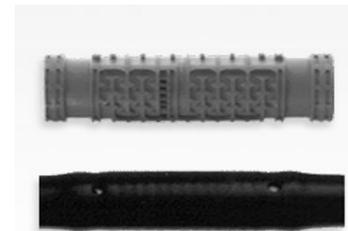
In linea (gocciolatori coestrusi al tubo durante il processo di fabbricazione)

In ogni caso la presenza degli erogatori provoca pdc localizzate dovute a bruschi restringimenti e allargamenti di sezione della tubazione

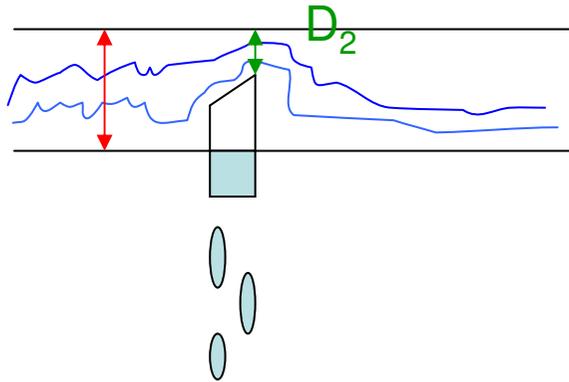
In derivazione



In linea



Valutazione delle perdite di carico localizzate all'innesto degli erogatori



Formula generale

$$\lambda = \alpha \frac{v^2}{2 \cdot g}$$

Per $v = \frac{Q}{A}$

$$\lambda = \alpha \frac{Q^2}{A^2} \cdot \frac{1}{2g} = \alpha \frac{Q^2}{\left(\frac{1}{4} \pi D^2\right)^2} \cdot \frac{1}{2g}$$

$$\lambda = \alpha \cdot k \frac{Q^2}{D_{int}^4}$$

Metodo della lunghezza-equivalente

Lunghezza equivalente per la stima delle pdc dovute alla presenza di un erogatore

	Gocciolatori in linea	Gocciolatori e spruzzatori in derivazione					
		$D_{int} = 8$	10	12.8	16.8	21.8	28.2
l_f	0.20	0.40	0.25	0.20	0.07	0.05	0.04

α = coefficiente dipendente dalle condizioni specifiche dell'innesto; g = accelerazione di gravità = 9.81 m/s²; Q = portata, m³ s⁻¹; A = area della sezione liquida, m²; D_{int} = diametro interno della tubazione, m

Condotte lunghe e condotte corte

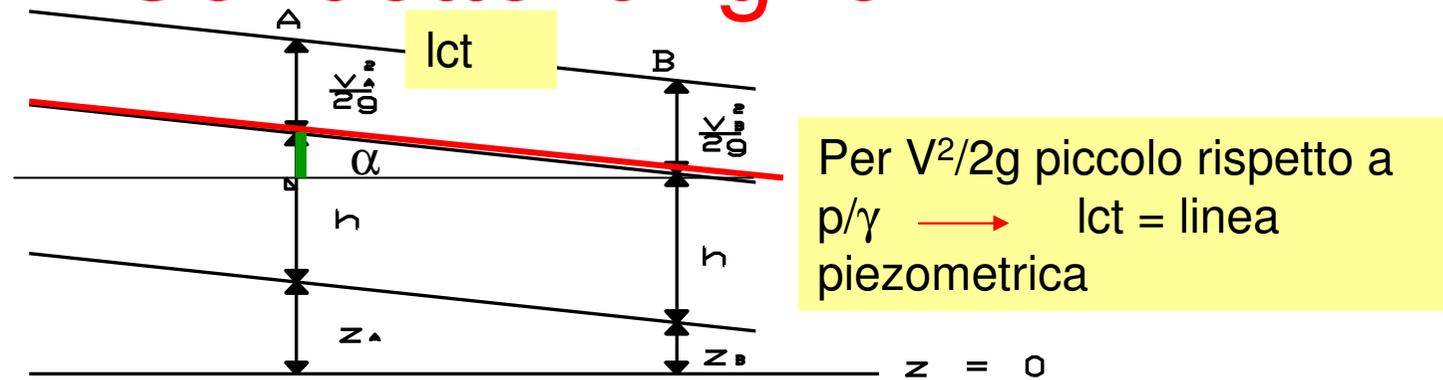
Le perdite di carico localizzate

- vengono trascurate nel caso di **lunghe condotte**
- sono particolarmente importanti in presenza di **condotte corte**, nelle quali le perdite di carico continue sono modeste, e dello stesso ordine di grandezza di quelle localizzate

Si definiscono **lunghe condotte** quelle tubazioni per le quali:

- le **perdite di carico localizzate** si possono **considerare trascurabili** (ossia le perdite di carico distribuite sono molto maggiori di quelle localizzate);
- l'altezza cinetica $v^2/2g$ è piccola rispetto alla quota piezometrica $z+p/\gamma$
- la lunghezza della condotta L si può assumere pari alla sua proiezione orizzontale.

Condotte lunghe

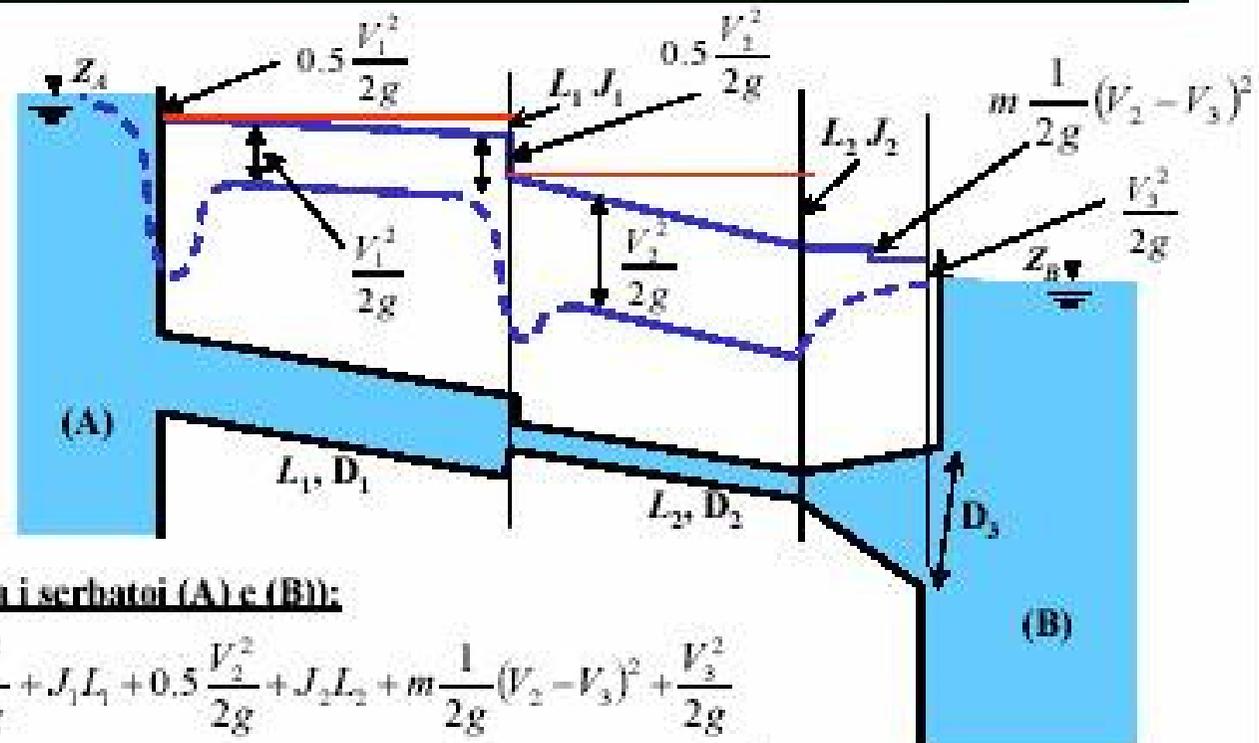


- Poiché l'altezza cinetica $v^2/2g$ è piccola rispetto alla quota piezometrica $z+p/\gamma$, si possono considerare **praticamente coincidenti la linea dei carichi totali e la linea piezometrica**;

$$J=Y/L$$

La cadente piezometrica J , data dal rapporto tra le perdite di carico Y e la lunghezza L della condotta, coincide con la tangente dell'angolo α che la piezometrica forma con l'orizzontale, ossia con la pendenza della piezometrica

Tracciamento delle linee dei Carichi Totali e Piezometrica

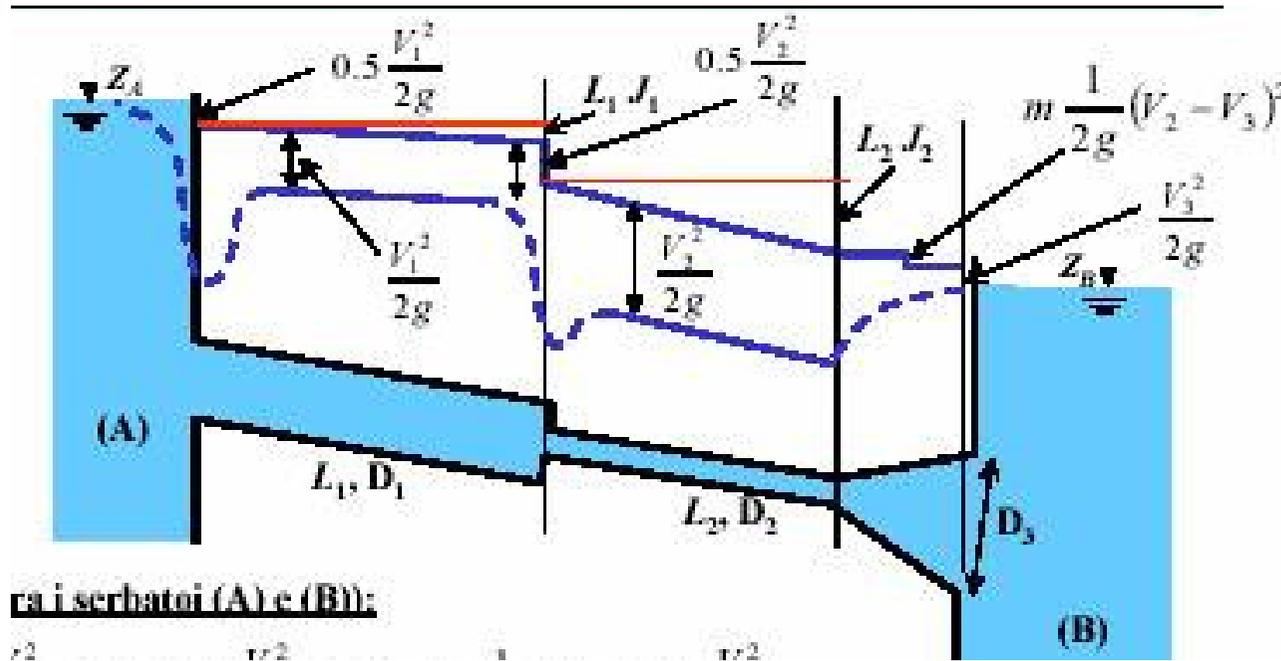


Eq. 1-D (condotto tra i serbatoi (A) e (B)):

$$Z_A - Z_B = 0.5 \frac{V_1^2}{2g} + J_1 L_1 + 0.5 \frac{V_2^2}{2g} + J_2 L_2 + m \frac{1}{2g} (V_2 - V_3)^2 + \frac{V_3^2}{2g}$$

$$Z_A - Z_B = 0.5 \frac{Q^2}{2gA_1^2} + J_1 L_1 + 0.5 \frac{Q^2}{2gA_2^2} + J_2 L_2 + m \frac{Q^2}{2g} \left(\frac{1}{A_2} - \frac{1}{A_3} \right)^2 + \frac{Q^2}{2gA_3^2}$$

esprimendo J_1 e J_2 in funzione di Q



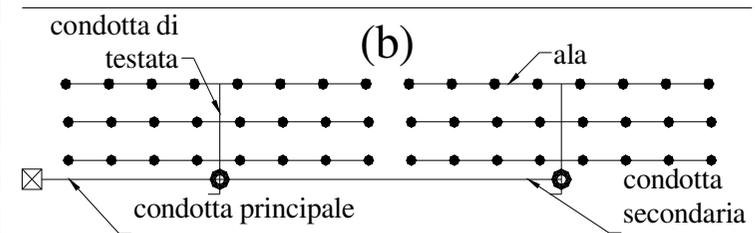
Linea dei Carichi Totali. Siano Z_A e Z_B le quote piezometriche di monte e di valle, in questo caso coincidenti con i livelli nei due serbatoi, nei quali il liquido viene considerato in quiete: la differenza ($Z_A - Z_B$) è l'energia potenziale destinata a trasformarsi in perdite, ovvero a “consumarsi” per permettere il moto del liquido nella condotta. L'energia potenziale ($Z_A - Z_B$) eguaglia le perdite nel trasferimento, ovvero:

$$\underline{(Z_A - Z_B) = perdite distribuite + perdite localizzate}$$

Le perdite distribuite sono nei due tronchi di condotta con i due diversi diametri; si possono chiamare rispettivamente $J_1 L_1$ ed $J_2 L_2$, dove le J sono le cadenti piezometriche e le L le lunghezze dei vari tratti.

Le perdite localizzate sono, procedendo da monte verso valle: (1) perdita di imbocco (per il caso in figura, “a spigolo vivo”); (2) perdita di brusco restringimento; (3) perdita dovuta al diffusore; (4) perdita di sbocco.

Tipi di condotte negli impianti irrigui (criterio di classificazione di tipo idraulico)



Dal punto di vista idraulico:

Le condotte di distribuzione sono condotte con sbocchi equidistanti e di uguale portata (l'acqua viene erogata lungo il percorso)

Le condotte secondarie e principali sono condotte ad unico sbocco finale (l'acqua entrante in una data sezione viene erogata tutta allo sbocco finale)

Perdite di carico nelle condotte ad unico sbocco finale

- Sono condotte a portata **Q costante**
- Tutta la portata entrante esce dopo aver percorso la lunghezza L
- Es. una condotta principale di adduzione dell'acqua da una vasca ad un impianto irriguo di distribuzione
- **Per tratti a diametro D costante**, la **perdita di carico totale y** (m) è proporzionale alla perdita di carico unitaria j (m/m) ed alla lunghezza della condotta L (m)

$$y = j \cdot L$$

a

$$J = K_m \cdot \frac{Q^{\approx 2}}{D^{\approx 5}}$$

$$j = 7.89 \cdot 10^5 \cdot \frac{Q^{1.75}}{D_{\text{int}}^{4.75}}$$

$$j = \text{m/m}$$

$$Q = \text{l/s}$$

$$D = \text{mm}$$

Effetto delle uscite equidistanti e di uguale portata sulle perdite di carico.

Nelle condotte di distribuzione (ali e condotte di testata) la portata non è costante per tutta la lunghezza L , ma cambia per ogni tratto di condotta

Esempio per un'ala irrigua:

la portata diminuisce nella direzione del moto man mano che l'acqua fuoriesce dagli erogatori

se chiamiamo q la portata di ogni erogatore, n ($=12$) il numero di erogatori sull'ala, i diversi tratti di condotta ($i=12$) avranno portate diverse (Q_i) e uguali a:

Partendo dall'ingresso dell'acqua e spostandosi verso la fine della condotta:

$$Q_{1-2} = q \cdot n = q \cdot 12$$

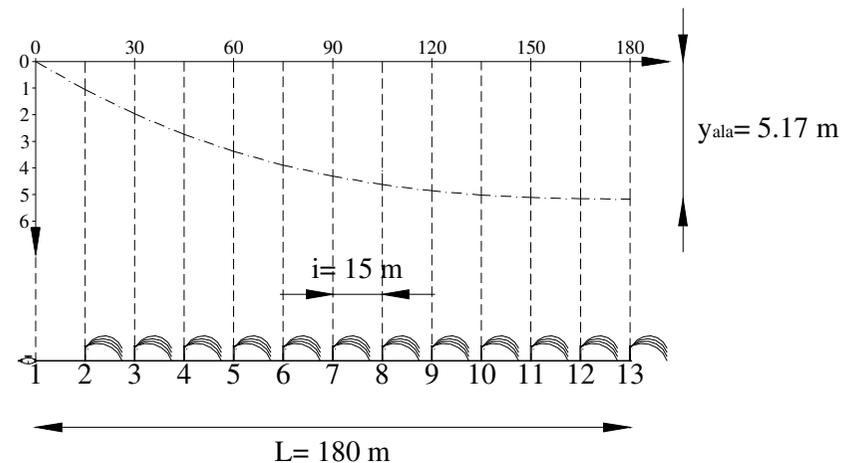
$$Q_{2-3} = q \cdot (n-1) = q \cdot (12-1) = q \cdot 11$$

$$Q_{3-4} = q \cdot (n-2) = q \cdot (12-2) = q \cdot 10$$

.....

$$Q_{12-13} = q$$

Ala con 12 (n) erogatori



- Poiché le pdc dipendono circa dal quadrato di Q , man mano che Q diminuisce diminuiscono, nei diversi tratti, anche le pdc

- Le pdc saranno maggiori nei tratti iniziali (Q maggiori) e minori in quelli finali

$$J = K_m \cdot \frac{Q^2}{D^5}$$

- Complessivamente, le pdc in una condotta con sbocchi saranno minori rispetto alla stessa condotta (uguale D e L) ove, però, tutta la Q entrante esce alla fine.

Calcolo delle perdite di carico nelle condotte con sbocchi intermedi

Si possono calcolare come:

(a) **Metodo generale**: somma delle perdite di carico y_i degli N tratti i ognuno con portata q_i (la portata q di ogni sbocco, il diametro D e la lunghezza l dei tratti possono essere diversi o costanti)

$$a \quad y = \sum_{i=1}^N y_i = \sum_{i=1}^N j_i \cdot l_i = k \cdot \frac{q_1^b}{D_{1int}^c} \cdot l_1 + k \cdot \frac{q_2^b}{D_{2int}^c} \cdot l_2 + \dots + k \cdot \frac{q_N^b}{D_{Nint}^c} \cdot l_N$$

(b) **formula semplificata**: per condotte con sbocchi di uguale portata q , equidistanti (lunghezza l dei tratti costante), e di uguale diametro D ;

le pdc si calcolano come se tutta la Q entrante percorresse tutta la lunghezza L per uscire alla fine della condotta, poi si moltiplicano per un fattore di riduzione F

$$y = j \cdot L \cdot F = k \cdot \frac{Q^b}{D_{int}^c} \cdot L \cdot F$$

Fattore di riduzione F

si trova tabulato in funzione del numero di tratti a portata diversa (N) e dell'esponente di Q nella formula monomia per il calcolo delle pdc unitarie J

$$J = K_m \cdot \frac{Q^{=2}}{D^{=5}}$$

Numero di tratti a portata diversa, N	F			F (1/2)		
	b = 1.75	b = 1.83	b = 1.852	b = 1.75	b = 1.83	b = 1.852
1	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00
2	0.65	0.64	0.64	0.53	0.52	0.52
3	0.55	0.54	0.53	0.46	0.44	0.44
4	0.50	0.49	0.49	0.43	0.41	0.41
5	0.47	0.46	0.46	0.41	0.40	0.46
6	0.45	0.44	0.44	0.40	0.39	0.39
7	0.44	0.43	0.43	0.39	0.38	0.38
8	0.43	0.42	0.42	0.39	0.38	0.38
9	0.42	0.41	0.41	0.39	0.38	0.37
10	0.42	0.40	0.40	0.38	0.37	0.37
11	0.41	0.40	0.40	0.38	0.37	0.37
12	0.41	0.40	0.39	0.38	0.37	0.37
13-16	0.40	0.39	0.38	0.38	0.37	0.37
17-23	0.39	0.38	0.37	0.37	0.36	0.36
24-44	0.38	0.37	0.37	0.37	0.36	0.36
>45	0.37	0.36	0.36	0.37	0.36	0.36

Caratteristiche del Fattore di riduzione F delle pdc distribuite in condotte con sbocchi equidistanti e di uguale portata

Il fattore F

- È variabile fra 1 (unico sbocco finale) e circa 0.333 (numero di sbocchi tendente a infinito)
- Diminuisce al crescere del numero di sbocchi
- Quindi, maggiore è il numero di sbocchi più piccole saranno le pdc rispetto alla stessa condotta con unico sbocco finale
- Le pdc rispetto alla stessa condotta ad unico sbocco finale si riducono, al massimo, ad $1/3$ (in una condotta con $n \rightarrow \infty$) ($y = j \cdot L \cdot F$ e $F_{\min} = 0.33$)
- **Attenzione a**
Non confondere il fattore di riduzione F con le perdite di carico localizzate dovute all'inserimento degli erogatori sull'ala che, invece, fanno aumentare le pdc complessive

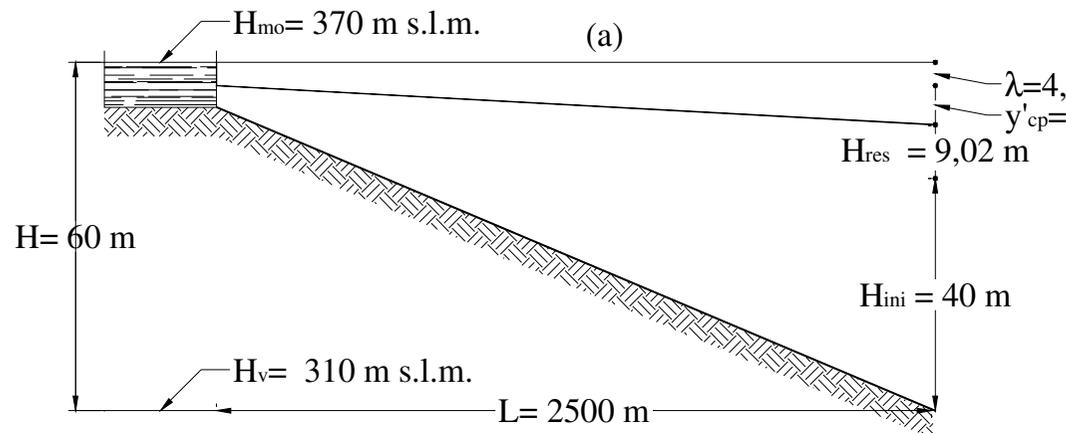
Condotte a gravità

- Si parla di condotte a gravità quando l'energia necessaria per superare le pdc (Y) e per assicurare la pressione necessaria al funzionamento dell'impianto irriguo (H_{ini}) è di tipo naturale, ossia energia di posizione, dovuta al fatto che la quota di partenza dell'acqua è superiore a quella di arrivo
- In questo caso si pone la condizione

- $Y + H_{ini} = H_m - H_v = z$

- $Y = H_m - H_v - H_{ini} = z$

Ossia il valore massimo delle pdc può essere pari all'energia disponibile detratta della pressione necessaria a valle



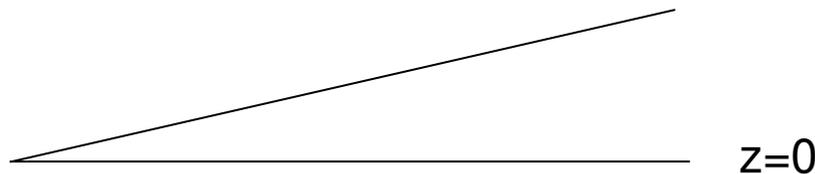
Condotte con sollevamento

Quando non si dispone di un carico naturale per superare le pdc ed eventuali dislivelli geometrici e/o piezometrici,
una condotta deve essere alimentata da un impianto di sollevamento.

Es.

- quota geometrica di arrivo più in alto di quella di partenza

$z_v < z_m$



- Altezza piezometrica di arrivo maggiore di quella di partenza
- Quota piezometrica di arrivo maggiore di quella di partenza



Corsi di laurea di I livello:
Scienze e tecnologie agrarie

Materia: **Idraulica agraria** (6 CFU)

Lezione: **Parte B- Impianti di sollevamento**

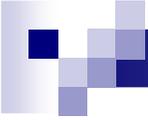
docente: prof. Antonina Capra

a.a. 2014-15



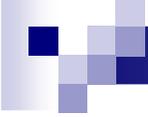
Impianto di sollevamento

- Nel campo gravitazionale, per effetto del dislivello piezometrico esistente tra due sezioni della corrente, l'acqua muove naturalmente da monte verso valle
- La l.c.t. pende sempre nel verso del moto per effetto delle p.d.c. continue e localizzate
- Se lungo il percorso dell'acqua in una condotta si inserisce una macchina operatrice (pompa) che cede energia meccanica alla corrente, in corrispondenza di essa si ha un brusco innalzamento della l.c.t.
- Si può quindi realizzare il sollevamento dell'acqua da quote più basse a quote più alte



Pompa

- **La pompa è una macchina operatrice** che utilizza l'energia meccanica fornita da un motore esterno, trasformandola nell'energia idraulica necessaria a sollevare una massa di liquido che l'attraversa da una quota iniziale $H = 0$ (zero) ad una quota finale $H > 0$
- **L'organo lavorante è la girante** che, ruotando all'interno di una camera chiusa (corpo o cassa), spinge l'acqua verso l'esterno (da cui parte il tubo di mandata) determinando per forza centrifuga una depressione al centro, dove è collocata l'aspirazione.



Caratteristiche della pompa

- **Portata**

La portata della pompa Q , indica il volume del liquido spostato nell'unità di tempo, si esprime in m^3/s e si può misurare mediante dei contaltri, dei recipienti tarati, ecc.

- **Prevalenza**

La prevalenza di una pompa è **l'incremento di energia totale** che la massa di liquido riceve tra l'ingresso e l'uscita della pompa medesima, espresso in m.

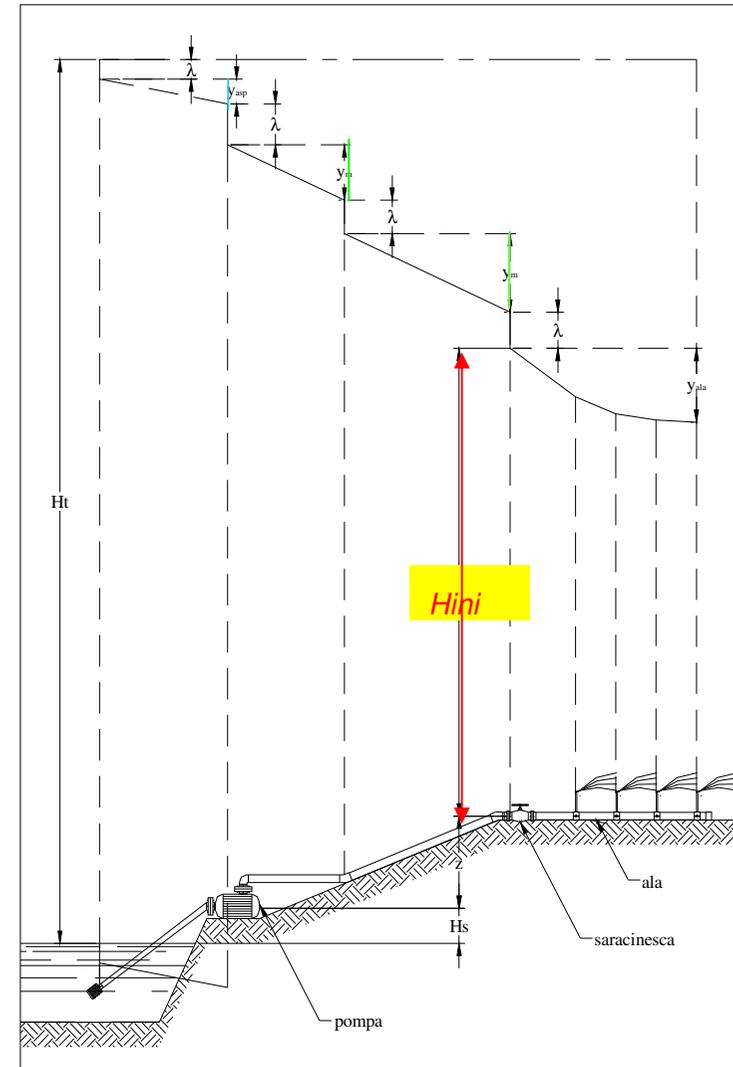
Prevalenza di una pompa

- In un impianto irriguo la **prevalenza totale** H_t si può definire anche come il carico necessario per distribuire una certa portata Q dato da:

$$H_t = H_{ini} + \sum y_m + y_{asp} + \sum_i^N \lambda_i + H_s + z$$

dove

- H_{ini} = carico iniziale dell'ala, o della condotta di testata, o della condotta secondaria, m;
- y_m = perdite di carico continue nella condotta di mandata (condotta di collegamento pompa-ala), m;
- y_{asp} = perdita di carico continua nella condotta di aspirazione, m;
- λ_i = perdite di carico localizzate, m;
- H_s = dislivello fra la superficie libera dell'acqua e l'asse della girante, m;
- z = dislivello tra l'asse della girante e la quota geometrica del punto ove è richiesto H_{ini} , m.



Caratteristiche della pompa

■ *Potenza e rendimento*

La potenza resa dalla pompa, esprime il **lavoro totale** compiuto nell'unità di tempo per fornire alla massa di liquido il prodotto della prevalenza H per il peso totale del liquido spostato nell'unità di tempo.

Determinati i valori di portata e prevalenza totale si può calcolare la **potenza utile fornita alla pompa**, data da:

$$P_u = \gamma \cdot Q \cdot H_t = 1000 \frac{kp}{m^3} \cdot \frac{m^3}{s} \cdot m = 1 \frac{kp}{l} \cdot \frac{l}{s} \cdot m = kpm / s$$

$$P_u = \frac{Q \cdot H}{102} = kW$$

- per $\gamma = 1$ kp/l ed essendo $1kW = 102$ kp m/s
 $P_u =$ potenza utile (kW); $Q =$ portata (l/s)
 $H =$ prevalenza (m)

Caratteristiche della pompa

Potenza e rendimento

- La **potenza assorbita** all'asse della pompa è data dalla somma della potenza utile e delle potenze perse all'interno della pompa stessa.

Per cui: $P_a = P_u + (\text{perdite di potenza})$

- È quindi evidente che la **potenza assorbita P_a è sempre superiore alla potenza utile P_u**

$$\eta = \frac{P_u}{P_a} < 1$$

$$\eta = \frac{Q \cdot H_t}{P_a} < 1$$

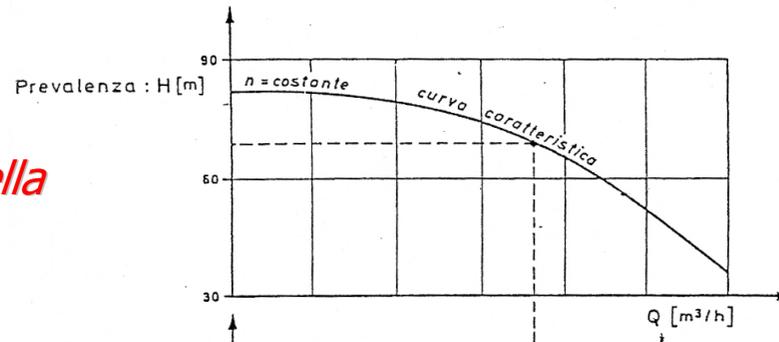
- η indica il rendimento della pompa, sempre minore dell'unità; esso varia a seconda del tipo di pompa e di accoppiamento motore-pompa.
- Pertanto la potenza assorbita si esprime secondo la seguente formula:

$$P_a = \frac{Q \cdot H_t}{\eta \cdot 102} = kW$$

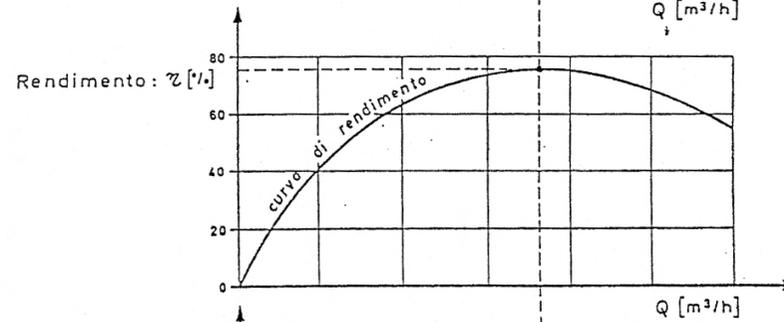
oppure

$$P_a = \frac{Q \cdot H_t}{\eta \cdot 75} = CV$$

Curva caratteristica della pompa



Curva del rendimento



Curva della potenza assorbita

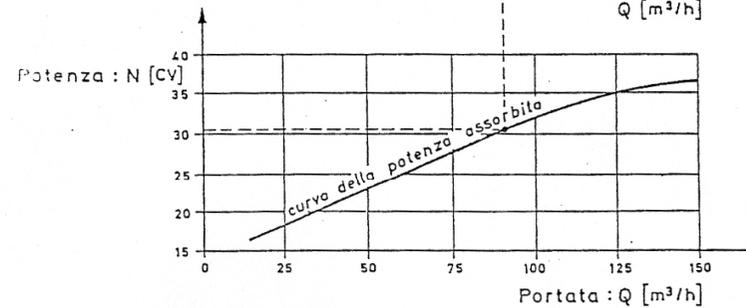


Fig. 3 - Curve: caratteristica, di rendimento e della potenza assorbita di una pompa centrifuga.

Curve del rendimento e della potenza di una pompa a n. di giri variabile (motopompa)

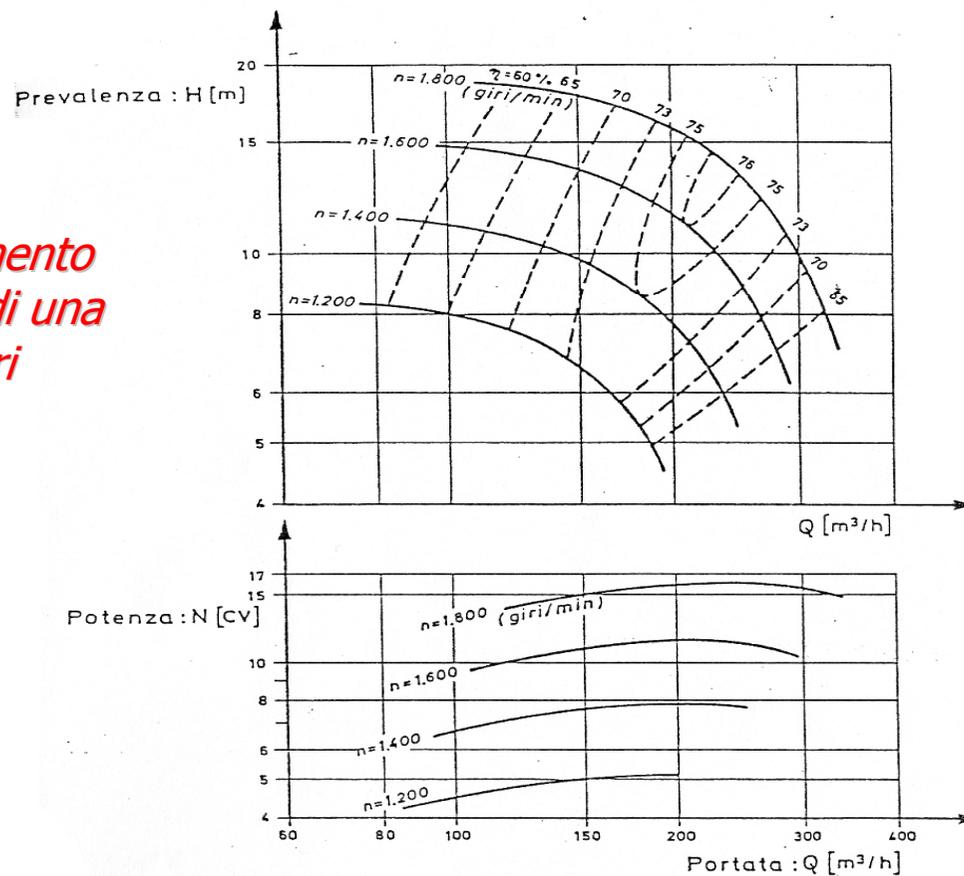
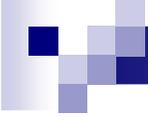


Fig. 4 - Prestazioni di una pompa centrifuga in funzione della sua velocità di rotazione "n".



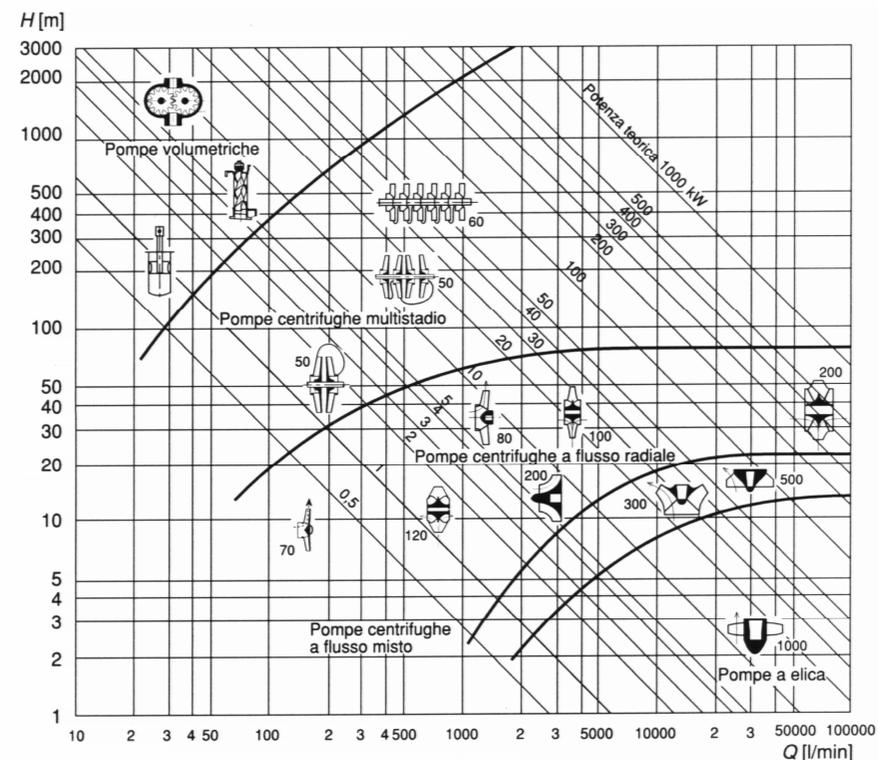
La scelta della pompa dipende:

- *dalla portata da sollevare,*
- *dalla prevalenza richiesta,*
- *dal tipo di liquido da pompare,*
- *da fattori economici.*

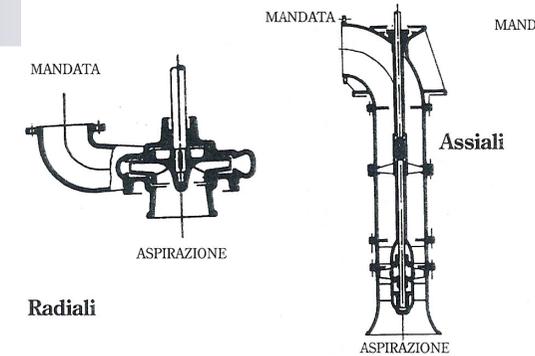
Tipi più comuni di pompe utilizzate in agricoltura

- *pompe centrifughe,*
- *pompe alternative a stantuffo*

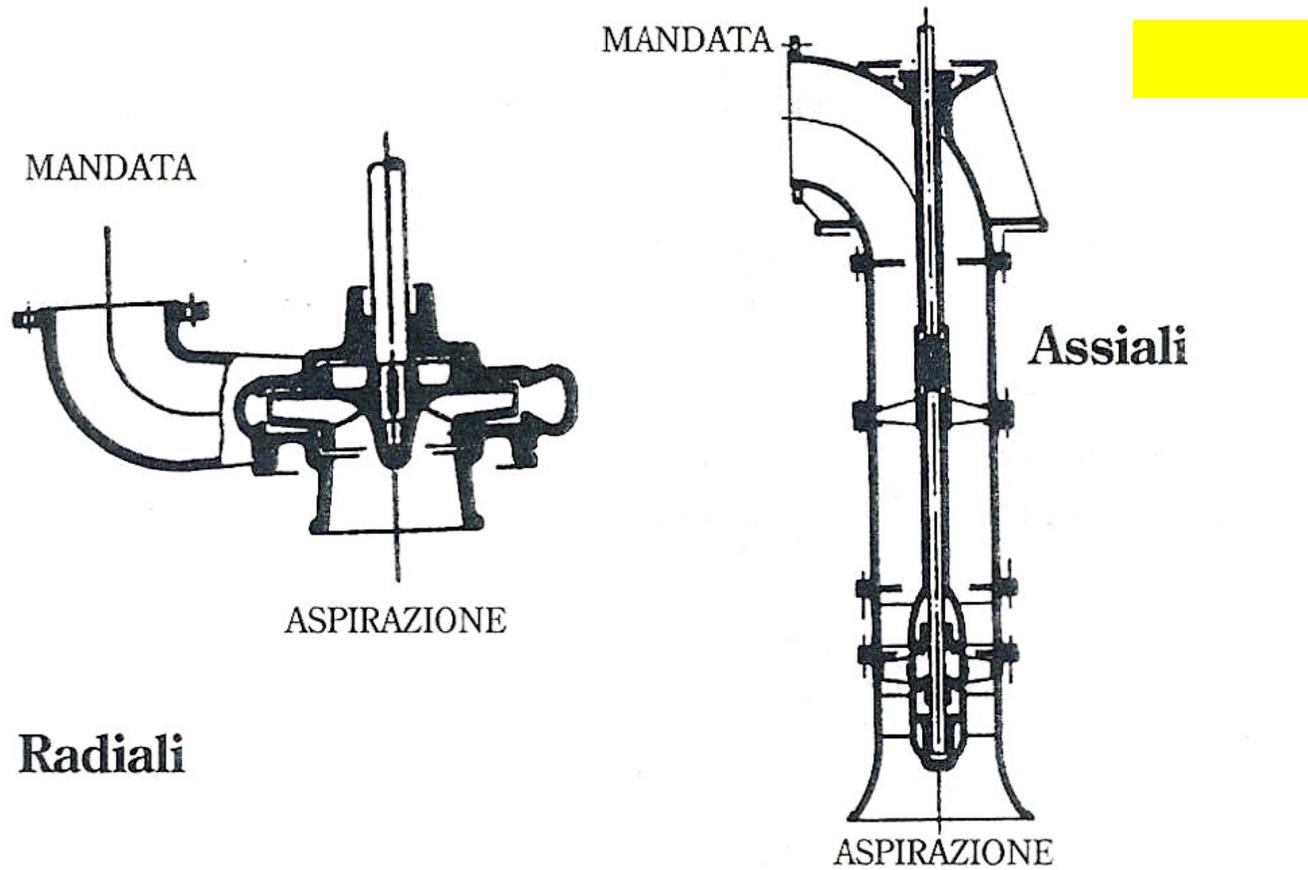
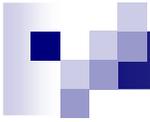
Campi di impiego



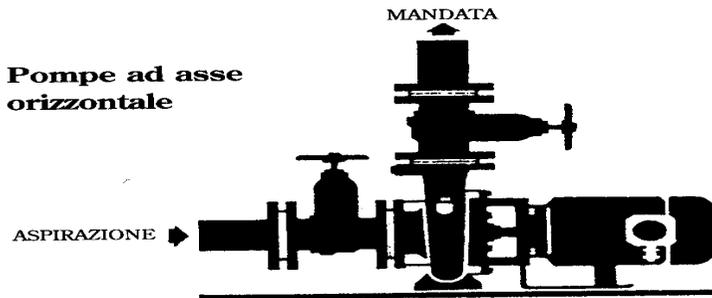
Tipi di pompe



- Con riferimento alla direzione del flusso che le attraversa le pompe possono essere:
 - a) *radiali* se la mandata è ortogonale all'aspirazione;
 - b) *assiali* se la mandata e l'aspirazione sono sullo stesso asse;
- Con riferimento all'asse si possono distinguere in:
 - a) pompe *ad asse orizzontale* quando il loro posizionamento è parallelo all'orizzonte;
 - b) pompe *ad asse verticale* quando è ortogonale all'orizzonte;
 - c) pompe *ad asse inclinato* quando sono inclinate rispetto all'orizzonte.

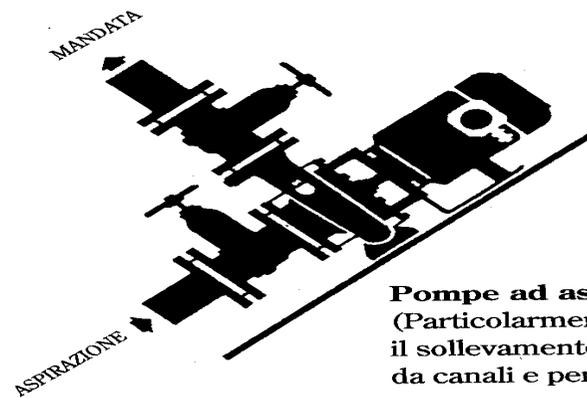
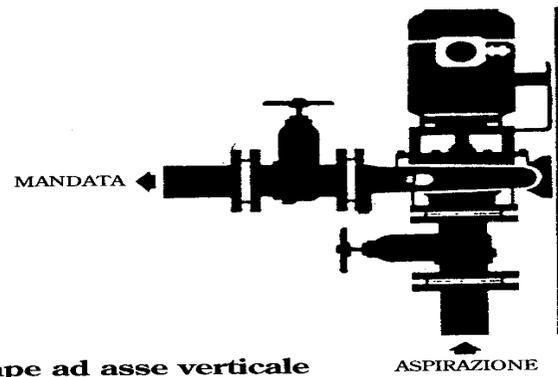


Pompe ad asse orizzontale



Pompe radiali

Pompe ad asse verticale



Pompe ad asse inclinato
(Particolarmente adatte per il sollevamento dell'acqua da canali e per piccole prevalenze)

Con riferimento al corpo della pompa si suddividono in:

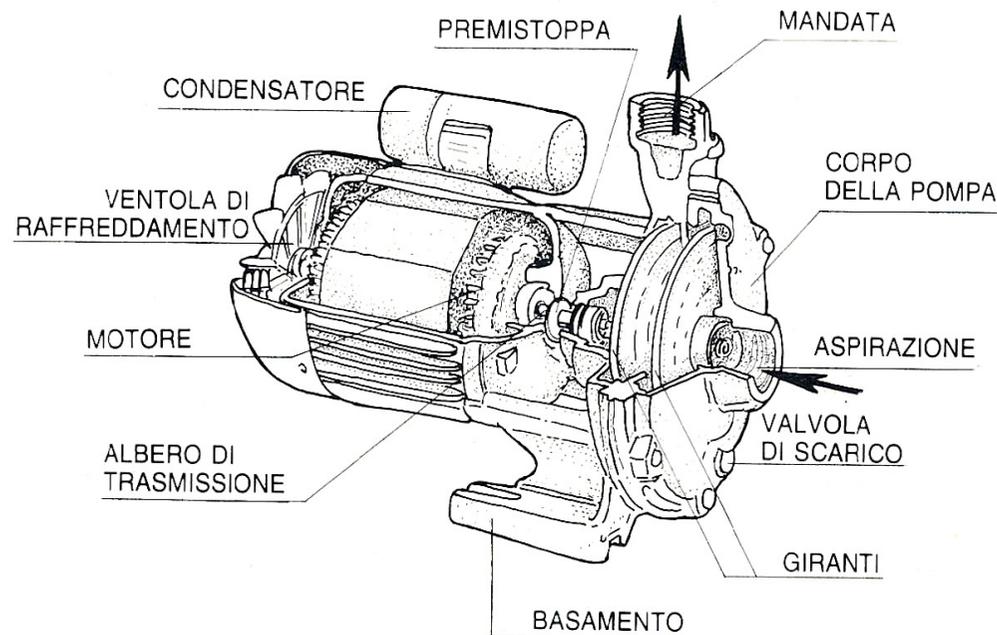
- a) *pompe di superficie*, con il corpo fuori dall'acqua indifferentemente ad asse verticale od orizzontale;
- a) *pompe sommerse*, con il corpo della pompa completamente immerso nell'acqua e sono generalmente ad asse verticale;
- b) *pompe coassiali di superficie*, rappresentano una combinazione tra le due soluzioni avendo il corpo della pompa immerso ed il motore in superficie.

Con riferimento al numero di giranti, possono essere:

- a) *pompe monocellulari*, ad un'unica girante;
- b) *pompe multicellulari*, costituite da più giranti disposte in serie fra di loro.

Pompe centrifughe ad asse orizzontale

Pompa ad una o più giranti nella quale **il motore è montato sullo stesso asse**, con la bocca di aspirazione assiale e quella di mandata radiale normalmente rivolta verso l'alto. Sono pompe adatte al prelievo da **pozzi poco profondi o cisterne superficiali**.



Elettro-pompe sommerse

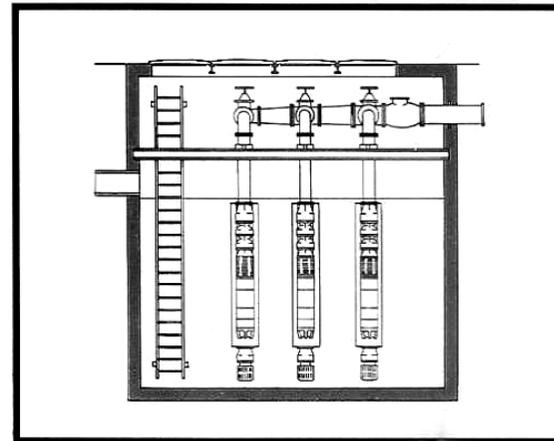
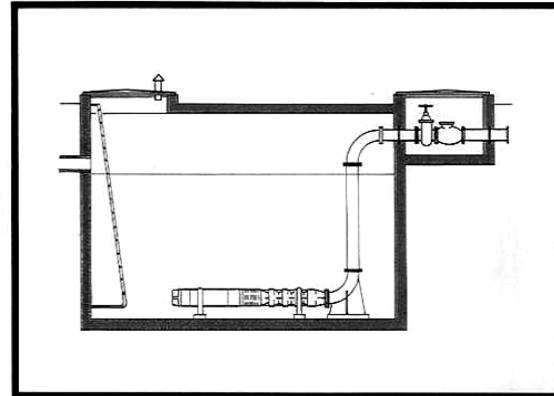
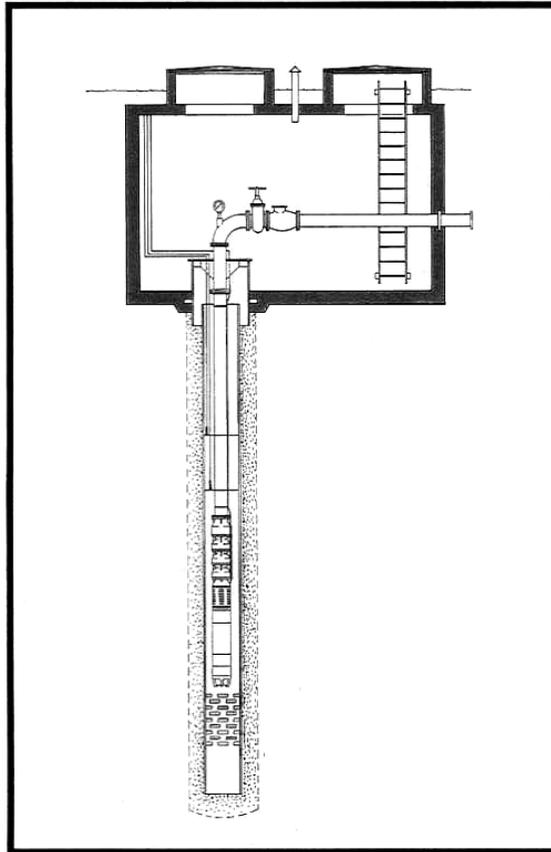
Costruite in un unico blocco accoppiando, in asse verticale, la **pompa a più giranti ad un motore elettrico ad immersione** che è posto nella parte inferiore. Nella parte centrale è presente una griglia di aspirazione mentre nella parte superiore è incorporata una valvola di ritegno.

Questo tipo di pompe è indicato per il **prelievo da pozzi trivellati caratterizzati da notevole profondità** (oltre i 6 metri) **e diametro limitato** (i modelli più piccoli di pompe hanno diametro di soli 10 cm).

Sono pompe **sensibili alla sabbia**, spesso presente nei pozzi, che può usurare le giranti necessitando un loro rapido ricambio e riducendo il rendimento della pompa.

Pompe sommerse

Giranti in serie:
attraversate da Q
costante, si
sommano le
prevalenze



Pompe in
parallelo, si
sommano le
Q

Pompe ad asse verticale

Costituite da un **lungo asse a tenuta stagna che trasmette il moto dal motore posto in superficie alla pompa che si trova immersa**, anche a profondità notevoli (oltre i 250 metri). Sono costituite da:

- a) corpo pompa
- b) linea d'assi
- c) gruppo di comando

Rispetto alle pompe sommerse presentano il vantaggio di poter **effettuare manutenzioni** e riparazione del motore senza l'estrazione dell'intera pompa dal pozzo.

Sulla superficie libera (a contatto con l'atmosfera) di un liquido agisce sempre una pressione p_{atm} detta pressione atmosferica.

La pressione nel punto considerato è dunque:

$$p_{ass} = p_{atm} + \gamma \cdot h \quad (p_{ass} \text{ è la pressione assoluta})$$

•La pressione assoluta non è mai negativa.

•Noi misuriamo la pressione in relazione a quella atmosferica: parliamo dunque di pressione relativa.

A livello del mare: $p_{atm} = 10330 \text{ kp/m}^2 = 1.033 \text{ kp/cm}^2 = 1 \text{ atm}$.

1atm = 1.013 bar = 1013 millibar

Nel SI: $1 \text{ atm} = 10330 \cdot 9.81 \text{ N/m}^2 = 101337 \text{ N/m}^2 = 101337 \text{ Pa} = 101.337 \text{ kPa}$
~ 100 kPa

Per la pressione atmosferica vale sempre la relazione:

$$p_{atm} = \gamma \cdot h \Rightarrow h = p_{atm} / \gamma = 10330 \text{ kp/m}^2 / 1000 \text{ kp/m}^3 = 10,33 \text{ m}$$

dunque

▪ la pressione atmosferica corrisponde alla pressione generata da una colonna d'acqua alta 10,33 m

▪ sulla superficie libera dell'acqua la pressione relativa è pari a zero perché h è uguale a zero, mentre la pressione assoluta è uguale alla pressione atmosferica

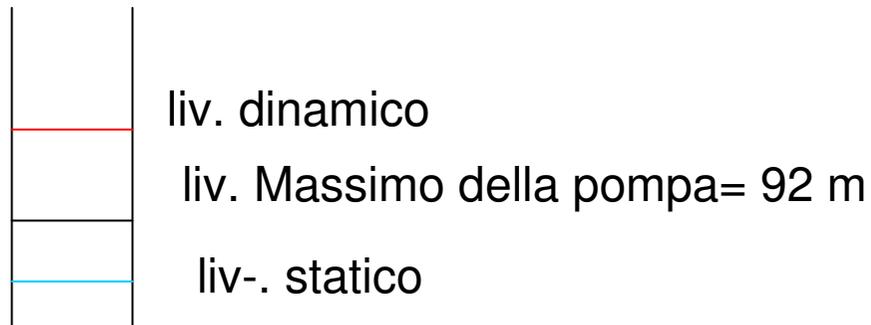
Dislivello massimo fra asse della pompa e superficie libera dell'acqua (altezza di aspirazione)

- Nel tubo di aspirazione la corrente idrica è in depressione.
- Il valore massimo della depressione si ha quando nella tubazione si crea il vuoto.
- Il vuoto vale $-P_{atm} = -10.33 \text{ m}$
- Quindi il valore massimo teorico del dislivello fra asse della pompa e superficie libera dell'acqua è pari a 10.33 m.
- A livello del mare, per temperatura dell'acqua pari a 10°C e per condizioni di vuoto completo, il valore massimo di tale altezza vale 10.2 m.
- Dato che non si riesce a creare il vuoto perfetto, anche in condizioni ideali l'altezza di aspirazione dovrebbe essere non superiore al 70% di quella teorica. Quindi **$\approx 7 \text{ m}$**
- Ulteriori riduzioni possono essere necessarie per evitare la formazione ed il successivo sgonfiamento di bolle di vapore all'interno del liquido; tale fenomeno, che può provocare danni alla girante, rumore e vibrazioni, è detto cavitazione.
- **La cavitazione** dipende dall'altitudine, che influenza la pressione atmosferica, e dalla temperatura, che influenza la pressione di vapore dell'acqua.

Obbligatorietà della scelta di una pompa sommersa

Es. pozzo con liv. Statico, 100 m;

liv. Dinamico 85 m



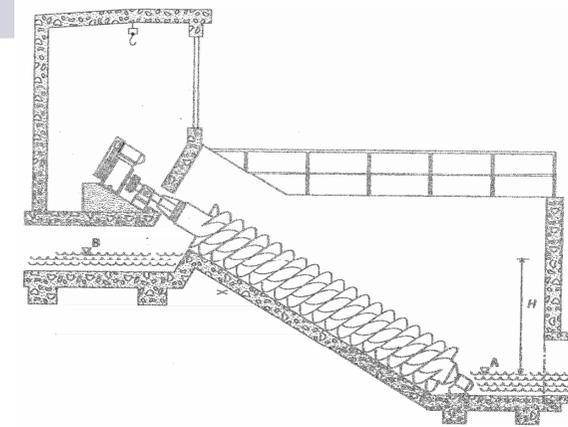
Caratteristiche della pompa

	CASA COSTRUTTRICE			1
	Elettropompa monofase			2
13	Tipo PDBJET 95	N° 4546		3
12	L./m'. 65/10	G. 2850	Hmt. 44/61	4
11	HP. 1.5	W. 1100	V. 220	5
10	A. 8.5	Hz. 50	Prot. IP144	6
				7
				8
				9

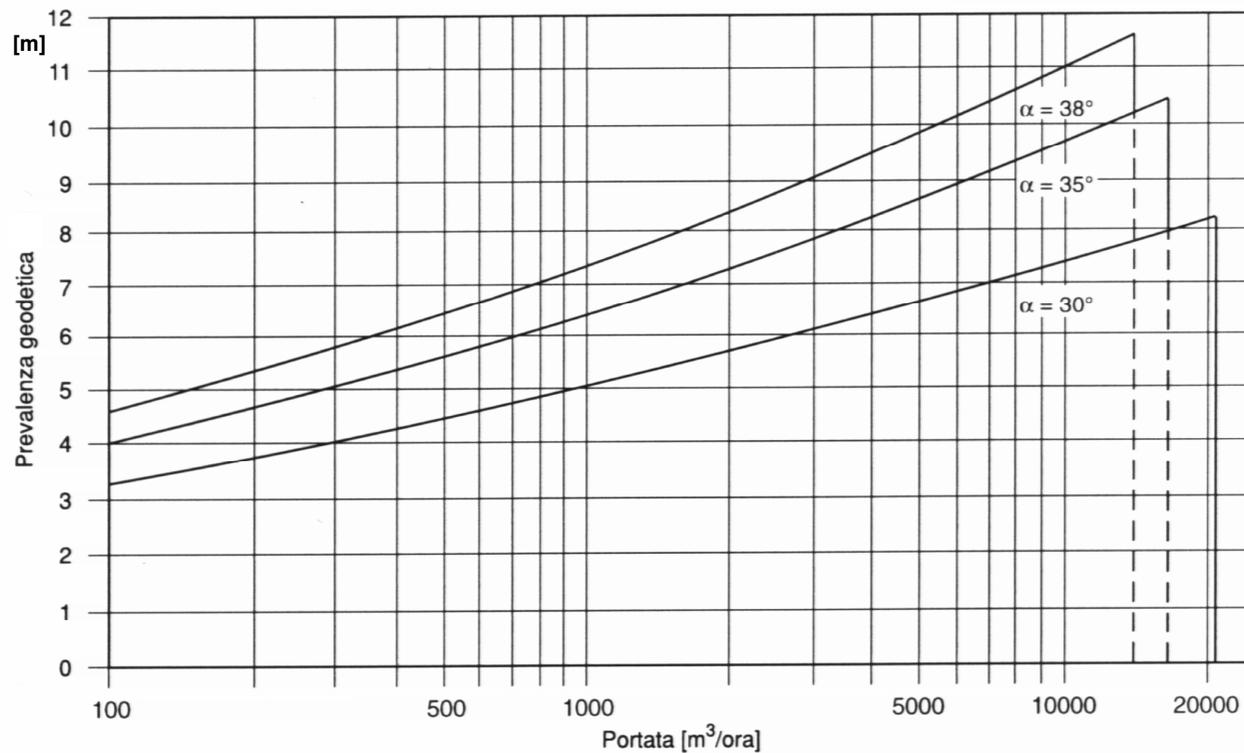
1. *Compone il nome del costruttore ed il relativo recapito*
2. *Indica il tipo di corrente con la quale il motore viene alimentato*
3. *Indica il n° di matricola.*
4. *Indica l'unità di misura della prevalenza manometrica e i valori minimi e massimi*
5. *Giri del motore / min.'*
6. *Indica l'unità di misura di corrente in volt (forza elettromotrice)*
7. *Indica in watt l'unità di potenza (corrisponde a HP. 0.001357)*
8. *Indica il tipo di protezione eseguita sul motore elettrico*
9. *Indica l'unità di frequenza*
10. *Indica l'unità d'intensità di corrente*
11. *Indica i cavalli di potenza del motore*
12. *Indica l'unità di misura della portata L/m'. indicandone i valori massimi e minimi*
13. *È la sigla della pompa, dalla quale è possibile risalire, con il catalogo, alle sue caratteristiche nominali.*

Targhetta di una elettropompa centrifuga monoblocco

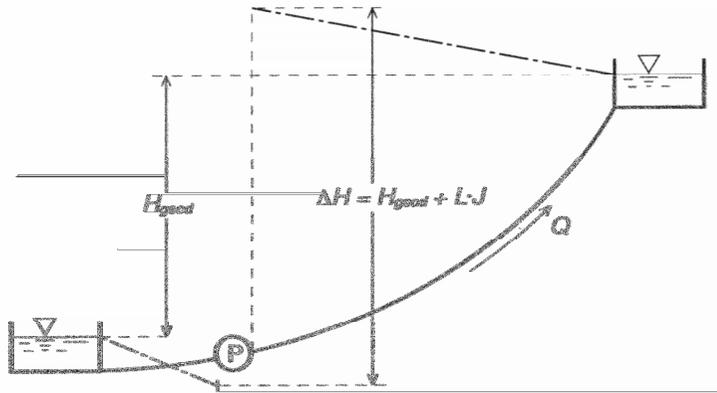
Coclee



■ Campi di impiego

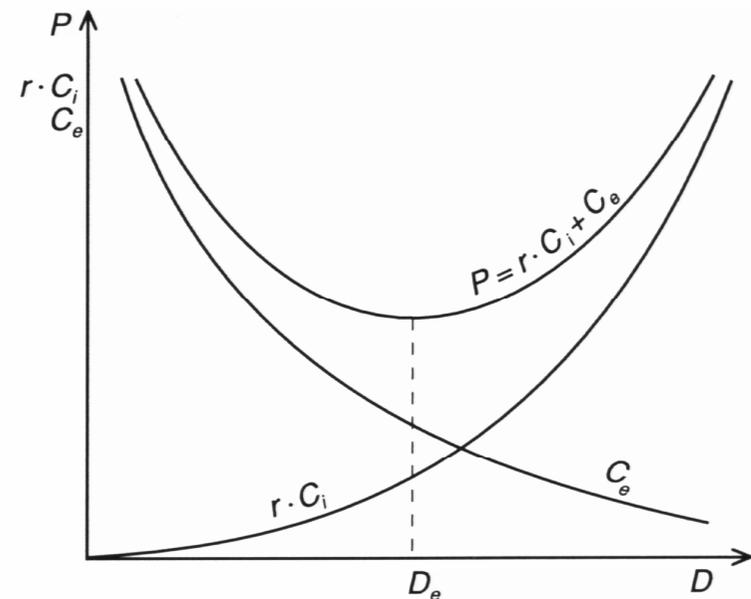


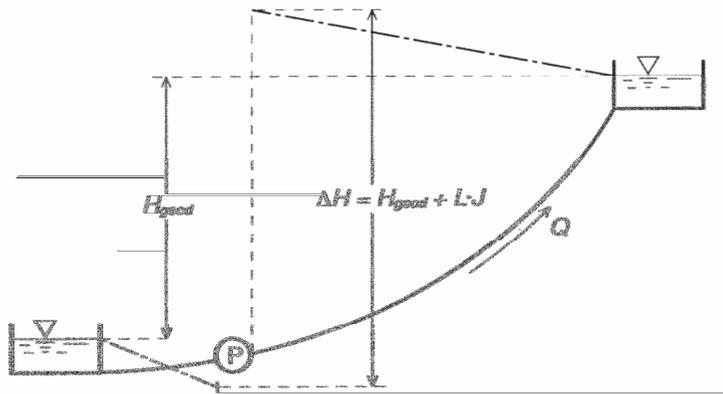
Criteri economici di scelta



- La scelta della pompa non è univocamente determinata.
- Si deve minimizzare il costo annuo P , dato dalla somma della quota di ammortamento e del costo di esercizio, ambedue dipendenti dal diametro della condotta

- $C_i = \Sigma$ interesse e ammortamento capitale + manutenzione
- $C_e =$ costo annuo di funzionamento (consumo energetico)





$$Pu = Q \cdot H_t$$

$$H_t = H_G + Y_1 + Y_2$$

$$W_p = \frac{\gamma \cdot Q \cdot H_t}{\eta_p} \quad W = \frac{\gamma \cdot Q \cdot H_t}{\eta_p \cdot \eta_m}$$

E' possibile determinare l'energia E consumata da un impianto di sollevamento in 1 anno:

$$E = W \cdot O$$

Essendo O la durata del pompaggio occorrente per sollevare un volume V :

$$O = \frac{V}{Q}$$

Quindi:

$$E = \frac{H_t \cdot Q}{\eta_p \cdot \eta_m} \cdot O$$

Problemi di verifica di un impianto di sollevamento

Sono noti:

- la prevalenza geodetica H_g , o dislivello geometrico
- l'eventuale carico richiesto alla fine della condotta di mandata
- la portata Q da sollevare
- i diametri e i materiali dei tubi

Il problema non presenta difficoltà concettuali in quanto è possibile calcolare la prevalenza totale H_t applicando per il calcolo delle perdite di carico una delle formule monomie disponibili.

E' possibile valutare la potenza da assegnare alla pompa:

$$W = \frac{Q \cdot H_t}{\eta}$$

Nei problemi di progetto sono note:

- la prevalenza geodetica H_g
- l'eventuale carico richiesto alla fine della condotta di mandata
- la portata Q da sollevare
- i materiali della condotta

Da un punto di vista tecnico il problema risulta indeterminato poiché non sono noti né i diametri della condotta per il calcolo delle pdc, né la potenza della pompa.

Di solito si procede per primo al **dimensionamento della condotta con sollevamento**



Progettazione di condotte con sollevamento

Quando una condotta adduttrice deve essere alimentata da un impianto di sollevamento il **problema** del suo dimensionamento risulta **indeterminato**. E' possibile, infatti, **adottare diversi diametri** a cui corrispondono diverse perdite di carico e quindi diverse prevalenze della pompa.

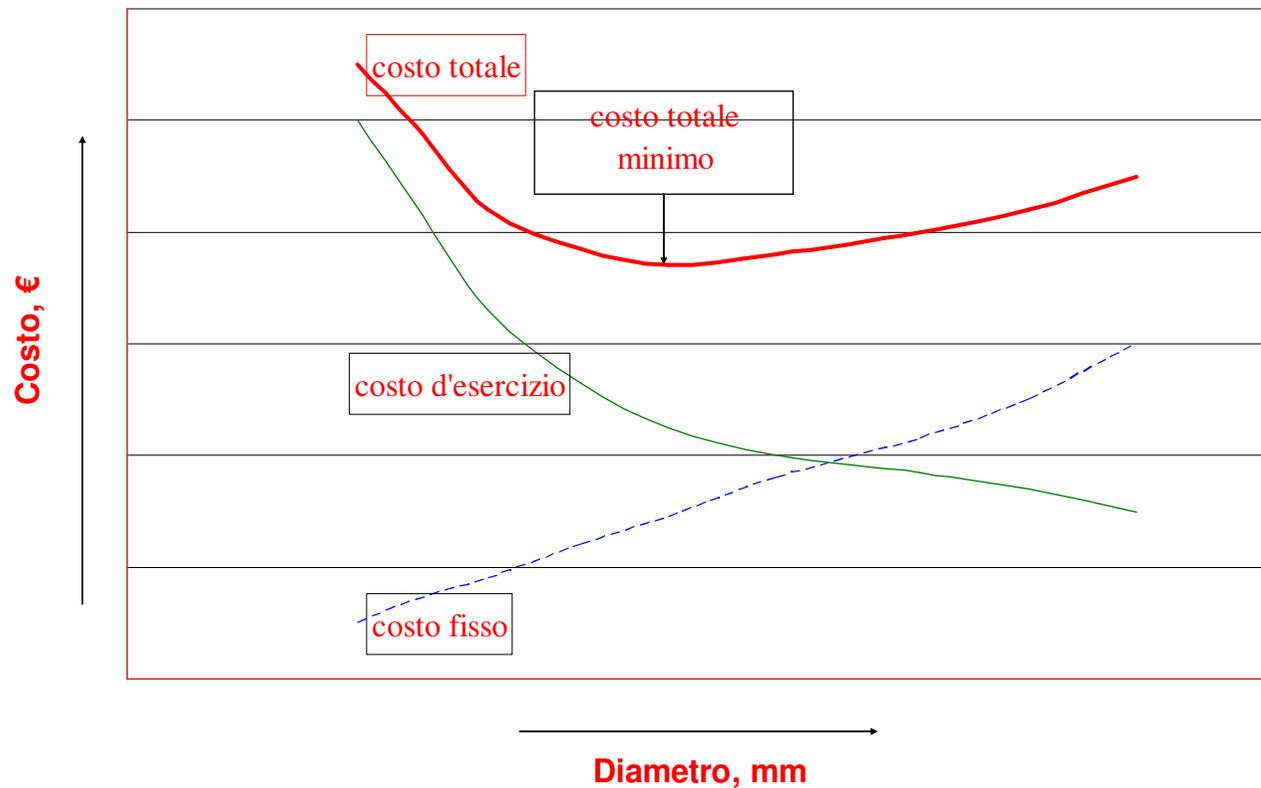
A diametri maggiori corrispondono maggiori costi di investimento ma minori costi di esercizio per i ridotti consumi energetici del sollevamento.

Il diametro di una condotta con sollevamento va scelto con il **criterio del minimo costo**, sommando per ciascun diametro commerciale la quota di ammortamento annuo del costo di impianto con il costo annuo di esercizio.

A tal proposito è possibile ricorrere alle seguenti semplificazioni:

- 1) si trascurano le perdite di carico localizzate;
- 2) per quanto riguarda i costi di impianto si considerano solo le tubazioni trascurando il gruppo di sollevamento;
- 3) per quanto riguarda i costi di esercizio si considerano solo i consumi energetici necessari per vincere le perdite di carico;
- 4) si riferiscono sia i costi di impianto che quelli di esercizio ad una lunghezza unitaria (es. 1 km) invece che alla effettiva lunghezza della condotta.

Linee dei costi in funzione del diametro



Costi fissi

Il costo fisso annuo C_F è dato dalla somma della quota di ammortamento C_A e della quota di manutenzione C_M :

$$C_F = C_A + C_M \quad (6.30)$$

La quota annua di ammortamento C_A si può calcolare come:

$$C_A = ((p_c \cdot L) + p_p) \cdot C_a \quad (6.31)$$

dove p_c = prezzo unitario della condotta, Euro m^{-1} ; L = lunghezza della condotta, m; p_p = prezzo del gruppo di sollevamento, Euro; C_a = coefficiente di ammortamento.

Il coefficiente di ammortamento C_a si può calcolare come:

$$C_a = \frac{r \cdot (1+r)^n}{(1+r)^n - 1} \quad (6.32)$$

dove r = saggio di interesse, decimale; n = durata economica della tubazione e della pompa, anni.

La quota di manutenzione è data da:

$$C_M = ((p_c \cdot L) + p_p) \cdot C_m \quad (6.33)$$

Il coefficiente di manutenzione C_m , piuttosto che analiticamente, viene spesso stimato a valori attorno a 0.10.

Costi variabili (1)

Il costo annuo dell'energia è dato da:

$$C_E = W_y \cdot o \cdot C_e = \frac{Q \cdot y}{k \cdot \eta / 100} \cdot o \cdot C_e \quad (6.34)$$

dove W_y = potenza assorbita per le perdite di carico nella condotta, KW o CV; o = durata annua di funzionamento, h;

C_e = costo unitario dell'energia, Euro $\text{kW}^{-1} \text{h}^{-1}$ oppure Euro $\text{CV}^{-1} \text{h}^{-1}$;

Q = portata, l s^{-1} ;

y = perdite di carico nella condotta, m;

k = fattore di conversione delle unità di misura, pari a 102 per W_y in KW ed a 75 per W_y in CV;

η = rendimento del gruppo motore-pompa.

Adottando le suddette semplificazioni l'individuazione del diametro può essere effettuata per via analitica o per tentativi.

RISOLUZIONE PER TENTATIVI

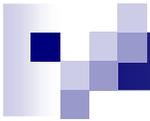
- a) Allo scopo di ridurre il numero di tentativi si individuano 3 diametri commerciali su cui iniziare i calcoli. Generalmente si scelgono diametri a cui corrispondono velocità medie dell'acqua (1-2 m/s), che possono ritenersi di massima economia. In questo caso per una velocità di 1.5 m/s si individuano 3 diametri commerciali intorno al valore:

$$D = 29 \cdot Q^{0.5} \quad (\text{mm}), \text{ con la portata } Q \text{ in l/s}$$

Ovvero

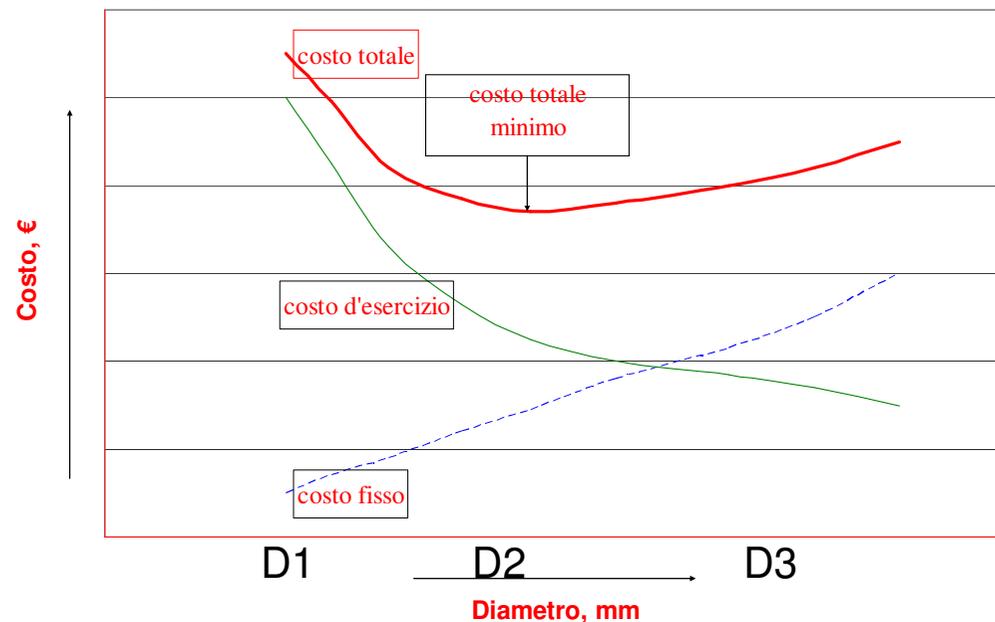
$$D = 1.5 \cdot Q^{0.5} \quad (\text{mm}), \text{ con la portata } Q \text{ in m}^3/\text{s}$$

- b) Per ciascuno dei 3 diametri individuati si calcolano le perdite di carico continue per una lunghezza unitaria della tubazione con una delle formule monomie in relazione al tipo di materiale utilizzato per la condotta.
- c) Vengono calcolati i costi annui dell'energia necessaria per vincere le perdite di carico di cui al punto precedente:
- d) Per ciascuno dei 3 diametri individuati vengono calcolati i costi di investimento per l'acquisto e la messa in opera di un tratto di condotta di lunghezza unitaria.
- e) Vengono calcolate le quote annue di ammortamento moltiplicando i costi di investimento per il coefficiente di ammortamento



D, mm	Costo unitario condotta (pc, E/m)	Costo totale condotta (pt=pc*L, E/m*m=E)	Quota amm. CA=pt*c a	Pdc (m) J=Y Per L=1 km	Potenza W=Q*H/ 102*μ	Consumo energia	Costo energia	Costo totale
D1								
D2								
D3								

- f) Si sommano per ciascuno dei 3 diametri i costi di esercizio e le quote di ammortamento trovate
- g) Se il diametro intermedio presenta il costo minore va adottato in quanto il costo varia in funzione del diametro con andamento prima decrescente e poi crescente con un unico punto di minimo. Se il diametro intermedio non presenta il valore minimo di costo si ripete il procedimento a partire dal punto b) per il diametro commerciale (successivo o precedente) a quello che presenta il costo minimo.



Corsi di laurea di I livello:
Scienze e tecnologie agrarie

Materia: **Idraulica agraria** (6 CFU)

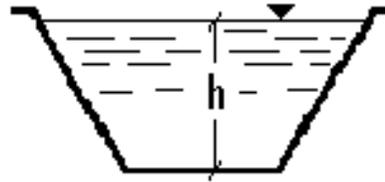
Lezione: **Correnti a superficie libera**

docente: prof. Antonina Capra

a.a. 2014-15

CORRENTI A SUPERFICIE LIBERA

Sono correnti in cui la parte superiore del perimetro bagnato è a pressione atmosferica ed il resto è a contatto con un solido

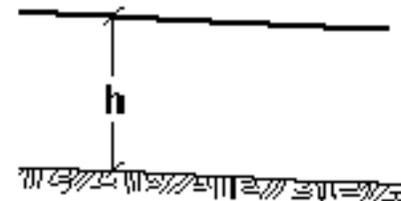
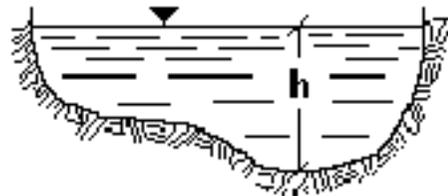


SEZIONE APERTA



SEZIONE CHIUSA

Profilo della corrente: luogo dei punti di intersezione della superficie libera con la verticale passante per il punto più depresso di ogni sezione. Le sezioni possono essere considerate piane e verticali.



REGIME DI MOTO PER LE CORRENTI A SUPERFICIE LIBERA

Nelle correnti, in qualsiasi condizione di moto, individuiamo le seguenti quote:

$z =$ quota geodetica o geometrica (energia di posizione)

$p/\gamma =$ altezza piezometrica (energia di pressione, pari al tirante idrico h se i calcoli vengono svolti rispetto al fondo del canale)

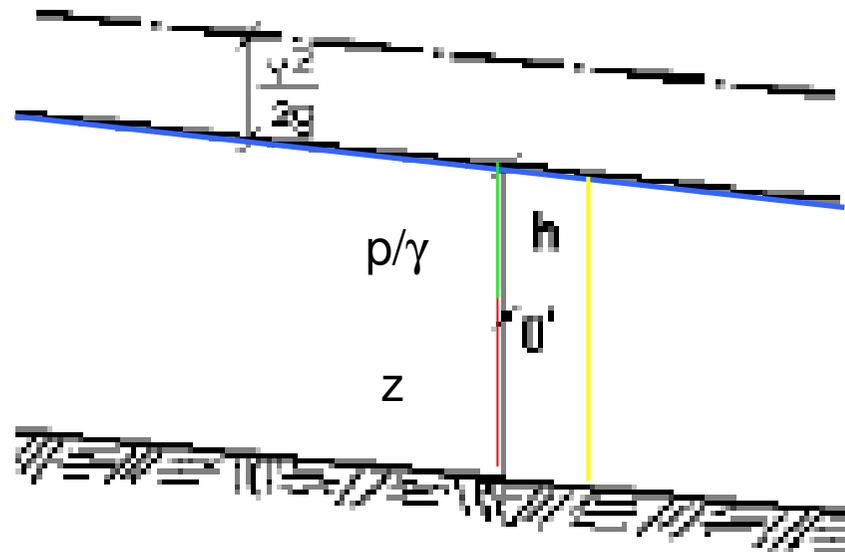
$v^2/2g =$ altezza cinetica (energia cinetica)

La somma delle prime due quantità è la quota piezometrica.

Aggiungendo l'energia cinetica si ottiene il piano dei carichi totali.

La quota individuata dal profilo liquido è quota piezometrica per la sezione ($z+p/\gamma=h$ rispetto al fondo del canale).

La linea piezometrica e il profilo liquido coincidono.



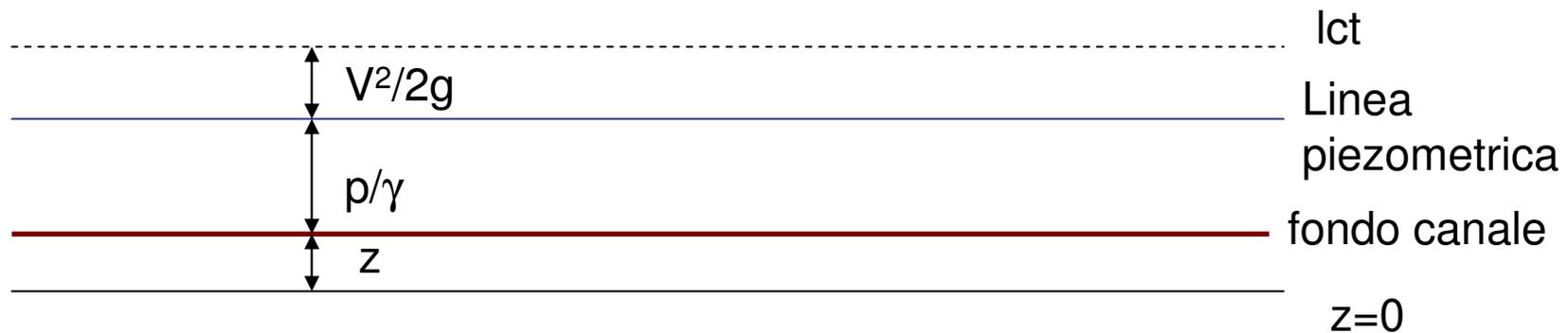
Nel caso di liquidi perfetti (assenza di sforzi tangenziali):

$$z_1 + \frac{p_1}{\gamma} + \frac{v_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\gamma} + \frac{v_2^2}{2g}$$

o, in forma più generale:

$$\underline{z + \frac{p}{\gamma} + \frac{v^2}{2g} = \text{cost} \quad \text{(EQUAZIONE DI BERNOULLI)}}$$

In condizioni di **moto uniforme**, la linea dei carichi totali risulta essere una linea parallela al piano di riferimento $z=0$.

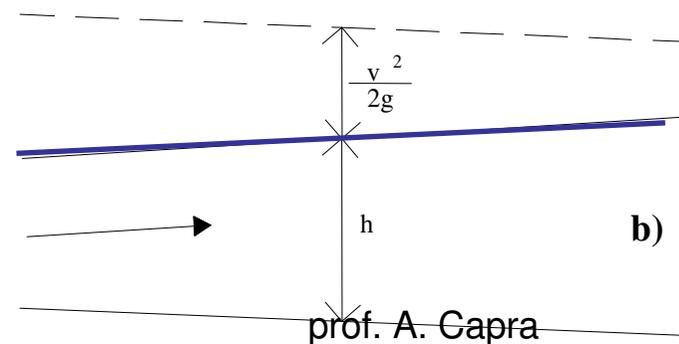
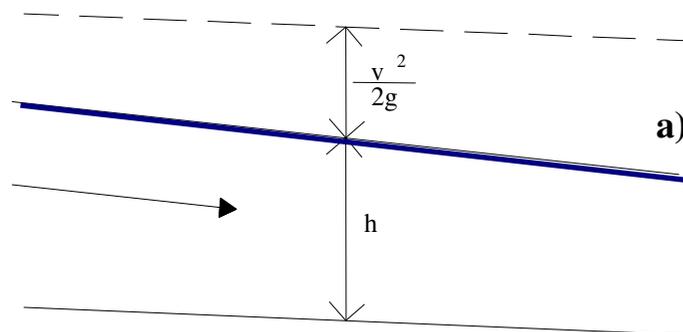


Moto stazionario

Nel caso in Figura,

a) la linea dei carichi totali si allontana dal pelo libero procedendo verso valle; la velocità aumenta; le sezioni trasversali sono di area decrescente, **il moto è accelerato**

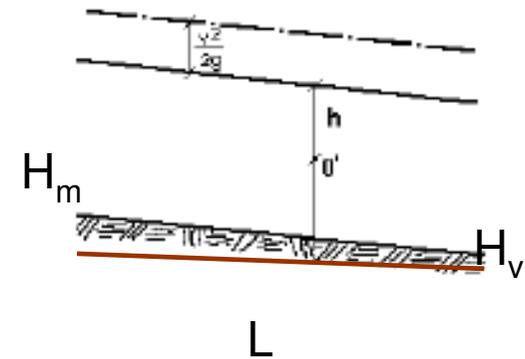
b) la linea dei carichi totali si avvicina al pelo libero; la velocità diminuisce; le sezioni trasversali sono di area crescente, **il moto è ritardato**



prof. A. Capra

Correnti a pelo libero in moto uniforme (liquidi reali)

- E' il più semplice tipo di moto che possono assumere le correnti a pelo libero
- Si verifica quando l'acqua si sposta nel canale in modo che la superficie libera mantenga una distanza h costante dal fondo
- Tutte le sezioni idriche sono quindi identiche lungo l'asse del canale e tali si mantengono nel tempo
- In pratica si attua in canale rettilineo, di pendenza e sezione trasversale costante, di notevole lunghezza, in cui si immette una Q costante
- Il pelo libero, coincidente con la piezometrica risulta parallelo al fondo
- Se la pendenza del fondo i è piccola, la cadente piezometrica J è pari alla pendenza del fondo, quindi
- **$J=i=(H_m-H_v)/L$ (dislivello monte-valle /lunghezza)**



CORRENTI A SUPERFICIE LIBERA

Il dimensionamento e la verifica dei canali in cui la corrente si muove di moto uniforme si basano sulla legge del moto uniforme di Chezy, valida per il regime di moto puramente turbolento, indicando con R [L] il raggio idraulico, pari al rapporto tra l'area e il perimetro bagnato

$$J = \frac{V^2}{X^2 R} \quad \text{che si può scrivere} \quad V = X\sqrt{R \cdot J}$$

oppure, considerato che $J=i$ (pendenza del fondo del canale)

$$V = X\sqrt{R \cdot i}$$

con X (coefficiente di scabrezza [$L^{1/2}/T$]) esprimibile con le formule di Bazin, Kutter o Strickler:

$$\text{Bazin: } X = \frac{87}{1 + \frac{\gamma}{\sqrt{R}}} \quad \text{Kutter: } X = \frac{100}{1 + \frac{m}{\sqrt{R}}} \quad \text{Strickler: } X = kR^{1/6}$$

Essendo: \underline{V} la velocità media del canale (L/T); \underline{J} la pendenza della linea piezometrica che coincide con la pendenza \underline{i} del canale

VALORI DEI COEFFICIENTI DI SCABREZZA PER LE TUBAZIONI

Materiale dei tubi e loro specificazioni: tipo di rivestimento e stato delle pareti	γ [m ^{1/2}]	m [m ^{1/2}]	k [m ^{1/3} ·s ⁻¹]	ϵ [mm]
Vetro	—	—	—	0,001 ÷ 0,002
Materie plastiche polivinil cloruro - polietilene - polipropilene	—	—	—	0,002 ÷ 0,004
Metalli colorati rame - ottone - piombo alluminio	—	—	—	0,004 ÷ 0,01 0,015 - 0,05
Cemento armato vecchi e nuovi	0,06	0,10	110 ÷ 100	0,10 ÷ 0,15
Acciaio (tubi rifilati) tipo Mannesmann, nuovi	0,10	0,16	95	0,2 ÷ 0,5
tipo Mannesmann, in servizio corrente	0,16	0,23	83	0,6 ÷ 1,2
bitumati, nuovi	0,10	0,16	95	0,2 ÷ 0,5
bitumati, centrifugati, nuovi, giunti Gibault, d < 350 mm	—	—	—	0,01
Acciaio (tubi saldati) non rivestiti, nuovi	0,06	0,10	110 ÷ 100	0,10 ÷ 0,15
bitumati o catramati a freddo, nuovi	0,10	0,16	95	0,2 ÷ 0,5
bitumati a caldo	—	—	—	0,025 ÷ 0,04
catramati, in servizio corrente	0,16	0,23	83	0,6 ÷ 1,2
Lariera (tubi chiodati) chiodatura long. doppia, giunti conici	0,16	0,23	83	0,6 ÷ 1,2
chiodatura long. doppia, trasv. semplice, giunto cilindrico in servizio corrente	0,20	0,275	75	1,5 ÷ 2,0
chiodatura long. tripla o quadrupla, trasversale doppia	0,29	0,375	65	3,5 ÷ 6
Giàsa nuovi	0,16	0,23	83	0,6 ÷ 1,2
in servizio corrente, qualunque diametro	0,23	0,29	73	2 ÷ 4
in servizio da diversi anni	0,29	0,375	65	3,5 ÷ 6
in servizio da molti anni, fortemente incrostati e tuberculizzati	0,36	0,45	60	6 - 10
centrifugata fusa verticalmente bitum. o catram. per immersione, d < 400 mm in servizio corrente	0,23	0,29	73	2 ÷ 4
Cemento liscio accuratamente, d < 200 mm	0,12	0,175	90	0,4 ÷ 0,7
ben liscio (acqua limpida), d > 400 mm	0,18	0,25	80	1,2 ÷ 1,8
ben liscio curve strette (acqua non limpida), d < 400 mm	0,23	0,29	73	2 ÷ 4
centrifugato	—	—	—	0,16
armato costruito fuori opera, in servizio corrente, d > 600 mm	0,10	0,16	95	0,2 ÷ 0,5
armato costruito fuori opera, in servizio corrente, 400 < d < 600 mm	0,12	0,175	90	0,4 ÷ 0,7
Gres nuovi	0,18	0,25	80	1,2 ÷ 1,8
in servizio da anni	0,25	0,35	68	2,5 ÷ 4,5

Tab. 5.1 - Indici di scabrezza per diversi tipi di tubazione

Per i canali, i valori dei parametri γ , m , k sono tabulati in funzione delle caratteristiche del rivestimento del canale

<i>Tipo di canale</i>	<i>Scabrezza omogenea equivalente ε (mm)</i>	<i>Bazin γ_B ($m^{1/3}$)</i>	<i>Kutter m_K ($m^{1/3}$)</i>	<i>Gauckler-Strickler k_S ($m^{1/3} s^{-1}$)</i>	<i>Manning n ($m^{-1/3} s$)</i>
1 - Pareti di cemento perfettamente lisciate. Pareti di legno piallato. Pareti metalliche, senza risalti nei giunti.	0,15 ÷ 0,2	0,06	0,12	100 ÷ 90	0,011
- Idem ma con curve.	0,2 ÷ 0,4	0,10	0,18	90 ÷ 85	0,012
2 - Pareti di cemento non perfettamente lisciate. Muratura di mattoni molto regolare. Pareti metalliche con chiodatura ordinaria.	0,4 ÷ 1,0	0,16	0,20 ÷ 0,25	85 ÷ 75	0,013
3 - Pareti di cemento in non perfette condizioni. Muratura ordinaria più o meno accurata. Pareti di legno grezzo, eventualmente con fessure.	2 ÷ 5	0,23 ÷ 0,36	0,35 ÷ 0,55	70 ÷ 65	0,014 ÷ 0,015
4 - Pareti di cemento solo in parte intonacate; qualche deposito sul fondo. Muratura irregolare (o di pietrame). Terra regolarissima senza vegetazione.	8	0,46	0,55 ÷ 0,75	60	0,018
5 - Terra abbastanza regolare. Muratura vecchia, in condizioni non buone, con depositi di limo al fondo.	15 ÷ 30	0,60 ÷ 0,85	0,75 ÷ 1,25	50	0,020 ÷ 0,022
6 - Terra con erba sul fondo. Corsi d'acqua naturali regolari.	70	1,30	1,50	40	0,025
7 - Terra in cattive condizioni. Corsi d'acqua naturali con ciottoli e ghiaia.	120 ÷ 200	1,75	2,00	35	0,030
8 - Canali in abbandono con grande vegetazione. Corsi d'acqua con alveo in ghiaia e movimento di materiali sul fondo, oppure scavati in roccia con sporgenze.	300 ÷ 400	2,0 ÷ 2,3	3,00	30	0,035

Valori del coefficiente di Gauckler-Strickler k ($m^{1/3}s^{-1}$) (da Chow, 1959).

Tipo di canale	massimo normale minimo			
<i>Canali artificiali</i>				
<i>Canali in terra liscia e uniforme</i>				
Pulita, scavata di recente	62	56	50	
Pulita, dopo prolungata esposizione	56	45	40	
Ghiaia, sezione uniforme, pulita	45	40	33	
Erba corta, pochi cespugli	45	37	30	
<i>Canali in terra con ondulazioni o irregolari</i>				
Senza vegetazione				
Con erba e pochi cespugli	43	40	33	
Cespugli o piante acquatiche in canali profondi	40	33	30	
Fondo in terra e sponde in pietrisco	33	29	25	
Fondo in pietra e sponde in cespugli	36	33	29	
Fondo in ciottoli e sponde pulite	40	29	25	
Fondo in ciottoli e sponde pulite	33	25	20	
<i>Canali scavati o dragati</i>				
Senza vegetazione				
Cespugli sparsi sulle sponde	40	36	30	
	29	20	17	
<i>Canali in roccia</i>				
Lisci e uniformi	40	29	25	
Frastagliati e irregolari	29	25	20	
<i>Canali senza manutenzione, sterpaglia e cespugli</i>				
Sterpaglia densa, alta quanto il tirante idrico	20	12	8	
Fondo pulito, cespugli sulle sponde	25	20	12	
Fondo pulito, cespugli sulle sponde, in piena	22	14	9	
Cespugli densi e acque profonde	12	10	7	
<i>Corsi d'acqua naturali</i>				
<i>Corsi d'acqua minori (tirante inferiore a 3.5 m)</i>				
<i>Corsi d'acqua di pianura</i>				
Puliti, rettilinei, in piena senza scavi localizzati				
Puliti, rettilinei, in piena senza scavi localizzati, con sassi e sterpaglia	40	33	30	
Puliti, ondulati, con alcune buche e banchi	33	29	35	
Puliti, ondulati, con alcune buche e banchi	30	25	22	
Puliti, ondulati, con alcune buche e banchi, con cespugli e pietre	29	22	20	
Puliti, ondulati, con alcune buche e banchi in magra	25	21	18	
Puliti, ondulati, con alcune buche e banchi, con cespugli e più pietraie	22	20	17	
Tratti lenti, sterpaglia e buche profonde	20	14	12	
Tratti molto erbosi, buche profonde e grossi arbusti e cespugli	13	10	7	
<i>Corsi d'acqua montani, senza vegetazione in alveo, sponde ripide, alberi e cespugli lungo le sponde sommersibili durante le piene</i>				
Fondo: ghiaia, ciottoli e massi sparsi	33	25	20	
Fondo: ciottoli e massi grossi	25	20	14	

CARATTERISTICHE COSTRUTTIVE DEI CANALI A SUPERFICIE LIBERA (1)

In genere esistono vincoli progettuali su:

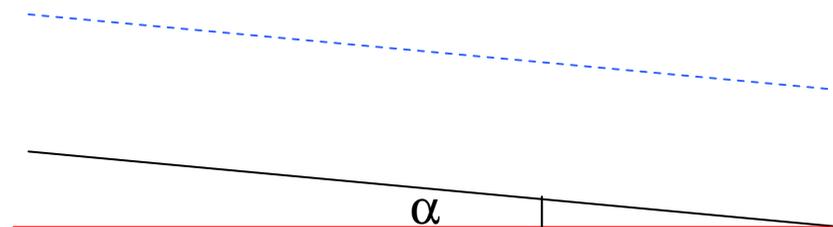
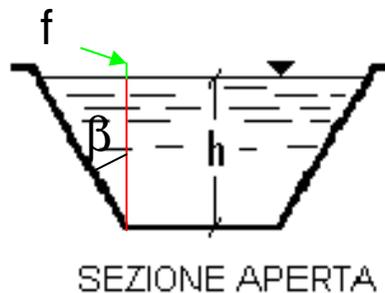
larghezza di fondo, per ragioni economiche:

- il costo di scavo è funzione della profondità, quindi un canale dovrebbe essere più largo che profondo
- il costo del terreno è funzione della superficie, quindi il canale dovrebbe essere più profondo che largo

pendenza delle sponde: per ragioni statiche (in funzione della natura del terreno);

pendenza di fondo: si deve scostare di poco dalla pendenza naturale del terreno.

Bisogna inoltre prevedere la presenza di un opportuno franco (zona vuota di sicurezza).



Pendenza delle sponde:

occorre distinguere i canali rivestiti dai canali in terra.

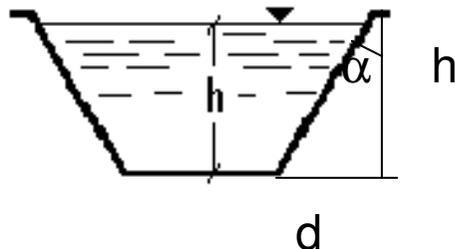
▪ **I canali rivestiti** possono avere una qualunque pendenza in funzione delle opere di sostegno del terreno. **La sezione rettangolare** in genere presuppone sempre il rivestimento.

▪ Per **i canali non rivestiti**, la pendenza della sponda, o la sua scarpa, dipendono essenzialmente dalla natura del terreno nel quale sono scavati.

Il limite della pendenza è imposto dal cosiddetto angolo di attrito interno delle terre e dalla coesione.

$$i = \tan(\alpha) = h/d$$

$$s = \text{inv}(i) = \cotan(\alpha) = d/h$$



<i>scarpa</i>	<i>tipo di terreno</i>
1 : 2	conglomerato di tipo quasi roccioso
1 : 1	terreni con sabbia e ghiaia ad elementi grossolani con elevato legante argilloso
3 : 2	terreni meno compatti con granulometria più fine
2 : 1	elementi fini con poco legante

CARATTERISTICHE COSTRUTTIVE DEI CANALI A SUPERFICIE LIBERA (2)

(Es. per una sezione rettangolare)

$$Q = A \cdot V = A \cdot X \sqrt{R \cdot i} = L \cdot h \cdot X \sqrt{\frac{A}{C} \cdot i} = L \cdot h \cdot X \cdot \sqrt{\frac{L \cdot h}{L + 2h} \cdot i}$$

Larghezza di fondo: il rapporto tra quest'ultima e l'altezza della sezione è legata a criteri di economia.

A parità di portata Q :

- minore è la larghezza, maggiore risulta il costo di scavo
- minore è la fascia di terreno da occupare o da espropriare (in caso di opere pubbliche) per l'esecuzione delle opere.

Dal punto di vista idraulico è possibile definire **sezioni di minima resistenza:**

Ossia le sezioni che a parità di area hanno il minimo contorno bagnato (C) ossia il massimo raggio idraulico ($R=A/C$),

Ossia, a parità di area possono addurre la massima portata

(o anche una data portata può essere addotta con un canale che occupa meno suolo possibile);

in questo caso la relazione che lega la larghezza del fondo del canale al tirante massimo di progetto è: **$L = y h$**

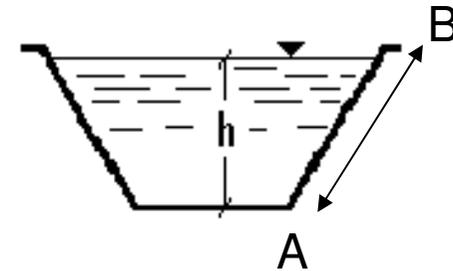
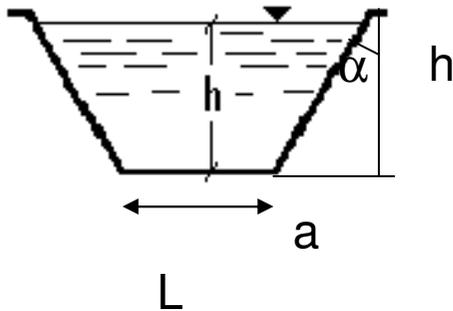
essendo L la larghezza del fondo e h il tirante massimo di progetto.

Nel caso di **sezione rettangolare** $y = 2$,
quindi la sezione di minima resistenza è quella che presenta

$$**$L = 2 h$**
prof. A. Capra$$

Nel caso di **sezione trapezia** il valore del coefficiente y dipende dalla scarpa fissata s (a/h).
La sezione di minima resistenza è quella che si avvicina al semicerchio inscritto, rappresentata da un semiesagono regolare, scarpa=0.577, raramente possibile nella pratica.

$$Q = A \cdot V = A \cdot X \sqrt{R \cdot i} = \frac{L + (L + 2 \cdot a)}{2} \cdot h \cdot X \sqrt{\frac{A}{C} \cdot i} = L \cdot h \cdot X \cdot \sqrt{\frac{L + (L + 2 \cdot a) \cdot h}{2} \cdot \frac{h}{L + 2 \cdot AB} \cdot i}$$



Pendenza di fondo:

Dipende principalmente dalla pendenza naturale del terreno.

In qualche caso potrà scostarsi da questa per evitare velocità eccessive o troppo ridotte.

A **pendenze minori di quelle naturali**, il canale risulta **sopraelevato** e corrisponderanno **canali pensili**,

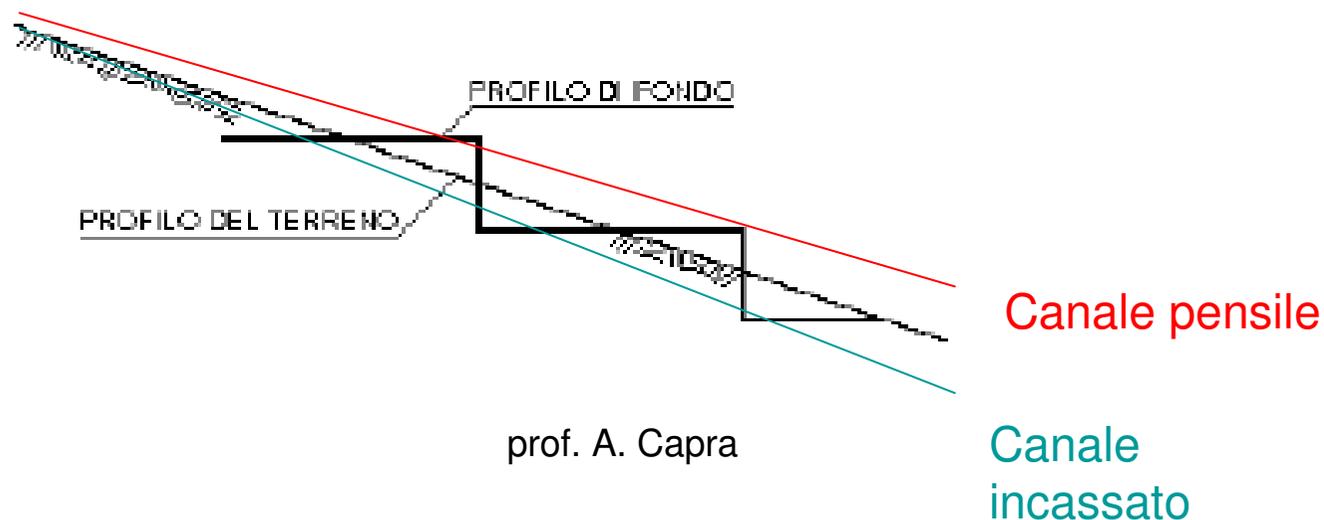
A **pendenze superiori**, il canale risulta **incassato**.

Ragioni tecniche ed economiche sconsigliano, in genere, canali molto profondi.

Qualora non se ne possa fare a meno in zone assolutamente pianeggianti, si dovrà ricorrere a sollevamenti.

Più frequente è il caso in cui, per non avere velocità eccessive, si debbano adottare pendenze minori di quella del terreno.

La soluzione tecnica a cui si ricorre è quella della realizzazione di discontinuità nella pendenza del canale con perdite di quota localizzate chiamate **salti di fondo**



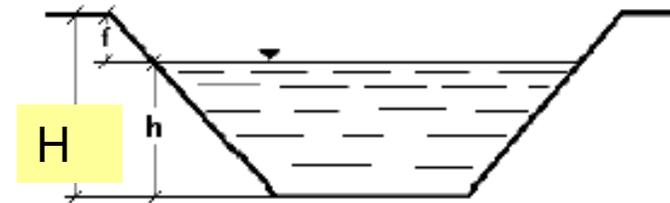
Franco

Un **elemento di notevole incertezza** nel dimensionamento idraulico di una sezione è il **coefficiente di scabrezza**, data la vasta gamma di materiali, di condizioni locali, di interazioni con l'ambiente (es. presenza di **vegetazione**).

Per tenere conto di questo grado di incertezza nel dimensionamento, i canali si realizzano prudenzialmente con un opportuno **franco, f** , variabile in funzione del tipo di canale e, soprattutto, del suo impiego.

Indicativamente:

- piccole canalette di distribuzione, in materiali di qualità nota (p. es. prefabbricate), possono essere costituite con franchi minimi ($f = 0,10 \div 0,20$ m)
- piccoli canali non rivestiti $f = 0,25 \div 0,50$ m
- grossi canali di adduzione $f > 0,5$ m



$H \Rightarrow$ altezza costruttiva del canale

$h \Rightarrow$ altezza massima di esercizio risultante dal calcolo, $h = f(Q)$:

$f \Rightarrow$ franco

VERIFICA DEI CANALI A SUPERFICIE LIBERA

Data la forma e le dimensioni della sezione trasversale di un alveo di nota scabrezza e pendenza i , determinare il valore di portata Q corrispondente ad un assegnato valore del tirante idrico di moto uniforme H .

La risoluzione del problema posto necessita il ricorso alla formula:

$$Q = A \cdot V = A \cdot X \sqrt{R \cdot i} = L \cdot h \cdot X \sqrt{\frac{A}{C} \cdot i} = L \cdot h \cdot X \cdot \sqrt{\frac{L \cdot h}{L + 2h} \cdot i} \quad (\mathbf{a})$$

(per la sezione rettangolare)

Scala delle portate di moto uniforme

Data la forma e le dimensioni della sezione trasversale di un alveo di nota scabrezza e pendenza i , determinare il valore di h relativo alla corrente di moto uniforme di nota portata Q

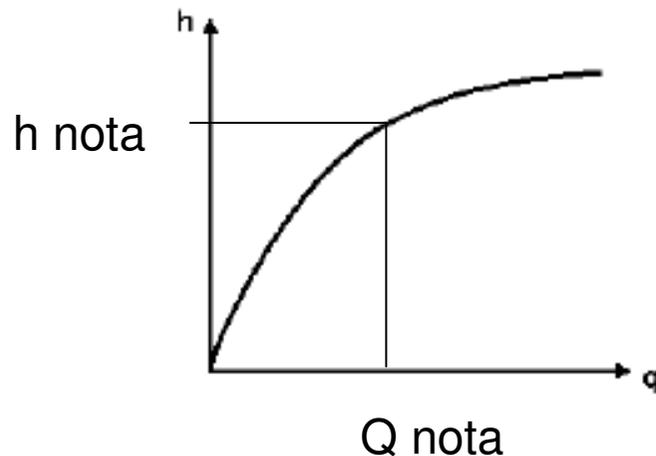
La risoluzione del problema necessita il ricorso ancora all'espressione utilizzata per la risoluzione del problema precedente, ma questa volta **non può essere risolta rispetto al tirante idrico h** . Ad es., per canali rettangolari e X calcolato con l'eq. Di Bazin

$$Q = A \cdot V = A \cdot X \sqrt{R \cdot i} = L \cdot h \cdot X \sqrt{\frac{A}{C} \cdot i} = L \cdot h \cdot X \cdot \sqrt{\frac{L \cdot h}{L + 2h} \cdot i}$$

Scala delle portate di moto uniforme

In questo caso si procede per tentativi:

- 1) ricercando il valore di h che consente di ottenere, mediante la formula, il valore di Q noto;
- 2) costruendo nel piano cartesiano Q - h il grafico della funzione; il grafico si costruisce per punti assegnando i valori di h e ricavando mediante la formula i corrispondenti valori di portata Q ;
- 3) congiungendo i punti rappresentati dalle coppie Q - h (Q_1 - h_1 ; Q_2 - h_2 ; ... Q_n - h_n) si ottiene la scala delle portate di moto uniforme (o semplicemente scala delle portate);
- 4) per determinare il tirante idrico di moto uniforme corrispondente alla portata nota, si usa in senso inverso la scala così tracciata; si individua sull'asse delle ascisse il valore della portata nota e si ricerca sulla curva il corrispondente valore del tirante idrico.



Velocità di esercizio: velocità eccessive comportano erosione delle sponde del canale mentre velocità basse possono consentire un'eccessiva sedimentazione del materiale terroso trasportato portando al progressivo interrimento del canale.

Indicativamente, la velocità limite inferiore per evitare eccessiva sedimentazione è 0,20 , 0,30 m/s (variabile con la granulometria ed il peso specifico del materiale trasportato). La velocità v_f massima ($v_f \gg 0,75 v$) per evitare l'erosione delle sponde può essere desunta da tabelle del tipo seguente.

v_f max (m/s)	tipo di terreno
0,30 ÷ 0,80	da sabbioso finissimo a sabbioso grossolano, a sabbioso argilloso, sino ad argilloso piuttosto compatto
0,80 ÷ 0,81	da argillo-ghiaioso, a ghiaioso grossolano, a detriti
1,40 ÷ 1,80	conglomerati e rocce tenere
2,00 ÷ 3,50	rocce dure
3,50 ÷ 4,50	calcestruzzo

PROGETTO DEI CANALI A SUPERFICIE LIBERA

Si tratta di stabilire le dimensioni da assegnare alla sezione trasversale del canale affinché sia in grado di convogliare, per noti valori della pendenza e della scabrezza, la corrente di assegnata portata.

Il ricorso alla sola equazione (a) rende il problema analiticamente indeterminato dato che il numero delle incognite è almeno pari a due (le due dimensioni della sezione: L ed h).

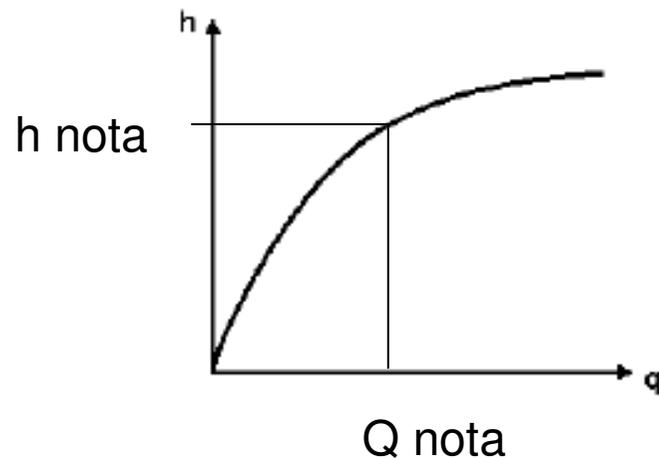
$$Q = A \cdot V = A \cdot X \sqrt{R \cdot i} = L \cdot h \cdot X \sqrt{\frac{A}{C} \cdot i} = L \cdot h \cdot X \cdot \sqrt{\frac{L \cdot h}{L + 2h} \cdot i} \quad (a)$$

I problemi di progetto possono essere risolti:

- 1) **fissando l'altezza h** con riferimento a particolari vincoli (profondità di scavo, compenso tra scavi e rinterri, presenza di insediamenti, ecc...) e **una relazione tra le due dimensioni della sezione** sulla base di considerazioni economiche (limitare gli espropri o la profondità di scavo, minima resistenza idraulica, es. $L=2h$ per le sezioni rettangolari)
- 2) **fissando il valore massimo della velocità media della corrente** che si ritiene compatibile con il materiale presente in alveo

Problema di progetto

- 1) Per ogni altezza ipotizzata si calcola la scala delle portate corrispondenti; es. per canale rettangolare



$$Q = A \cdot V = A \cdot X \sqrt{R \cdot i} = L \cdot h \cdot X \sqrt{\frac{A}{C}} \cdot i = L \cdot h \cdot X \cdot \sqrt{\frac{L \cdot h}{L + 2h}} \cdot i$$

Il canale avrà l'altezza cui corrisponde la portata di progetto

2) **fissando il valore massimo della velocità media della corrente** che si ritiene compatibile con il materiale presente in alveo

Il criterio di fissare un valore di velocità V_a ammissibile, per le condizioni di deflusso della corrente all'interno dell'alveo, nasce dalla necessità (nel caso il canale sia in terra) di non provocare erosioni o depositi all'interno del canale e dalla scelta di un valore massimo di velocità compatibile con la natura del rivestimento.

La risoluzione del problema di progetto deriva dal seguente procedimento:

$$Q = A \cdot V_a \quad (\text{essendo nota } Q \text{ e fissando } V_a)$$

Ne deriva che
$$A = \frac{Q}{V_a}$$

Nel caso di canale rettangolare di larghezza incognita L , si avrà: $A=L \cdot h$

Per il criterio di minima resistenza $L=2 \cdot h$, quindi $A=2h \cdot h = 2 h^2$, da cui
$$h = \sqrt{\frac{A}{2}}$$

Una volta ricavato h , possiamo determinare $L=2 \cdot h$ e quindi il raggio idraulico
$$R = \frac{L \cdot h}{L + 2h}$$

Dall'espressione di Chezy, avremo:
$$V_c = X \cdot \sqrt{R \cdot i}$$

X sarà calcolato con una delle formule note (Bazin, Kutter,) in funzione del raggio idraulico R.

A questo punto, per valutare se la scelta della velocità V_a è compatibile con le caratteristiche del canale, verrà applicato il criterio di convergenza:

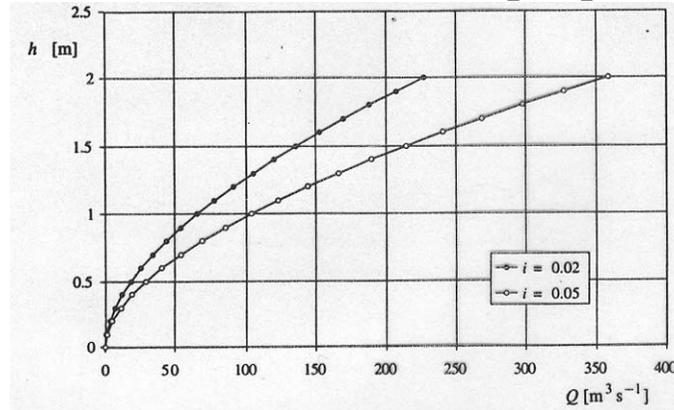
$$\varepsilon = \frac{|V_a - V_c|}{V_a} \cdot 100$$

Se ε è inferiore al 10%, allora la V_a risulta idonea al dimensionamento del canale; se ε è superiore al 10% occorrerà procedere con una V_a di secondo tentativo (procedendo nuovamente con i calcoli finché ε risulta inferiore o uguale al 10%):

$$V_a \text{ II} = \frac{V_a + V_c}{2}$$

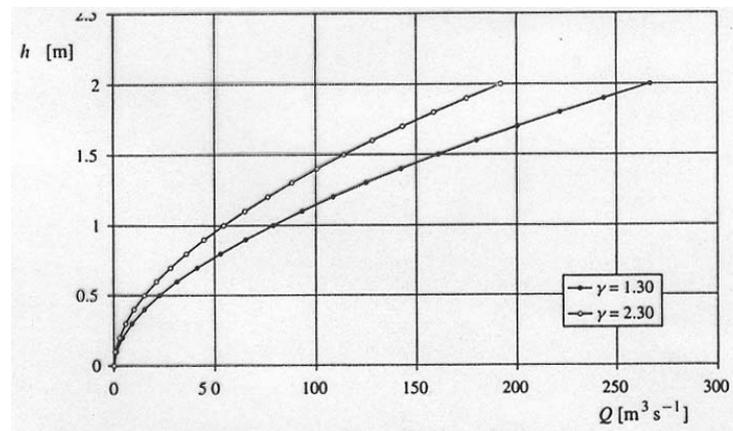
Scala delle portate al variare della pendenza i:

Per uno stesso alveo, a parità di portata, l'incremento della pendenza, determinando un aumento della velocità media della corrente di moto uniforme, comporta una diminuzione del tirante idrico (poiché $Q=A \cdot V$, è sufficiente un'A più piccola).



Scala delle portate al variare della scabrezza:

Per uno stesso alveo, a parità di portata, l'incremento della scabrezza, determinando una diminuzione della velocità media della corrente di moto uniforme, comporta un aumento del tirante idrico (poiché $Q=A \cdot V$, serve un'A più grande).



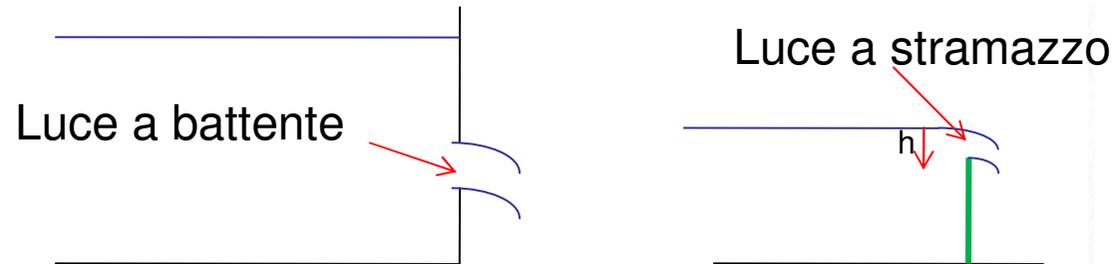
Corsi di laurea di I livello:
Scienze e tecnologie agrarie
Materia: Idraulica agraria (6 CFU)
docente: prof. Antonina Capra
a.a. 2014-15

Parte C- Foronomia

FORONOMIA

La foronomia studia l'efflusso di una vena liquida attraverso una apertura (denominata **bocca** o **luce**) in una parete.

Sono utilizzate per la misura delle portate nelle reti di canalizzazioni irrigue.



In base alle loro caratteristiche si distinguono in

luci a battente: il livello d'acqua a monte sovrasta il contorno superiore della luce;

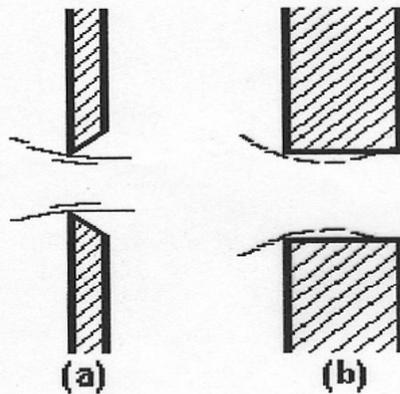
Luci a stramazzo: il livello a monte sovrasta il contorno (inferiore) della luce

luci libere: il livello a valle non influenza la luce;

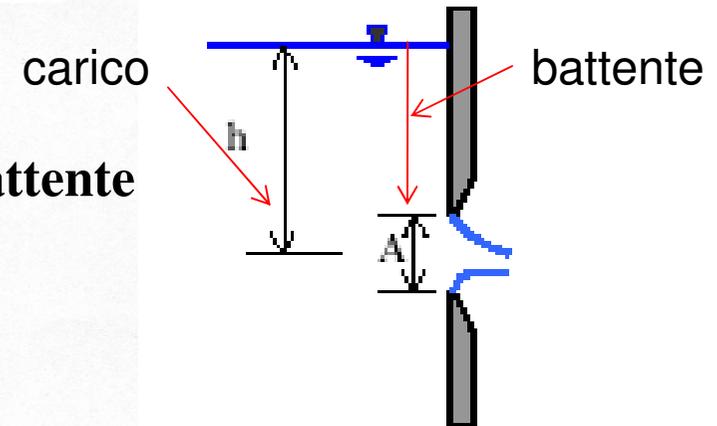
luci rigurgitate: (parzialmente o totalmente): il livello a valle influenza parzialmente o totalmente la luce.

luci in parete sottile: quando lo spessore risulta trascurabile (sagoma a tagliente verso monte) (a),

luci in parete grossa: quando la vena aderisce parzialmente o totalmente ai contorni della luce (b).



Luce a battente



Le caratteristiche principali di una luce sono:

l'area;

il battente come dislivello tra la superficie libera a monte ed il bordo superiore della luce;

il carico, dislivello tra il pelo libero a monte e ^{il} baricentro della sezione di efflusso (luci a battente) o ^{il} bordo (inferiore) della luce (luci a stramazzo);

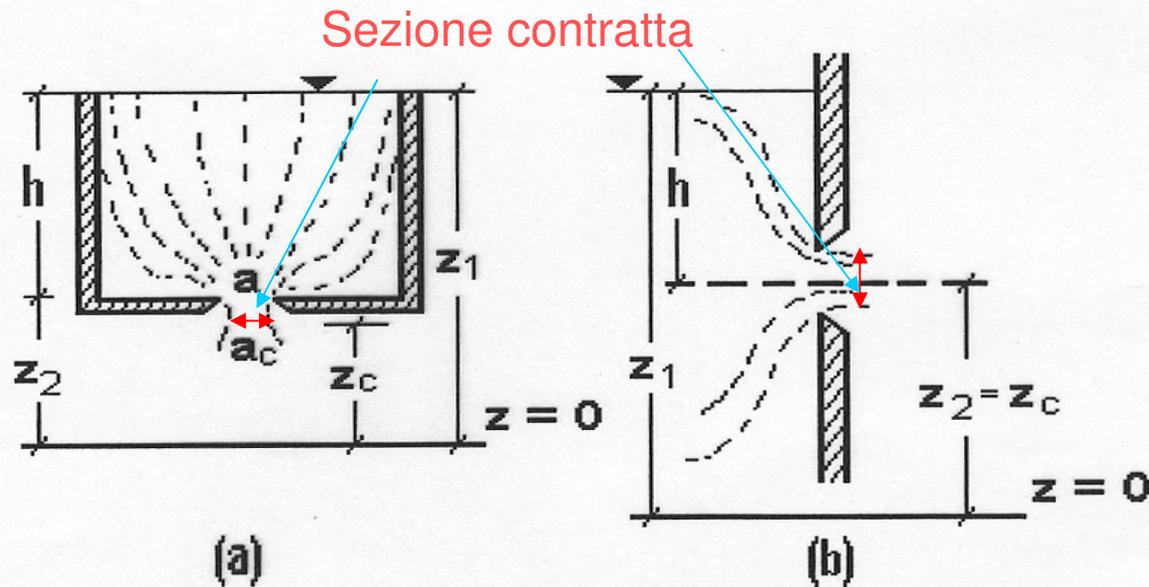
il coefficiente di efflusso, coefficiente correttivo per il calcolo della portata.

Leggi di efflusso

Le ipotesi usate per la definizione delle leggi dell'efflusso sono:

- liquido perfetto.
- moto permanente (recipiente a monte a livello costante)

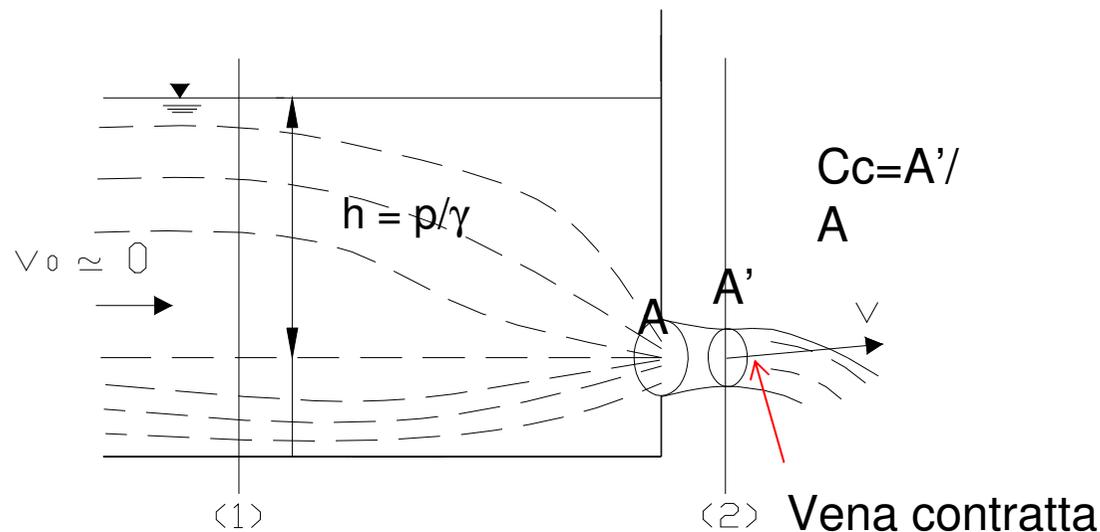
Luci a battente di piccole dimensioni in parete sottile



LUCI A BATTENTE

- Si supponga che sulla parete verticale di un serbatoio sia aperta una luce di area A .
- Le dimensioni della luce siano piccole rispetto alle dimensioni del serbatoio, e il livello in questi resti costante.
- Si suppone inoltre che le pareti del serbatoio dove è praticata la luce siano molto sottili.

Per effetto della convergenza dei filetti all'interno del serbatoio verso la luce, la sezione della vena liquida immediatamente dopo la luce è $A' < A$. Il rapporto tra A' e A si chiama coefficiente di contrazione $C_c = A'/A$, e la vena dove assume la sezione minima, si chiama *vena contratta*.



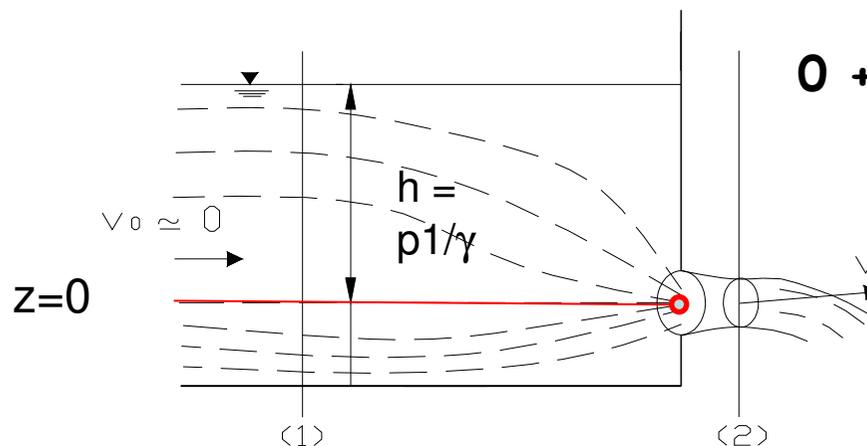
Nella **sezione contratta** i filetti sono pressoché **rettilinei e paralleli** (moto laminare), e si può applicare il principio di Bernoulli, fra una sezione 1 all'interno del serbatoio (non disturbata dalla luce di efflusso), e la sezione contratta 2.

Se poniamo come **orizzontale di riferimento** quella **passante per il centro del foro**,

se la velocità dell'acqua all'interno del serbatoio risulta trascurabile, per cui $V_1^2/2g \approx 0$,

essendo $p_1/\gamma = h$ nella sez. 1,

mentre nella sezione contratta la pressione è uguale a quella atmosferica per cui $p_2/\gamma = 0$, per cui si avrà:



$$z_1 + p_1/\gamma + V_1^2/2g = z_2 + p_2/\gamma + V_2^2/2g$$



$$0 + h + 0 = 0 + 0 + V_2^2/2g$$



$$h = V_2^2/2g$$

$$v = \sqrt{2gh}$$

$$z_1 + p_1/\gamma + V_1^2/2g = z_2 + p_2/\gamma + V_2^2/2g$$

$$\Downarrow$$

$$0 + h + 0 = 0 + 0 + V_2^2/2g$$

$$\Downarrow$$

$$v_t = \sqrt{2gh}$$

(velocità di Torricelli) [m/s]

Per tener conto degli effetti dissipativi (attrito) si introduce un coefficiente correttivo della velocità $C_v = 0.97 \div 0.98$. La velocità di efflusso di un filetto fluido nella sezione contratta è pertanto:

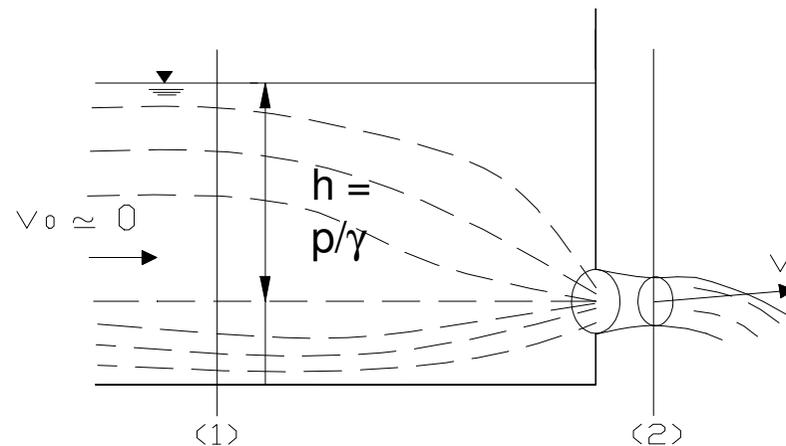
$$V = C_v \sqrt{2gh}$$

essendo h la profondità del filetto rispetto al pelo libero a monte della luce. La portata che passa attraverso la luce è:

$$Q = A'v = A' C_v \sqrt{2gh}$$

Indicando con $C_c = A_c/A$

$$Q = C_c A C_v \sqrt{2gh}$$



Se indichiamo con il termine μ il coefficiente di efflusso della luce a battente in parete sottile e ponendo $\mu = C_c C_v$, si ottiene:

$$Q = \mu A \sqrt{2gh} \quad [\text{m}^3/\text{s}]$$

in cui: μ è un **coefficiente sperimentale di efflusso** dipendente dal tipo di luce e dalle condizioni di funzionamento (valore di prima approssimazione 0.60-0.61); A è l'area della luce; h è il carico che si pone uguale alla profondità del baricentro della luce dal pelo libero a monte. Se la velocità di arrivo non è trascurabile, allora sarà:

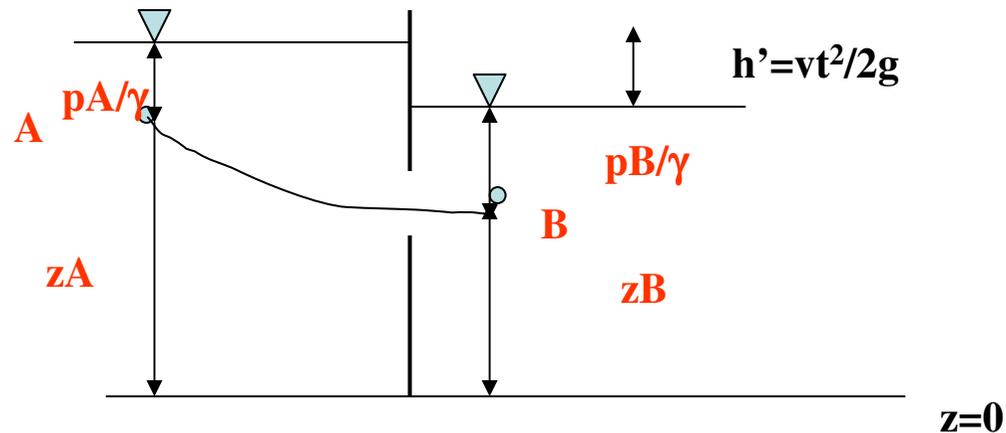
$$Q = \mu A \sqrt{2gh + v_a^2}$$

in cui v_a è la componente della velocità di arrivo nella direzione dell'efflusso.

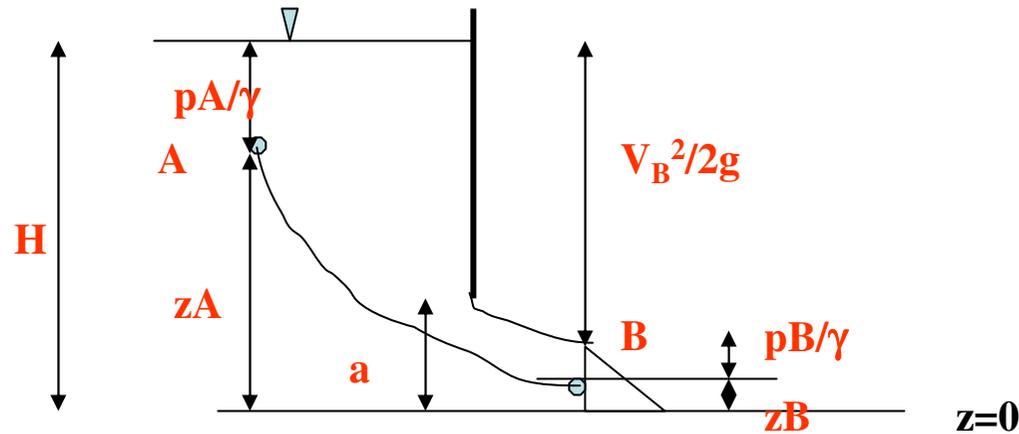
Nelle luci a *battente rigurgitate*, senza velocità di arrivo e di efflusso, sarà:

$$Q = \mu A \sqrt{2gh'}$$

in cui il carico h' è pari al dislivello tra i peli liberi a monte ed a valle della luce.



Un particolare tipo di luce a battente è rappresentato dalle *luci di fondo* che si realizzano quando si hanno paratoie che possono lasciare passare l'acqua sollevandosi dal fondo. In questo caso prove sperimentali hanno dimostrato che $C_c=0.61$ se l'altezza della luce risulta piccola rispetto alla sua larghezza e al suo carico.



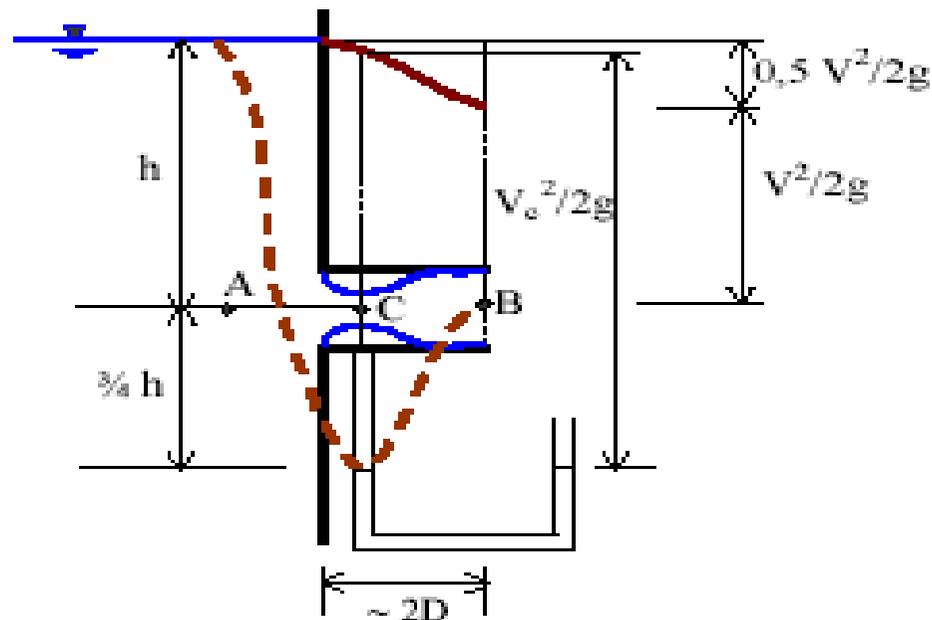
In questo caso la sezione contratta si appoggia sul fondo del canale; la corrente segue la legge idrostatica (distribuzione triangolare). Per il teorema di Bernoulli avremo:

$$H = z_A + \frac{p_A}{\gamma} + \frac{v_A^2}{2g} = z_B + \frac{p_B}{\gamma} + \frac{v_B^2}{2g}$$

$v_A^2/2g = 0$ in quanto il sistema è inizialmente in quiete. Sia A l'area della luce: $A=a \cdot b$; b sia la larghezza:

$$\frac{V_B^2}{2g} = H - \left(z_B + \frac{p_B}{\gamma} \right) = H - C_c \cdot a \quad Q = A \cdot V = \mu \cdot a \cdot b \sqrt{2g(H - C_c \cdot a)}$$

Luci con *tubo addizionale*: sono delle luci ottenute applicando alla parete del recipiente (in corrispondenza della luce) un breve tronco di tubo dello stesso diametro. Se il tubo è abbastanza lungo la sezione contratta si forma all'interno del tubo e l'efflusso dalla sezione terminale avviene a bocca piena. Occorre tuttavia che il tubo addizionale non sia troppo lungo in modo da considerare trascurabili le perdite di carico distribuite. Solitamente il tubo addizionale ha una lunghezza pari a circa 2-3 diametri.



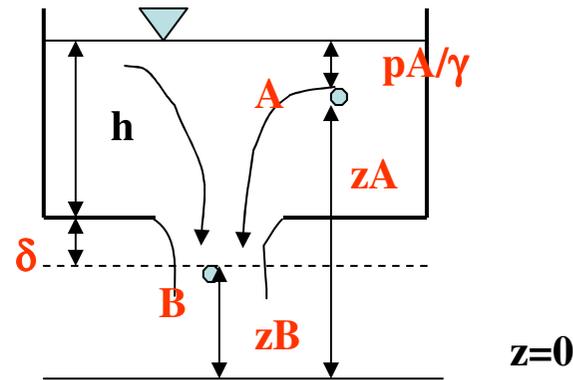
Sperimentalmente **Venturi** ha dimostrato che l'efflusso nelle luci con tubo addizionale è maggiore di quello di una luce a spigolo vivo ($\mu = 0.61$) avente la stessa area:

$$Q = 0.8 A \sqrt{2gh} \quad [\text{m}^3/\text{s}]$$

Nel caso che il tubo addizionale sia applicato dalla parte interna del serbatoio, si ha una riduzione della portata di efflusso, infatti:

$$Q = 0.5 A \sqrt{2gh} \quad [\text{m}^3/\text{s}]$$

Consideriamo il caso di una luce aperta sul fondo piano di un recipiente.



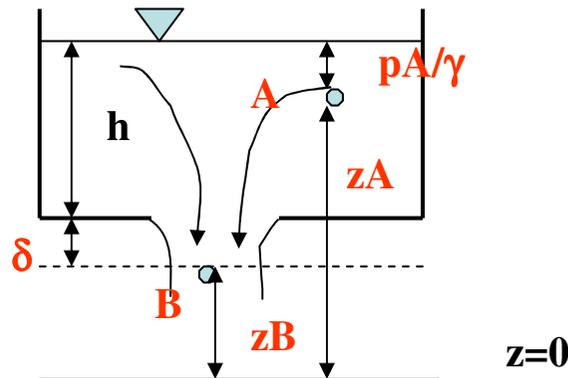
Indicheremo con h (*carico*) l'affondamento della luce sotto la superficie libera dell'acqua.

Applichiamo il teorema di Bernoulli ad una generica traiettoria che partendo dal punto A (dentro il recipiente), abbastanza lontano dalla luce perchè la velocità v_i si possa ritenere trascurabile ($V_A=0$), raggiunga un punto B della sezione contratta.

Dette z_A e z_B le quote dei punti A e B sopra un generico piano di riferimento e p_A/γ l'altezza piezometrica nel punto A, pari al suo affondamento sotto il pelo libero; essendo idrostatica la distribuzione di pressioni nella sezione contratta la pressione $p_B=0$. Per il teorema di Bernoulli avremo:

$$z_A + \frac{p_A}{\gamma} + \frac{v_A^2}{2g} = z_B + \frac{p_B}{\gamma} + \frac{v_B^2}{2g} \quad z_A + \frac{p_A}{\gamma} = z_B + \frac{v_B^2}{2g} \quad v_B = \sqrt{2gh}$$

In realtà si dovrebbe considerare anche δ (distanza tra il baricentro della luce e quello della sezione contratta) ma può considerarsi trascurabile poiché molto piccolo rispetto ad h .

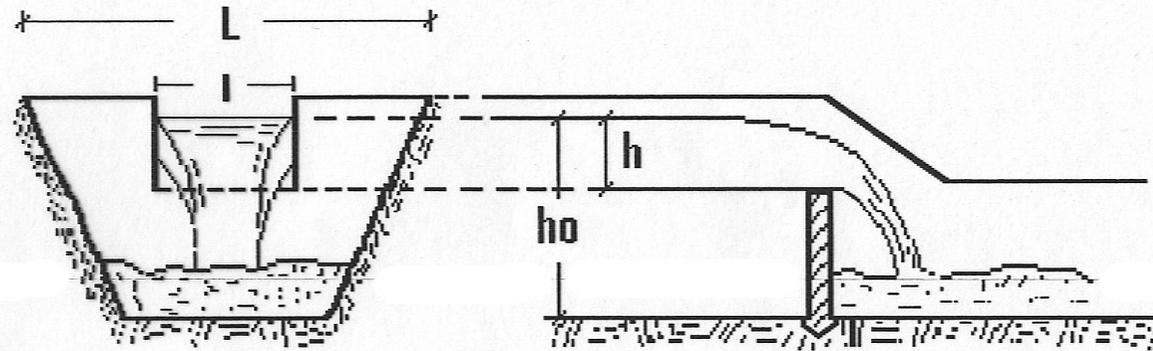


Luci a stramazzo

Le bocche a battente e quelle a stramazzo sono state in passato, e lo sono tuttora, molto usate come misuratori di portata nei canali. I requisiti di un buon misuratore di portata per canali sono i seguenti:

- a) **robustezza e semplicità di uso; non si deve ricorrere per la misura ad organi automatici e mobili e quindi facili all'usura;**
- b) **comportamento semimodulare; deve cioè essere dipendente esclusivamente dalle condizioni di monte;**
- c) **limitata perdita di quota del pelo libero in corrispondenza della sezione di misura;**
- d) **formazione di rigurgiti non eccessivi**

Riguardo all'insieme delle qualità elencate e in particolare riguardo al comportamento semimodulare e alle perdite di quota, i misuratori a stramazzo presentano dei vantaggi rispetto alle luci a battente.



La misura del carico va effettuata ad una certa distanza (multipla del carico) a monte della soglia per non risentire dell'effetto localizzato di chiamata che ha come conseguenza un rapido incremento di energia cinetica dovuto al restringimento della sezione della corrente.

Gli stramazzi si distinguono in

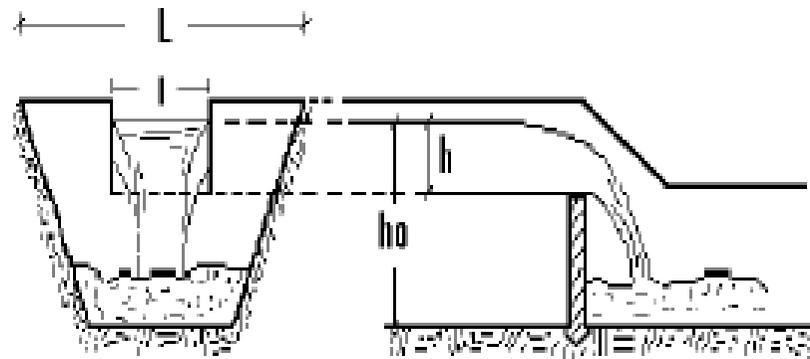
stramazzi in parete sottile, quando il fondo della vena si distacca dalla soglia;

stramazzi in parete grossa quando il fondo della vena aderisce perfettamente alla soglia.



Le *luci a stramazzo* sono generalmente incomplete nella parte superiore, e il perimetro della luce non è completamente lambito dall'acqua. Esse per il lato superiore comunicano con l'atmosfera, sono cioè a battente nullo.

Luce a stramazzo



4.2 LUCI A STRAMAZZO

La portata di una luce a stramazzo, trascurando la velocità di arrivo è data dalla formula:

$$Q = \mu_s L h \sqrt{2gh}$$

dove μ_s è un coefficiente di efflusso sperimentale dipendente dal tipo di luce e di soglia, (in parete sottile o grossa), dal valore del carico, dalle condizioni della lama stramazzone e dalle modalità di alimentazione; L è la lunghezza della soglia; h il carico cioè il dislivello tra la superficie libera a monte della chiamata allo sbocco e la soglia.

Se la velocità di arrivo non è trascurabile, in prima approssimazione si ha:

$$Q = \mu_s L \sqrt{2g} \left(h + \frac{v_a^2}{2g} \right)^{3/2}$$

in cui v_a è la componente, nella direzione della corrente, della velocità di arrivo.

Stramazzo "Bazin": è uno stramazzo rettangolare in parete sottile a spigolo vivo con contrazione soppressa sui lati (cioè con la lunghezza della soglia uguale alla larghezza del canale) ed a vena libera ed areata.

$$Q = \mu_s L h \sqrt{2gh} = \mu_s L \sqrt{2g} h^{3/2} = 4.429 \mu_s L h^{3/2} \quad [\text{m}^3/\text{s}]$$

Se la velocità in arrivo è trascurabile allora si pone: $\mu_s = 0,413$. Quando la velocità in arrivo non è trascurabile:

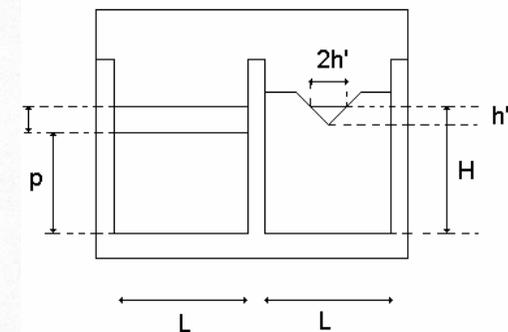
1) *secondo Bazin*

$$\mu_s = \frac{2}{3} \left(0,6075 + \frac{0,0045}{h} \right) \left[1 + 0,55 \left(\frac{h}{h+p} \right)^2 \right]$$

con $0,1 \leq h \leq 0,6$ [m];

2) *secondo Rehbock*

$$\mu_s = \frac{2}{3} \left(0,6035 + 0,0813 \frac{he}{p} \right)$$

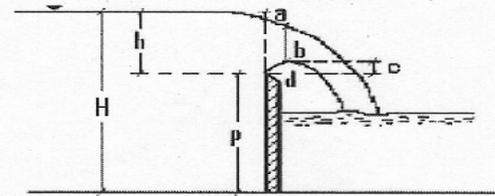


dove $he = h + 0,0011$ [m] e $0,03 \leq h \leq 0,6$ [m]. In ambedue i casi lo stramazzo deve rispettare le seguenti dimensioni affinché si abbia una relazione univoca tra il valore di h e la portata $Q=Q(h)$:

$$0,50 \leq L \leq 2,00 \text{ [m]}$$

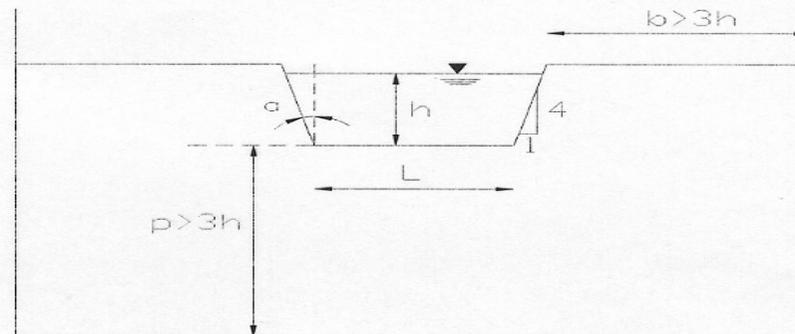
$$0,20 \leq p \leq 2,00 \text{ [m]}$$

essendo L la larghezza della soglia e p la sua altezza rispetto al fondo del canale. Il carico h (dislivello tra il pelo libero e l'estremo superiore dello stramazzo) viene letto lontano dallo stramazzo ad una distanza pari a circa $5 \div 10 h$ con un idrometro, in modo che tale misura non sia disturbata dal profilo di chiamata allo sbocco.



Stramazzo Bazin

Stramazzo "Cipolletti": è uno stramazzo trapezoidale con sponde inclinate di 1/4 in parete sottile a contrazione completa ed a vena libera ed areata.



$$Q = 0,42 L h \sqrt{2gh} = 1,86 L h^{3/2} [\text{m}^3/\text{s}]$$

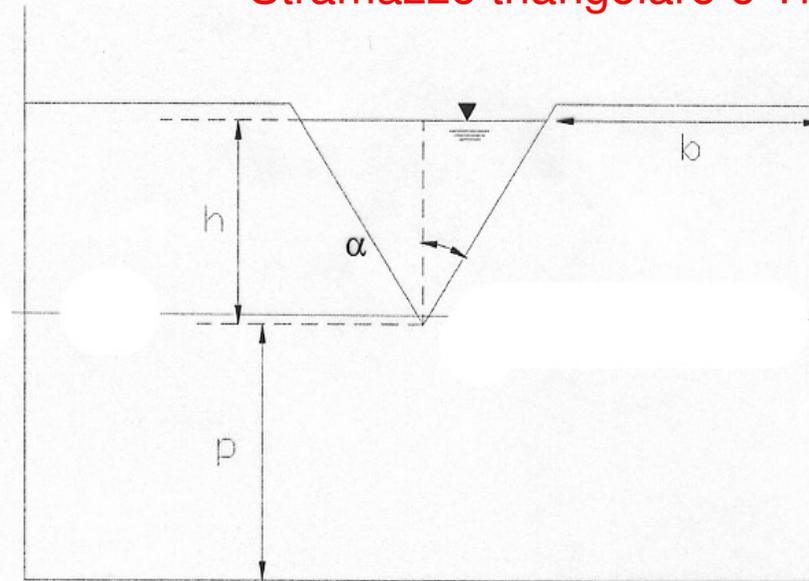
Indicando con p l'altezza della soglia dello stramazzo rispetto al fondo del canale, e con b la larghezza delle ali, dovrà essere:

$$p > 3h; \quad b > 3h; \quad L \geq 1 \text{ m}; \quad 0,2 \text{ m} \leq h \leq 0,6 \text{ m}$$

Quando sono rispettate le limitazioni suddette, tale stramazzo ha il coefficiente costante ed esiste una relazione univoca tra h e Q (scala delle portate). Per valori della larghezza della soglia inferiori a 1.00 m la portata, per unità di lunghezza della soglia tende ad aumentare.

Stramazzo triangolare: è uno stramazzo di norma isoscele, col vertice in basso e l'asse di simmetria verticale.

Stramazzo triangolare o Thompson



Per il calcolo della portata si utilizza la seguente formula:

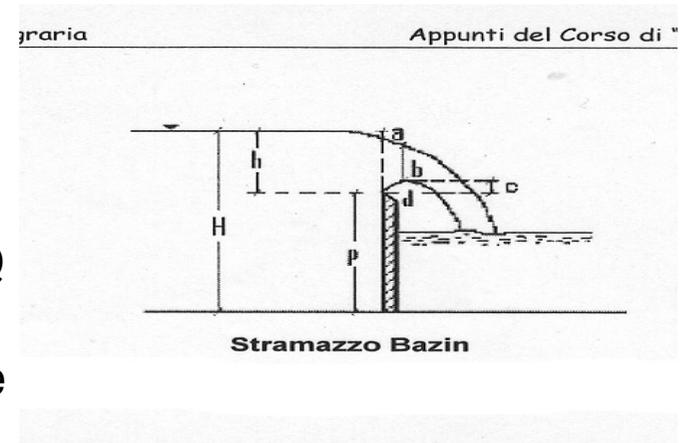
$$Q = 8/15 \mu h^2 \operatorname{tg} \alpha \sqrt{2gh} \quad [\text{m}^3/\text{s}]$$

Il μ che compare è quello di luci a battente in parete sottile, cioè circa pari a 0.6. Lo stramazzo triangolare per la sua particolare forma, che fa corrispondere carichi abbastanza elevati anche a piccole portate, si presta a misure di notevole precisione.

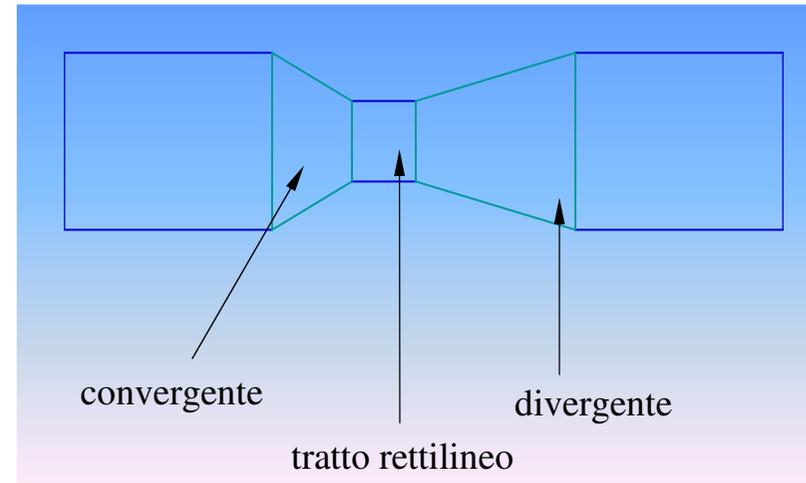
Precisione della misura della portata attraverso stramazzi

Note le caratteristiche geometriche dello stramazzo (dipendenti dal canale e dal tipo di stramazzo), l'unica misura da effettuare in campo è quella del carico h sullo stramazzo;

- Per h si intende il dislivello fra superficie libera dell'acqua nel canale a monte dello stramazzo e parte superiore dello stramazzo;
- h va misurata prima della “chiamata allo sbocco”;
- Poiché la portata Q è funzione di h , la precisione di Q dipende da h ; tanto più piccolo è h , tanto maggiore è l'incidenza dell'errore nella sua misura, tanto maggiore l'imprecisione nella misura di Q ;
- Al contrario, per h più grandi si ottengono misure di Q più precise;
- E' per tale motivo che per Q piccole si preferiscono stramazzi triangolari o trapezoidali (Cipolletti)

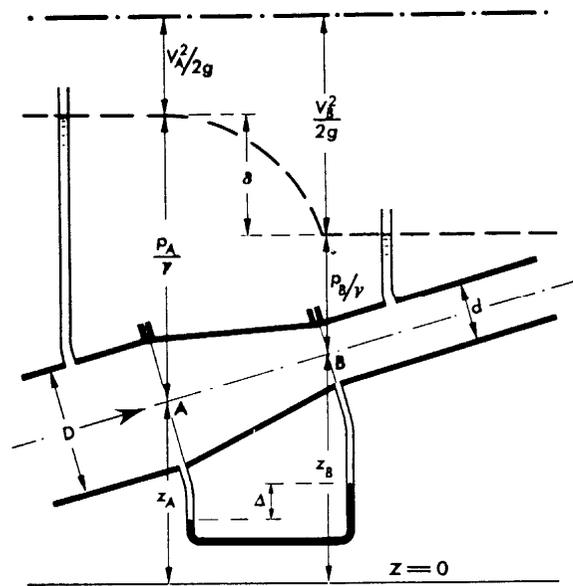


- **Il Venturimetro** è uno strumento **misuratore di portata di forma conico convergente - divergente** ,
Nell'attraversamento della sezione ristretta, il fluido subisce una variazione di pressione e di velocità , tanto più sentita quanto più ridotte sono le dimensioni della sezione di passaggio.
- Il divergente è più lungo del convergente per limitare le perdite di carico localizzate allo sbocco, meno trascurabili di quelle all'imbocco.
- In figura vediamo un tubo di Venturi pronto per la posa in opera.



Principio di funzionamento del Venturimetro

Tra il tratto con diametro maggiore e quello con diametro minore viene inserito un manometro differenziale a mercurio.



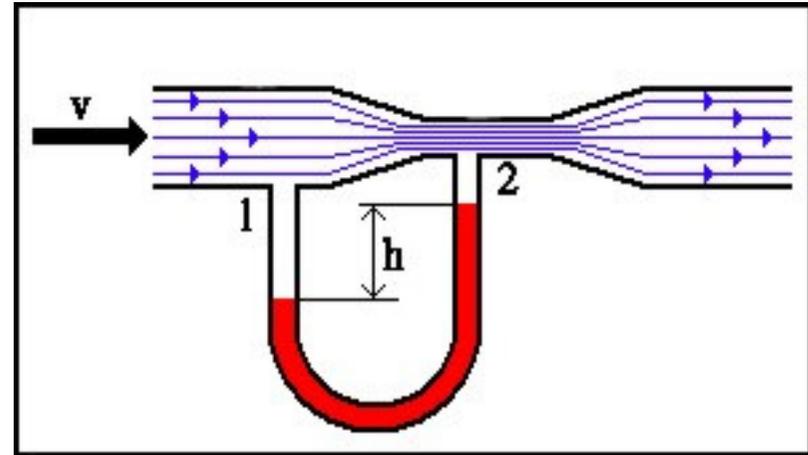
$$z_A + \frac{p_A}{\gamma} + \frac{v_A^2}{2g} = z_B + \frac{p_B}{\gamma} + \frac{v_B^2}{2g}$$

- Applicando il teorema di Bernoulli alle due sezioni, si ottiene la formula che ci permette il calcolo della portata Q.

$$Q = (\pi D^2/4) [(2g\Delta(\gamma_m - \gamma)/\gamma(\alpha(m-1)))]^{1/2}$$

Dove:

- Q è la portata, espressa in m³/s
- D è il diametro maggiore, espresso in m
- g è la costante di gravità, pari a 9.81 m/s²
- Δ è la differenza di altezze tra i menischi di mercurio, espressa in m
- γ_m è il peso specifico del mercurio, pari a 133361 N/m³
- γ è il peso specifico dell'acqua, pari a 9800 N/m³
- α è un coefficiente correttivo di velocità, pari a ≅ 1
- m è il coefficiente di strozzamento, pari a D²/d² (adimensionale)





UNIVERSITÀ DEGLI STUDI “MEDITERRANEA” DI REGGIO CALABRIA
FACOLTÀ DI AGRARIA

A. Capra, P. Porto, V. Tamburino

Esercitazioni di Idraulica Agraria

Per gli studenti dei corsi di:

Idraulica agraria – Corso di Laurea in **SCIENZE E TECNOLOGIE AGRARIE**

Idraulica agraria e riassetto del territorio - Corso di Laurea in **GESTIONE TECNICA DEL TERRITORIO
AGROFORESTALE E SVILUPPO RURALE**

Idraulica agraria – Corso di Laurea in **PRODUZIONI VEGETALI (sede di Lamezia Terme)**

A.A. 2006-2007

INDICE

1 - Idrostatica	
1.1 – Richiami di teoria.....	pag. 3
1.2 – Esercizi 1-4	
ESERCIZIO N. 1 - Calcolo della spinta su una parete piana, verticale, parzialmente bagnata da acqua in quiete	“ 4
ESERCIZIO N. 2 - Calcolo della spinta su una parete piana, inclinata, parzialmente bagnata da acqua in quiete	“ 6
ESERCIZIO N. 3 - Calcolo della spinta su una parete piana, di forma circolare, totalmente bagnata da acqua in quiete	“ 8
ESERCIZIO N. 4 - Calcolo della spinta su una parete piana, verticale, totalmente bagnata da acqua in quiete	“ 9
2 - Idrodinamica	
2.1 - Condotte in pressione	“ 11
2.1.1 – Richiami di teoria.....	“ 11
2.1.2 – Esercizi 1-8	
ESERCIZIO N. 1 – Verifica di una lunga condotta a gravità, monodiametrica, ad unico sbocco finale	“ 16
ESERCIZIO N. 2 - Verifica di una lunga condotta con sbocchi equidistanti e di uguale portata	“ 18
ESERCIZIO N. 3 - Verifica di una condotta corta monodiametrica a gravità	“ 21
ESERCIZIO N. 4 - Progettazione di una condotta ad unico sbocco finale a gravità	“ 26
ESERCIZIO N. 5 - Progettazione di una condotta ad unico sbocco finale a gravità, con pressione a valle maggiore della pressione atmosferica	“ 31
ESERCIZIO N. 6 - Progettazione di una lunga condotta con sbocchi equidistanti e di uguale portata	“ 33
ESERCIZIO N. 7 - Verifica di una lunga condotta servita da impianto di sollevamento	“ 35
ESERCIZIO N. 8 - Progettazione di una lunga condotta servita da impianto di sollevamento	“ 38
2.2 Efflusso da luci (Foronomia)	“ 43
2.2.1 – Richiami di teoria.....	“ 43
2.2.2 – Esercizi 9-10	
ESERCIZIO N. 9 - Verifica di una bocca a battente	“ 46
ESERCIZIO N. 10 - Progettazione di una bocca a battente	“ 47
2.3 - Canali a pelo libero	
2.3.1 – Richiami di teoria.....	” 48
2.3.2 – Esercizi 11-13	
ESERCIZIO N.11 – Verifica di un canale di forma rettangolare	“ 49
ESERCIZIO N. 12 – Verifica di un canale di forma trapezoidale	” 50
ESERCIZIO N. 13 – Progettazione di un canale di forma rettangolare	“ 52
3 - Bibliografia	“ 55

1 - Idrostatica

1.1 - Richiami di teoria

Gli esercizi riguardano il calcolo della spinta su pareti piane, di forma e inclinazione qualsiasi, parzialmente o totalmente bagnate da acqua in quiete.

La **spinta** è una grandezza vettoriale; come tale ha un modulo, una direzione, un verso ed un punto di applicazione.

Il **modulo**, S [kg], si calcola come:

$$S = \gamma h_G \sigma$$

dove:

γ = peso specifico dell'acqua limpida = 1000 kg m^{-3}

h_G = affondamento (distanza dal pelo libero) del baricentro della superficie premuta [m]

σ = superficie della parete soggetta alla spinta [m^2]

La **direzione** è perpendicolare alla superficie premuta

Il **verso** va dall'acqua alla parete premuta

Il **punto di applicazione**, o **centro di spinta**, si trova nel baricentro del diagramma delle pressioni.

Il **diagramma delle pressioni** è la rappresentazione grafica dell'andamento delle pressioni sulla superficie premuta (vedi esercizi); ha forma triangolare nel caso di superfici parzialmente bagnate (nelle quali, in corrispondenza del pelo libero, la pressione è uguale a zero); trapezoidale nel caso di superfici totalmente immerse.

1.2 - Esercizi 1-4

ESERCIZIO N. 1 - Calcolo della spinta su una parete piana, verticale, parzialmente bagnata da acqua in quiete

Determinare analiticamente e graficamente il modulo della spinta idrostatica (S) agente sulla sponda di un canale (Fig. 1). Determinare inoltre la distanza del centro di spinta (h_E) dal pelo libero.

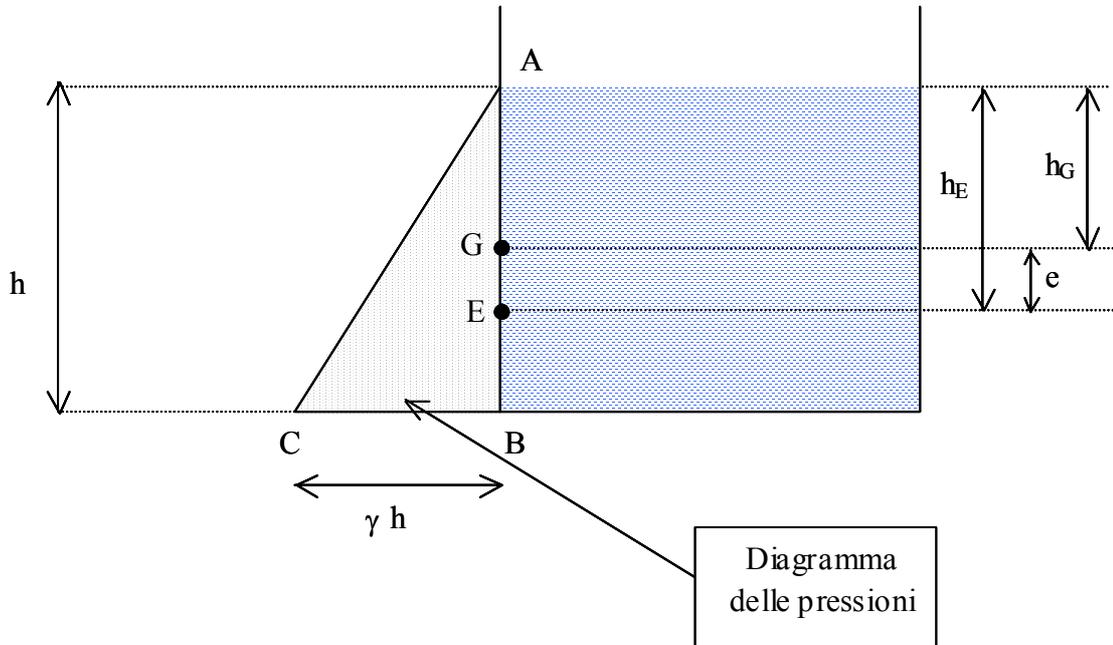


Figura 1

Preso un elemento di parete di larghezza unitaria ($b = 1$) siano dati:

Variabile	Valore	Unità di misura	
h	<u>3</u>	[m]	(altezza del pelo libero rispetto al fondo del canale)
γ	<u>1000</u>	[kg/m ³]	(peso specifico dell'acqua limpida)

Metodo generale:

	Valore	Unità di misura
σ (superficie della parete soggetta alla spinta) = $AB \cdot b$	<u>3.00</u>	[m ²]
h_G (distanza del baricentro dal pelo libero) = $h/2$	<u>1.5</u>	[m]
S (spinta idrostatica) = $\gamma \cdot \sigma \cdot h_G$	<u>4500.0</u>	[kg]

Metodo grafico

Considerando il diagramma delle pressioni (di tipo triangolare) la parte che insiste sulla parete è data dall'area del triangolo ABC che rappresenta il modulo della spinta. Sapendo che:

$$BC = \gamma \cdot h = \underline{3000} \quad AB = h = \underline{3} \quad (AB \cdot BC)/2 = \underline{4500}$$

Calcolo del centro di spinta

Il punto di applicazione, posto più in basso rispetto al baricentro, dista dallo stesso della cosiddetta eccentricità (e) data da:

$$e = J_O/M \quad \text{avendo indicato con } J_O \text{ il momento di inerzia della superficie premuta rispetto all'asse baricentrico parallelo alla linea di sponda [m⁴];$$

$$\text{e con } M \text{ il momento statico della superficie stessa rispetto alla linea di sponda [m³].}$$

Il valore di J_O si trova tabulato su appositi manuali in relazione alla geometria della superficie interessata alla spinta (Fig. 2).

In formule, considerata la superficie soggetta alla spinta di forma rettangolare, si può scrivere:

$$e = \frac{\frac{b \cdot \overline{AB}^3}{12}}{\frac{b \cdot \overline{AB}^2}{2}} = \frac{\overline{AB}}{6} = \underline{\underline{0.50}} \quad [\text{m}]$$

La distanza e del centro di spinta dal baricentro va misurata sul piano contenente la superficie premuta quindi h_E , che rappresenta la distanza perpendicolare al pelo libero, sarà:

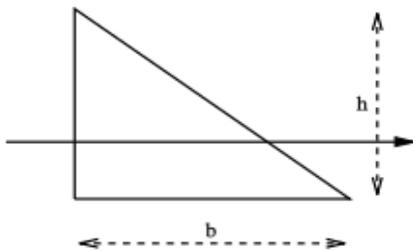
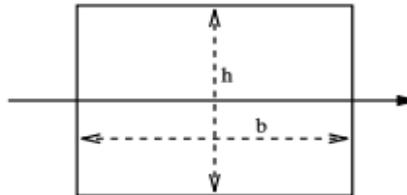
$$h_E = \frac{AB}{2} + e = \underline{\underline{2.0}} \quad [\text{m}]$$

Quando, come nel caso considerato, il diagramma delle pressioni ha forma triangolare, il punto di applicazione della spinta si può anche calcolare semplicemente come:

$h_E = h/3$ (misurato verticalmente a partire dalla base del triangolo ABC) = $3/3 = 1 \text{ m}$
 oppure $h_E = 2/3 h$ (misurato verticalmente a partire dal vertice A) = $2/3 \cdot 3 = 2 \text{ m}$

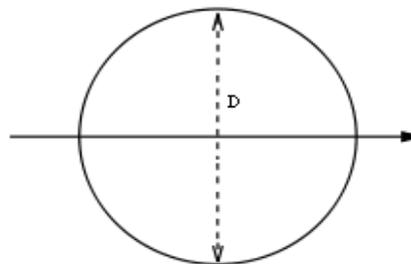
Rettangolo

$$J_0 = \frac{b \cdot h^3}{12}$$



Triangolo

$$J_0 = \frac{b \cdot h^3}{36}$$



Cerchio

$$J_0 = \frac{\pi \cdot D^4}{64}$$

Figura 2 - Alcuni momenti di inerzia baricentrici

ESERCIZIO N. 2 - Calcolo della spinta su una parete piana, inclinata, parzialmente bagnata da acqua in quiete

Determinare analiticamente e graficamente il modulo della spinta idrostatica (S) agente sulla sponda di un canale artificiale avente sezione trapezia (Fig. 3).

Determinare inoltre la distanza del centro di spinta (h_E) dal pelo libero.

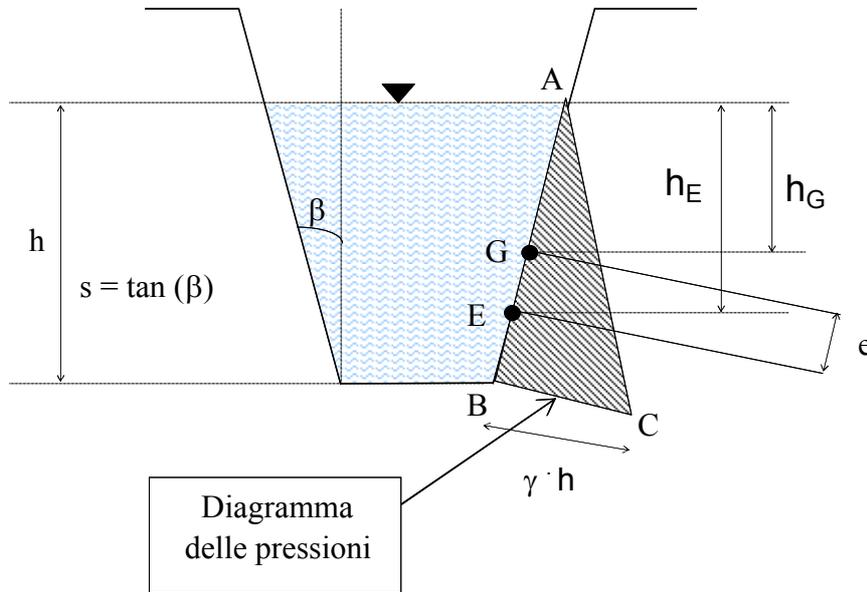


Figura 3

Preso un elemento di parete di larghezza unitaria ($b = 1$) siano dati:

Variabile	Valore	Unità di misura	
h	<u>2</u>	[m]	(altezza del pelo libero rispetto al fondo del canale)
β	<u>55</u>	[°]	(inclinazione delle sponde)
γ	<u>1000</u>	[kg m ⁻³]	(peso specifico dell'acqua limpida)

Si calcola:

$$AB = h / \cos \beta = h / \cos (\beta \cdot \pi / 180) = \underline{\underline{3.49}} \quad [\text{m}] \text{ (lunghezza della parete inclinata interessata dalla spinta)}$$

Metodo generale:

	Valore	Unità di misura
σ (superficie della parete soggetta alla spinta) = $AB \cdot b$	<u>3.49</u>	[m ²]
h_G (distanza del baricentro dal pelo libero) = $h/2$	<u>1</u>	[m]
S (spinta idrostatica) = $\gamma \cdot \sigma \cdot h_G$	<u>3486.9</u>	[kg]

Metodo grafico

Considerando il diagramma delle pressioni (di tipo triangolare) la parte che insiste sulla parete è data dall'area del triangolo ABC (Fig. 3) che rappresenta il modulo della spinta. Sapendo che:

$$BC = \gamma \cdot h = \underline{\underline{2000}}$$

$$AB = h / \cos \beta = \underline{\underline{3.487}}$$

$$\frac{AB \cdot BC}{2} = \underline{\underline{3486.9}} \quad (\text{Uguale al precedente})$$

Calcolo del centro di spinta

Il punto di applicazione, posto più in basso rispetto al baricentro, dista dallo stesso della cosiddetta eccentricità (e) data da:

$e = J_O/M$ avendo indicato con J_O il momento di inerzia della superficie premuta rispetto all'asse baricentrico parallelo alla linea di sponda [m^4];
 e con M il momento statico della superficie stessa rispetto alla linea di sponda [m^3].
 Il valore di J_O si trova tabulato su appositi manuali in relazione alla geometria della superficie interessata alla spinta (Fig. 2).

In formule, considerata la superficie soggetta alla spinta di forma rettangolare, si può scrivere:

$$e = \frac{\frac{b \cdot AB^3}{12}}{\frac{b \cdot AB^2}{2}} = \frac{AB}{6} = \underline{\underline{0.58}} \quad [m]$$

La distanza e del centro di spinta dal baricentro va misurata sul piano contenente la superficie premuta quindi h_E , che rappresenta la distanza perpendicolare al pelo libero, sarà:

$$h_E = (AB/2 + e) \cos (\beta) = (AB/2 + e) \cos (\beta - \pi/180) = \underline{\underline{1.3}} \quad [m]$$

ESERCIZIO N. 3 - Calcolo della spinta su una parete piana, di forma circolare, totalmente bagnata da acqua in quiete.

Determinare la spinta idrostatica (S) agente su una paratoia di forma circolare posta sotto battente (Fig. 4). Determinare inoltre la distanza del centro di spinta (h_C) dal pelo libero

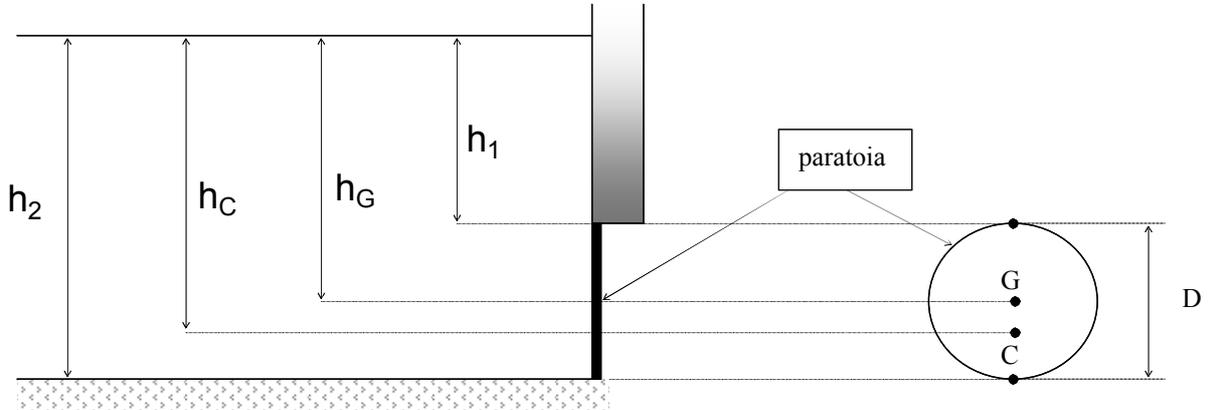


Figura 4

Siano dati:

Variabile	Valore	Unità di misura
h_1	<u>1.5</u>	[m] (battente)
D	<u>0.8</u>	[m] (diametro della paratoia)
γ	<u>1000</u>	[kg/m ³] (peso specifico dell'acqua limpida)

Metodo generale:

	Valore	Unità di misura
σ (superficie della paratoia soggetta alla spinta) = $(\pi/4) \cdot D^2$	<u>0.503</u>	[m ²]
h_G (distanza del baricentro dal pelo libero) = $h_1 + (D/2)$	<u>1.9</u>	[m]
S (spinta idrostatica) = $\gamma \cdot \sigma \cdot h_G$	<u>955.0</u>	[kg]

Calcolo del centro di spinta

Il momento di inerzia (J_0) riferito ad un asse passante per il baricentro di un cerchio è (Fig. 2):

$$J_0 = \frac{\pi D^4}{64} = \underline{0.020} \quad [m^4]$$

Il momento di inerzia rispetto al pelo libero è dato dalla formula seguente:

$$J_{pl} = J_0 + h_G^2 \cdot \sigma = \underline{1.835} \quad [m^4]$$

Il centro di spinta sarà dato da:

$$h_C = \frac{\gamma \cdot J_{pl}}{S} = \underline{1.921} \quad [m]$$

che rappresenta la distanza del centro di spinta dal pelo libero.

ESERCIZIO N. 4 - Calcolo della spinta su una parete piana, verticale, totalmente bagnata da acqua in quiete

Determinare lo sforzo (F) per sollevare una paratoia di forma rettangolare posta sotto battente (Fig. 5).
 Determinare inoltre la portata che passa se la paratoia viene alzata di h_4 metri.

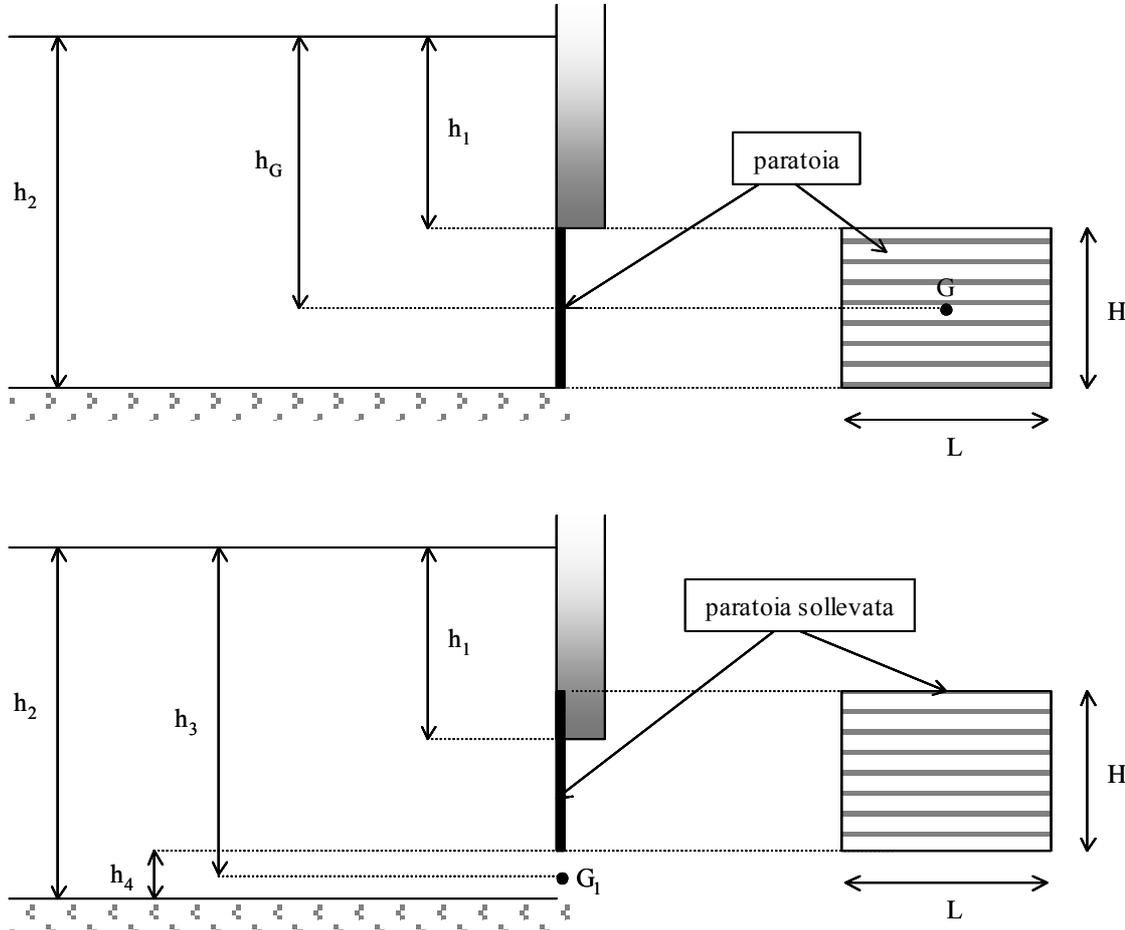


Figura 5

Siano dati:

Variabile	Valore	Unità di misura	
h_1	<u>1.2</u>	[m]	(battente)
H	<u>0.5</u>	[m]	(altezza della paratoia)
L	<u>0.8</u>	[m]	(larghezza della paratoia)
P	<u>40</u>	[kg]	(peso della paratoia)
γ	<u>1000</u>	[kg m ⁻³]	(peso specifico dell'acqua limpida)
ϕ	<u>0.8</u>		(coefficiente di attrito)
h_4	<u>0.2</u>	[m]	(luce a paratoia sollevata)

Calcolo della spinta (metodo generale):

	Valore	Unità di misura
σ (superficie della paratoia soggetta alla spinta) = $L \cdot H$	<u>0.400</u>	[m ²]
h_G (distanza del baricentro dal pelo libero) = $h_1 + (H/2)$	<u>1.45</u>	[m]
S (spinta idrostatica) = $\gamma \cdot \sigma \cdot h_G$	<u>580.0</u>	[kg]

Calcolo dello sforzo

$$F = P + \phi \cdot S = \underline{504.0} \quad [\text{kg}]$$

Calcolo della portata passante attraverso una luce h_4

Sapendo che il carico sulla luce è pari a:

$$h_3 = h_1 + H - \frac{h_4}{2} = \underline{1.6} \quad [\text{m}]$$

l'efflusso attraverso la luce di sezione idrica $h_4 \cdot L$, considerato un coefficiente di contrazione

$$C_q = \underline{0.61}$$

sarà uguale a:

$$Q = C_q \cdot L \cdot h_4 \sqrt{2g \cdot h_3} = \underline{0.547} \quad [\text{m}^3 \text{s}^{-1}]$$

2 - Idrodinamica

2.1 - Moto nelle condotte in pressione

2.1.1 - Richiami di teoria

Gli esercizi riguardano problemi di verifica e problemi di progetto di condotte lunghe, corte, a gravità e con sollevamento.

Per risolvere tali tipi di problemi si utilizza l'equazione generale del moto permanente:

$$H_m = H_v + S J L + S I \quad (1)$$

dove:

H_m = carico totale che la corrente possiede a monte [m]

H_v = carico totale che la corrente possiede a valle [m]

$S J L$ = sommatoria delle perdite di carico distribuite nei diversi tronchi della condotta [m]

$S I$ = sommatoria delle perdite di carico localizzate nei diversi tronchi della condotta [m]

Moto nelle lunghe condotte

Si definiscono lunghe condotte quelle tubazioni per le quali:

- le perdite di carico localizzate si possono considerare trascurabili (ossia le perdite di carico distribuite Y sono molto maggiori di quelle localizzate I);
- l'altezza cinetica $v^2/2g$ è piccola rispetto alla quota piezometrica $z+p/g$ e, quindi, si possono considerare praticamente coincidenti la linea dei carichi totali e la linea piezometrica;
- la lunghezza della condotta si può assumere pari alla sua proiezione orizzontale.

Sotto quest'ultima ipotesi la cadente piezometrica J , data dal rapporto tra le perdite di carico Y e la lunghezza L della condotta, coincide con la tangente dell'angolo α che la piezometrica forma con l'orizzontale, ossia con la pendenza della piezometrica (Fig. 6)

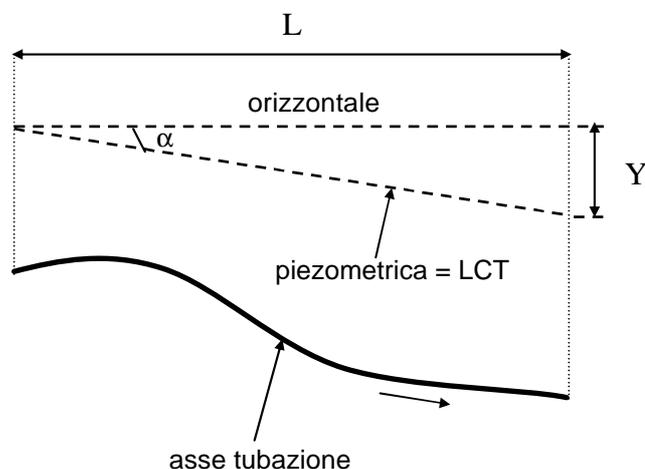


Figura 6

In pratica si assume che ciò si verifichi tutte le volte in cui si verifica la relazione:

$$L > 2000 D \quad (2)$$

dove:

L = lunghezza [m]

D = diametro [m]

Per la determinazione della cadente piezometrica (perdite di carico unitarie), J , generalmente si adottano formule monomie del tipo:

$$J = k q^n / D^m \quad (3)$$

dove:

q = portata

D = diametro interno della tubazione

k, n, m = coefficienti ottenuti sperimentalmente per ciascun materiale

La formula (3) rappresenta una generalizzazione dell'equazione proposta da Darcy per le condotte in ghisa:

$$J = k q^2 / D^5 \quad (4)$$

dove:

J = perdite di carico unitarie [$m \text{ km}^{-1}$]

q = $l \text{ s}^{-1}$

D = mm

k = coefficiente dipendente dallo stato delle pareti della tubazione (nuova o usata) e dal diametro

Le formule monomie più utilizzate in Italia sono:

- per le condotte di **acciaio** la formula di Scimemi-Veronese

$$J = 6.81 \cdot 10^8 q^{1.82} / D^{4.71} \quad (5)$$

con unità di misura come nella (4)

- per le condotte leggere di **alluminio zincato** la formula di Marchetti

$$J = 18.33 \cdot 10^8 q^{1.83} / D^{4.95} \quad (6)$$

con unità di misura come nella (4)

- per le condotte di **materiale plastico** (polietilene PE e polivinilcloruro PVC) la formula di De Marchi-Marchetti:

$$J = 9.24 \cdot 10^8 q^{1.81} / D^{4.80} \quad (7)$$

con unità di misura come nella (4)

oppure la formula di Williams-Hazen:

$$J = 1.21 \cdot 10^{10} (q/CW)^{1.852} / D^{4.87} \quad (8)$$

dove:

$$J = m \text{ m}^{-1}$$

q e D come nella (4)

CW = coefficiente dipendente dal diametro, pari a 130 (D= 14-15 mm), 140 (D = 18-19 mm) o 150 (D > 25-27 mm)

Nella tabella 1 si riportano i diametri commerciali (DN) ed i diametri interni (D) di tubazioni in acciaio.

Tabella 1 - Diametri commerciali (DN) e diametri interni (D) di tubazioni in acciaio.

DN [mm]	50	60	70	80	90	100	125	150
D [mm]	51	61	69.5	82.5	91	100.5	125.5	151
DN [mm]	175	200	225	250	275	300	350	400
D [mm]	182	206.5	230.5	256	280.5	306.5	355.5	406

Per le condotte in materiale plastico (PVC e PE), noto il diametro commerciale DN [mm], di solito corrispondente con il diametro esterno, è possibile calcolare il diametro interno D [mm] come:

$$D = DN - 2s \quad (9)$$

dove s = spessore, mm, calcolabile come:

$$s = \frac{PN \cdot DN}{2s + PN} \quad (10)$$

dove:

PN = pressione nominale, ossia pressione cui resiste il materiale in esercizio corrente [bar]

s = coefficiente di resistenza a trazione [kg cm^{-2}] pari a 100 per il PVC, 52 per il PE alta densità (ad) e 32 per il PE bassa densità (bd).

Qualora lo spessore calcolato sia minore di 1.6 mm s si pone pari a tale valore.

Nella tabella 2 si riportano i diametri commerciali di PVC, PE ad e PE bd.

Tabella 2 - Diametri commerciali delle condotte in PVC, PEad e PEbd

PEbd (PN4, PN6 e PN10)	PEad (PN4, PN6, PN10, PN16)	PVC (PN6, PN10 e PN16)	
16*	16**	40#	225
20*	20°	50#	280
25	25°	63	315
32	32	75	
40	40	90	
50	50	110	
63	63	125	
75	75	140	
90	90	150	
110	110	180	

* solo PN 6 e PN10
 ** solo PN10 e PN16
 ° solo PN6, PN10 e PN16
 # = solo PN6 e a richiesta

Moto nelle condotte corte

Nell'equazione del moto, oltre che delle perdite di carico distribuite si deve tenere conto anche delle perdite di carico localizzate.

L'equazione del moto (equazione di Bernoulli generalizzata) applicata tra due punti, in due sezioni della corrente nelle quali sono note le quote piezometriche, può essere scritta:

$$H_m = H_v + \sum_{i=1}^N I_i + \sum_{i=1}^N J_i \cdot L_i \quad \text{avendo indicato con:}$$

$$H_m = Z_m + \frac{P_m}{g} + \frac{V_m^2}{2g}$$

il carico totale nella sezione di monte, dove:
 Z_m è la quota geometrica (rispetto al piano di riferimento fissato)

P_m/γ è l'altezza piezometrica

$V_m^2/2g$ è l'altezza cinetica a monte;

$$H_v = Z_v + \frac{P_v}{g} + \frac{V_v^2}{2g}$$

il carico totale nella sezione di valle, dove:

Z_v è la quota geometrica

P_v/γ è l'altezza piezometrica

$V_v^2/2g$ è l'altezza cinetica del punto di valle;

λ le **perdite localizzate** che possono essere del tipo $\lambda_i = \alpha v^2/2g$

a) perdita di imbocco (cioè che si verifica in corrispondenza della sezione d'imbocco) pari a:

$$\lambda_{imb} = 0.5 v^2/2g$$

b) perdita di Borda (che si verifica in corrispondenza di un brusco allargamento di sezione, tipo lo sbocco in una vasca) ed è pari a:

$$\lambda_{sb} = (v_2^2 - v_1^2)/2g \quad \text{essendo } v_1 \text{ e } v_2 \text{ le velocità nelle due sezioni considerate;}$$

c) perdita per gomiti, curve ecc. pari a:

$$\alpha v^2/2g \quad \text{essendo } \alpha \text{ un coefficiente funzione dell'angolo di deviazione dell'asse e del diametro della condotta;}$$

$J_i \cdot L_i$ la **perdita continua** nel tronco i-esimo di condotta a sezione costante.

Problemi di verifica e di progetto

Il **problema di verifica** si presenta quando di un sistema di condotte esistente si conoscono tutte le caratteristiche fisiche (tipi di materiale, diametri, scabrezza, lunghezze) e si vogliono determinare le portate o le perdite di carico.

Il **problema di progetto** si presenta quando si richiede la determinazione dei diametri da assegnare a ciascun tronco di una rete di cui siano assegnate le portate e/o le quote piezometriche.

Condotte a gravità e condotte con sollevamento

Si parla di **condotte a gravità** quando l'energia disponibile è di tipo naturale (vasca in quota).

Si parla di **condotte con sollevamento** quando l'energia è fornita da un impianto di sollevamento (pompa).

2.1.2 Esercizi 1-8

ESERCIZIO N.1- Verifica di una lunga condotta a gravità, monodiametrica, ad unico sbocco finale.

Condotta semplice che collega due vasche (per esempio, l'opera di presa di una sorgente ed il serbatoio di un centro aziendale, ovvero la vasca di accumulo ed il pozzetto di testa di una rete irrigua aziendale) (Fig. 7).

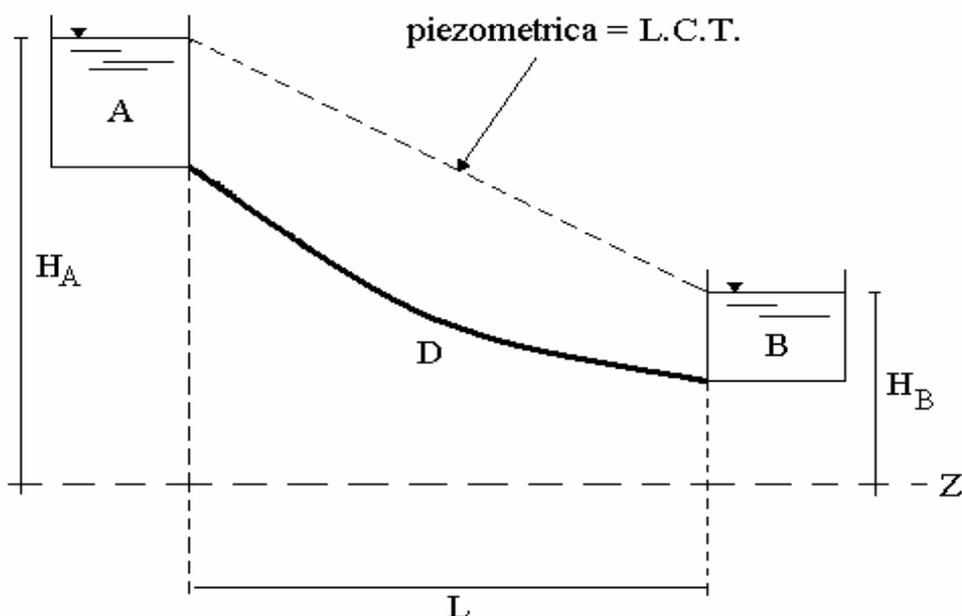


Figura 7

Nel caso elementare della verifica di una condotta semplice di lunghezza L ad unico diametro D , l'incognita q (portata) si deduce dall'applicazione dell'equazione del moto applicata tra le sezioni estreme di monte e di valle della corrente idrica che defluisce tra i serbatoi. In formule:

$$H_m = H_v + J \cdot L$$

$$\text{per } J \cdot L = Y$$

$$H_m - H_v = Y = J \cdot L$$

da cui:

$$J = Y/L$$

Sostituendo alla cadente J l'espressione (3), si ottiene:

$$J = k q^n / D^m$$

dalla quale è possibile ricavare l'incognita q .

Il caso in esame si risolve nel modo seguente.

L'acquedotto è costituito da una tubazione interrata in PVC di fissate caratteristiche.

Siano dati:

Variabile	Valore	Unità di misura	
$H_A = \underline{300}$		[m]	quota del pelo libero del serbatoio A rispetto ad un piano di riferimento orizzontale ($z=0$)
$H_B = \underline{250}$		[m]	quota del pelo libero del serbatoio B rispetto al piano di riferimento orizzontale fissato in precedenza
$L = \underline{2000}$		[m]	lunghezza della condotta
$DN = \underline{110}$		[mm]	diametro della condotta
$PN = \underline{6}$		[bar]	pressione nominale della tubazione
$\sigma = \underline{100}$		[kg cm ⁻²]	coefficiente di resistenza a trazione del PVC

Si ricorda che, trattandosi di condotte in PVC, l'espressione della cadente J secondo De Marchi-Marchetti si scrive:

$$J = 9.24 \cdot 10^8 q^{1.81} / D^{4.80}$$

Da tenere presente che J , q e D sono espressi rispettivamente in m km⁻¹, l s⁻¹ e mm.

Il caso in esame si risolve applicando le apposite equazioni del moto delle correnti in pressione di liquidi reali. L'equazione del moto (equazione di Bernoulli generalizzata) applicata tra un punto a monte posto sul pelo libero del serbatoio A, e un punto a valle posto sul pelo libero del serbatoio B, si può scrivere:

$$H_A - H_B = Y = 300 - 250 = \text{m} \quad \mathbf{50}$$

$$J = Y / (L/1000) = 50 / (2000/1000) = \text{m km}^{-1} \quad \mathbf{25}$$

poiché:

$$J = 9.24 \cdot 10^8 q^{1.81} / D^{4.80}$$

che esplicitata rispetto a q diventa:

$$q = [J \cdot D^{4.80} / (9.24 \cdot 10^8)]^{1/1.81}$$

D è il diametro interno, che occorre calcolare noto il diametro nominale DN e lo spessore s :

$$D = DN - 2s = 110 - (2 \cdot 3.20) = \mathbf{103.59} \text{ [mm]}$$

$$\text{per } s = PN \cdot DN / (2\sigma + PN) = 6 \cdot 110 / (2 \cdot 100 + 6) = \mathbf{3.20} \text{ [mm]}$$

$$q = (25 \cdot 103.59^{4.80} / 9.24 \cdot 10^8)^{1/1.81} \quad \mathbf{14.57} \text{ [l s}^{-1}\text{]} \quad q \text{ [m}^3 \text{ s}^{-1}\text{]} = \mathbf{0.015}$$

La linea dei carichi totali, coincidente con la piezometrica, avrà l'andamento indicato nella Fig. 7.

ESERCIZIO N. 2 - Verifica di una lunga condotta con sbocchi equidistanti e di uguale portata.

L'esempio fa riferimento ad un'ala irrigua, ossia ad una condotta che eroga acqua al terreno tramite una serie di erogatori di uguale portata posti ad una interdistanza costante.

In questo caso sono noti la portata media di ogni erogatore e le caratteristiche della condotta. Si vogliono determinare le perdite di carico.

Le perdite di carico totali (p.d.c.) in una condotta siffatta sono date da:

$$p.d.c. = S \sum Y_j + S \sum I_j = S \sum J_j L_j + S \sum I_j \quad (11)$$

dove:

$S \sum J_j L_j$ = sommatoria delle perdite di carico continue nei diversi tratti della condotta [m]
 $\sum I_j$ = sommatoria di tutte le perdite di carico localizzate [m]

Nel caso specifico si chiede di determinare le perdite di carico totali di un'ala interrata portante 15 irrigatori per aspersione.

Siano dati:

variabile valore unità di misura

materiale	PVC		polivinilcloruro
DN =	63	[mm]	diametro nominale
PN =	6	[bar]	pressione nominale della tubazione
σ =	100	[kg cm ⁻²]	coefficiente di resistenza a trazione
q =	0.25	[l s ⁻¹]	portata di un irrigatore
d =	12	[m]	interdistanza tra gli irrigatori
n =	15		numero di irrigatori sull'ala

Il caso si risolve applicando l'equazione (11) sopra riportata. Essendo l'inserimento degli irrigatori nella condotta realizzato in maniera da provocare perdite di carico localizzate assolutamente trascurabili, si calcolano esclusivamente le perdite di carico continue (Y).

La condotta risulta costituita da 15 tratti dello stesso diametro e della stessa lunghezza (pari all'interdistanza tra gli irrigatori d), ma di portata diversa. Le perdite di carico complessive sono pertanto date da:

$$p.d.c. = S \sum J_j L_j = J_1 L_1 + J_2 L_2 + \dots + J_{15} L_{15} \quad (12)$$

Sostituendo a J l'espressione di De Marchi-Marchetti per le condotte in materia plastica si avrà:

$$p.d.c. = (9.24 \cdot 10^8 \cdot Q_1^{1.81} / D^{4.8}) L_1 + (9.24 \cdot 10^8 \cdot Q_2^{1.81} / D^{4.8}) L_2 + \dots + (9.24 \cdot 10^8 \cdot Q_{15}^{1.81} / D^{4.8}) L_{15} \quad (13)$$

Esprimendo la portata di ogni tratto Q_i in funzione della portata di ogni irrigatore q l'espressione (13) precedente si può scrivere come:

$$p.d.c. = [9.24 \cdot 10^8 \cdot (Q)^{1.81} / D^{4.8}] L_1 + (9.24 \cdot 10^8 \cdot (Q-1q)^{1.81} / D^{4.8}) L_2 + \dots + [9.24 \cdot 10^8 \cdot (Q-14q)^{1.81} / D^{4.8}] L_{15} \quad (14)$$

Il calcolo della (14), nei casi in cui non si dispone di un foglio elettronico, può essere semplificato come segue:

Per:

$$L = \sum L_i = L_1 + L_2 + \dots + L_{15}$$

$$F = \sum i^{1.81} / n^{(1+1.81)} \quad \text{con } i = 1, 2, \dots, n \quad \text{ed } n = \text{numero di tratti a portata diversa}$$

la (14) diventa:

$$p.d.c. = J \cdot L \cdot F = (9.24 \cdot 10^8 \cdot Q^{1.81} / D^{4.8}) \cdot L \cdot F \quad (15)$$

dove:

Q = portata entrante nell'ala (= $n \cdot q = 15 \cdot q$ nel caso specifico),

L = lunghezza totale dell'ala (= $n \cdot d = 15 \cdot d$ nel caso specifico)

D = diametro interno della tubazione

F = fattore di riduzione delle perdite di carico continue, che tiene conto del fatto che la portata entrante nell'ala Q non percorre tutta la lunghezza L ma va diminuendo nel senso del moto

Applicando la (15) al caso in esame si avrà:

$$p.d.c. = (9.24 \cdot 10^8 \cdot 3.75^{1.81} / 59.33^{4.8}) \cdot 0.18 \cdot 0.39 = \quad \underline{\underline{2.18}} \quad \text{m}$$

per:

$$Q = 15 \cdot 0.25 = \quad 3.75 \quad [\text{l s}^{-1}]$$

$$L = 15 \cdot 12/1000 = \quad 0.18 \quad [\text{km}]$$

$$D = DN - 2s = 63 - (2 \cdot s) = \quad 59.33 \quad [\text{mm}]$$

$$\text{per } s = PN \cdot DN / (2\sigma + PN) = 6 \cdot 63 / (2 \cdot 100 + 6) = \quad 1.83 \quad [\text{mm}]$$

$$F \text{ dalla tab. 3 per } n = 15 \quad 0.39$$

La linea piezometrica, coincidente con la linea dei carichi totali dato che si tratta di lunga condotta, è una spezzata composta da n tratti, con pendenza (cadente piezometrica) via via decrescente nel senso del moto (vedi Fig. 8)

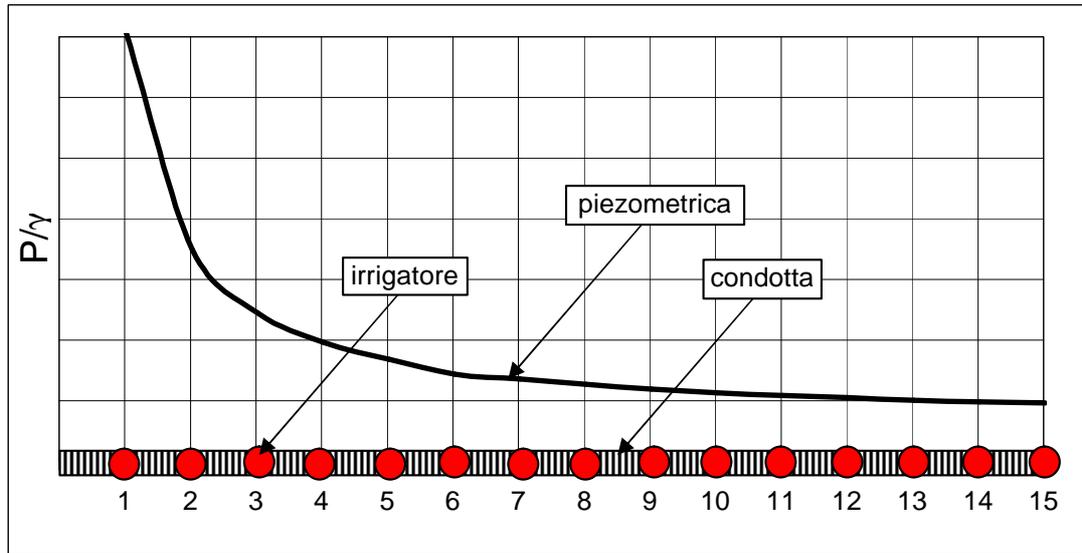


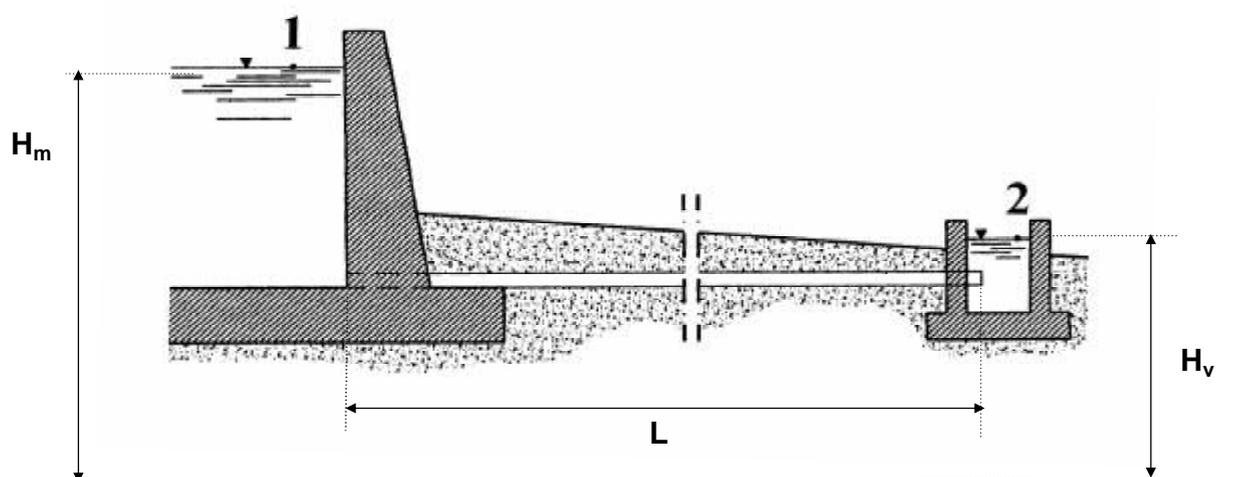
Figura 8 - Linea piezometrica dell'ala irrigua

Tabella 3 - Valori del fattore di riduzione F delle perdite di carico continue

Numero di tratti a portata diversa	F	Numero di tratti a portata diversa	F
1	1.000	22	0.379
2	0.643	23	0.378
3	0.539	24	0.377
4	0.490	25	0.376
5	0.462	26-27	0.375
6	0.438	28	0.374
7	0.430	29-30	0.373
8	0.421	31-32	0.372
9	0.413	33-34	0.371
10	0.407	35-36	0.370
11	0.403	37-39	0.369
12	0.399	40-46	0.368
13	0.395	47-50	0.367
14	0.392	51-52	0.366
15	0.390	53-58	0.365
16	0.388	59-65	0.364
17	0.386	66-75	0.363
18	0.384	76-89	0.362
19	0.383	90-108	0.361
20	0.381	109	0.360
21	0.380	>109	0.360

ESERCIZIO N. 3- Verifica di una condotta corta monodiametrica a gravità

Breve condotta di allacciamento da un pozzetto di consegna ad una vasca di accumulo, entrambi a livello costante (Fig. 9).

**Figura 9**

Tutti i liquidi reali in movimento sono soggetti durante il moto a perdite di energia che si manifestano sia lungo tutta la condotta (perdite distribuite o continue) sia in alcune sezioni particolari (perdite localizzate).

Il presente esercizio consiste nella determinazione della portata, nota la geometria del sistema, per il caso di condotte corte. Si richiede inoltre il tracciamento della linea piezometrica e della linea dei carichi totali.

Siano dati:

Variabile	Valore	Unità di misura	
H_m	= <u>30</u>	[m]	altezza del pelo libero del serbatoio di monte rispetto ad un piano di riferimento
H_v	= <u>11</u>	[m]	altezza del pelo libero del serbatoio di valle rispetto al piano di riferimento già fissato
L	= <u>150</u>	[m]	lunghezza della condotta
materiale	= <u>PE bd</u>		polietilene bassa densità
DN	= <u>90</u>	[mm]	diametro nominale della condotta
PN	= <u>4</u>	[bar]	pressione nominale della tubazione
σ	= <u>32</u>	[kg cm ⁻²]	coefficiente di resistenza a trazione del PE bd

Il caso in esame si risolve applicando le apposite equazioni del moto delle correnti in pressione di liquidi reali.

Precisamente si ricordi che, trattandosi di una condotta corta, nell'equazione del moto si deve tenere conto anche delle perdite di carico localizzate oltre che di quelle distribuite.

L'equazione del moto (equazione di Bernoulli generalizzata) applicata tra due punti, in due sezioni della corrente nelle quali sono note le quote piezometriche, può essere scritta:

$$H_m = H_v + \sum_{i=1}^N I_i + \sum_{i=1}^N J_i \cdot L_i \quad \text{avendo indicato con: } H_m = Z_m + \frac{P_m}{g} + \frac{V_m^2}{2g}$$

il carico totale nella sezione di monte, dove:

Z_m è la quota geometrica (rispetto al piano di riferimento fissato)

P_m/g è l'altezza piezometrica

$V_m^2/2g$ è l'altezza cinetica a monte;

$$\text{con: } H_v = Z_v + \frac{P_v}{g} + \frac{V_v^2}{2g}$$

il carico totale nella sezione di valle, dove:

Z_v è la quota geometrica

P_v/g è l'altezza piezometrica

$V_v^2/2g$ è l'altezza cinetica del punto di valle;

con I le **perdite localizzate** che possono essere del tipo $I_i = a v^2/2g$

con $J_i \cdot L_i$ la **perdita continua** nel tronco i -esimo di condotta a sezione costante.

Si ricorda che l'espressione della cadente J (parametro che rappresenta, da un punto di vista energetico, la perdita di energia per unità di peso del liquido e per unità di percorso, da un punto di vista geometrico misura l'abbassamento della linea dei carichi totali per unità di percorso), secondo CHEZY, si scrive:

$$J = \frac{V^2}{c^2 \cdot R} \quad \text{avendo indicato con } R (= D/4 \text{ per il caso di sezione circolare) il raggio idraulico della condotta;}$$

con χ il coefficiente di scabrezza dato dalla seguente espressione:

$$c = 87 / (1 + \gamma R^{1/2})$$

in cui γ rappresenta l'indice di scabrezza secondo Bazin (vedi Tab. 4).

χ può essere anche espresso utilizzando la formula di Kutter:

$$c = \frac{100}{1 + \frac{m}{\sqrt{R}}} \quad \text{con } m \text{ che rappresenta l'indice di scabrezza secondo Kutter.}$$

A questo punto, esplicitando nell'equazione del moto i termini relativi alle perdite di carico localizzate e distribuite che si verificano nel caso in esame ed associando l'equazione di continuità $q = V \cdot s$, si ottiene una sola equazione con incognita q . Pertanto è possibile tracciare la linea dei carichi totali e la piezometrica; dopo di che, se lungo la condotta si rilevano depressioni, è necessario controllare che in nessuna sezione tale depressione superi il limite fisicamente ammissibile pari all'altezza piezometrica di 10,33 m (1 atm).

In tal caso la portata q ricavata sarebbe fittizia; quella effettiva si otterrà applicando l'equazione di Bernoulli generalizzata tra la sezione di monte e la sezione nella quale si

manifesta la massima depressione ammissibile ($P/g = 10.33$).

Si applica l'equazione del moto tra i punti 1 e 2 (Fig. 9) posti nei due serbatoi (supponendo che nei punti stessi, appartenenti ad una stessa linea di corrente, l'acqua sia in quiete). Dato che, in questo caso, le perdite di carico localizzate sono quelle di imbocco e di Borda, in formule si ha:

$$H_m - H_v = \left(Z_1 + \frac{P_1}{g} \right) - \left(Z_2 + \frac{P_2}{g} \right) = \frac{V^2}{c^2 \cdot R} \cdot L + 0.5 \frac{V^2}{2g} + \frac{V^2}{2g}$$

Sostituendo alla velocità V il rapporto q/s dato dall'equazione di continuità, si ottiene un'equazione con incognita q .

Precisamente, operando le opportune sostituzioni, si ottiene:

$$H_m - H_v = \frac{q^2}{s^2 \cdot c^2 \cdot R} \cdot L + 1.5 \frac{q^2}{2g \cdot s^2} \quad \text{che esplicitata rispetto a } q \text{ diventa:}$$

$$q = \sqrt{\frac{H_m - H_v}{\frac{L}{s^2 \cdot c^2 \cdot R} + \frac{1.5}{2g \cdot s^2}}} = \underline{\underline{0.02095}} \quad [m^3 s^{-1}] \quad q = \underline{\underline{20.952}} \quad [l s^{-1}]$$

sapendo che:

D è il diametro interno, che occorre calcolare noto il diametro nominale DN e lo spessore s :

$$D = DN - 2s = 90 - (2 \cdot s) = \underline{\underline{79.41}} \quad [mm]$$

$$\text{per } s = \frac{PN \cdot DN}{2s + PN} = 4 \cdot 90 / (2 \cdot 32 + 4) = \underline{\underline{5.29}} \quad [mm]$$

$$\sigma = \pi D^2 / 4 = 3.14 / 4 \cdot (79.41/1000)^2 = \underline{\underline{0.00495}} \quad [m^2]$$

$$\gamma \text{ dalla Tab. 4 per tubazioni tecnicamente lisce} = \underline{\underline{0.02}}$$

$$R = \sigma / C = D / 4 = \underline{\underline{0.020}} \quad [m]$$

$$\chi = \underline{\underline{87.570}} \quad [m^{0.5} s^{-1}]$$

L'equazione del moto nel caso in esame poteva risolversi direttamente per V , considerando successivamente l'equazione di continuità, essendo unica la velocità in tutta la condotta. Quando la condotta è costituita da diversi tronchi di diametro differente compaiono nell'equazione del moto tante velocità quanti sono i tronchi, cosicché, per risolvere il problema, occorre mettere in conto l'equazione di continuità.

La linea piezometrica e la linea dei carichi totali si rappresentano come nella Fig. 10.

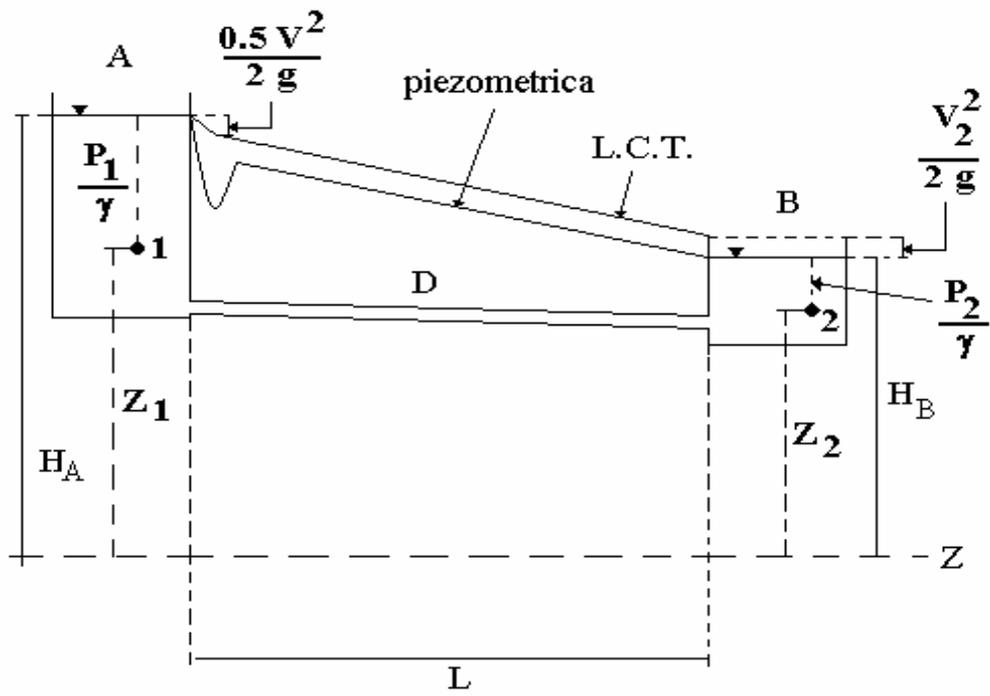


Figura 10

TAB. 4 - Coefficienti di scabrezza per le tubazioni
(da Marchi e Rubatta, 1981, modificata).

<i>Tipo di condotta</i>	<i>Scabrezza omogenea equivalente e (mm)</i>	<i>Bazin γ (m^{1/2})</i>	<i>Kutter m (m^{1/2})</i>	<i>Gauckler-Strickler k (m^{1/2} s⁻¹)</i>
1 - Tubazioni tecnicamente lisce (vetro, ottone o rame trafilato, resina)	0 ÷ 0,02	0,02	—	—
2 - Tubazioni in acciaio:				
A) rivestimenti degradabili nel tempo:				
— tubi nuovi, verniciati per centrifugazione	0,05	—	—	120
— bitumati per immersione	0,10 ÷ 0,15	< 0,06	< 0,12	100
— in servizio corrente con leggera ruggine	0,2 ÷ 0,4	0,10	0,15	90
— con asfalto o catrame applicati a mano	0,5 ÷ 0,6	0,16	0,20 ÷ 0,25	85 ÷ 80
— con tubercolizzazione diffusa	1,0 ÷ 3,0	0,23	0,30 ÷ 0,35	75 ÷ 70
B) rivestimenti non degradabili				
— cemento applicato per centrifugazione	0,05 ÷ 0,15	< 0,06	< 0,12	120
3 - Tubazioni in lamiera saldata:				
— in buone condizioni	0,2 ÷ 0,3	0,10	0,15	90
— in servizio corrente, con incrostazioni	0,4 ÷ 1,0	0,16	0,20 ÷ 0,25	87 ÷ 75
4 - Tubazioni in lamiera chiodata				
— 1 fila di chiodi longitudinali	0,3 ÷ 0,4	0,10	0,18	90 ÷ 85
— 2 file di chiodi longitudinali	0,6 ÷ 0,7	0,16	0,25	85 ÷ 80
— Idem, con incrostazioni fino a	3,0	0,30	0,35	70
— 4-6 file di chiodi longitudinali	2,0	0,23	0,30	75
— 6 file di chiodi longitudinali + 4 trasversali	3,0	0,30	0,35	70
— Idem, con incrostazioni fino a	5,0	0,36	0,45	65
5 - Tubazioni in ghisa:				
A) rivestimenti degradabili nel tempo				
— nuove, rivestite intern. con bitume	0,15	0,06	0,12	100

ESERCIZIO N. 4 - Progettazione di una condotta ad unico sbocco finale a gravità

Condotta di alimentazione da una sorgente ad un abbeveratoio (Fig. 11).

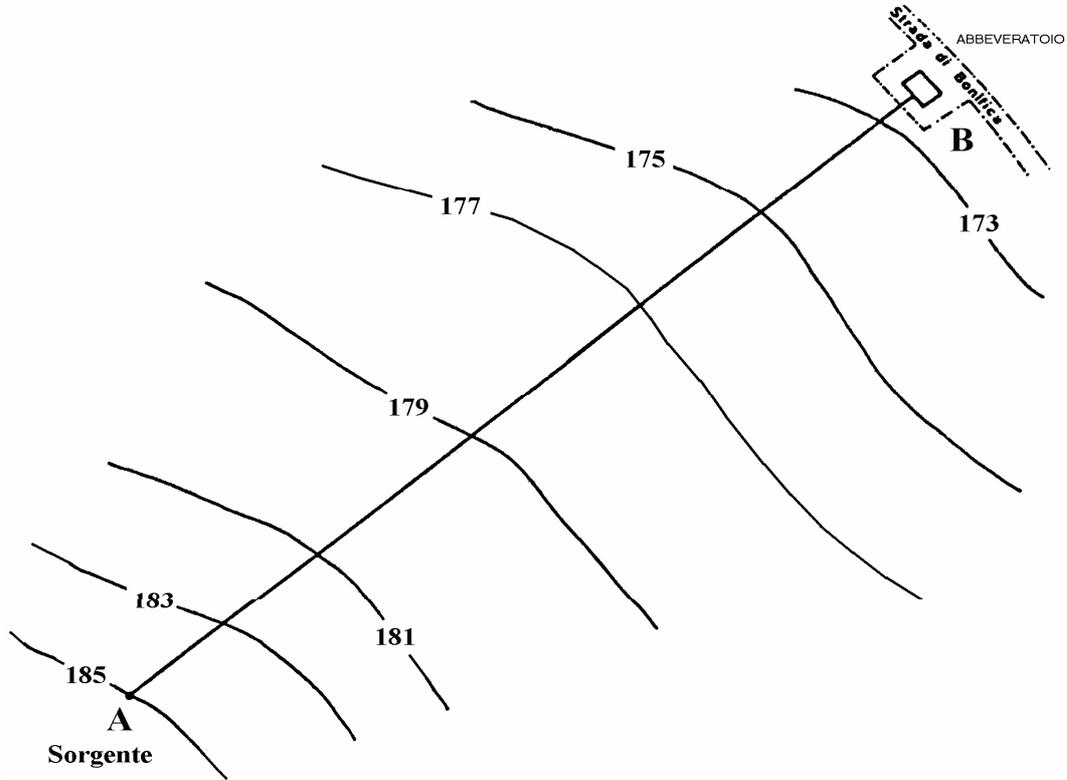


Figura 11

Determinare il diametro commerciale della condotta e tracciare la piezometrica.

Trattasi di un problema di dimensionamento delle lunghe condotte ($L > 2000 D$).

Prima ancora di determinare il diametro è necessario scegliere il percorso della condotta ed il tipo di materiale (acciaio, polietilene, PVC, ecc.) da adottare. Nella suddetta scelta intervengono principalmente le condizioni geologiche dei terreni da attraversare nonché considerazioni di carattere economico.

Generalmente i dati di progetto sono il carico di monte e di valle nonché le portate che si vogliono fare circolare.

Di seguito viene richiamato e risolto un caso tecnico ricorrente in cui si pone il problema del dimensionamento di una lunga condotta in pressione. A tal proposito si ricordi che: si procederà al dimensionamento del diametro applicando l'equazione del moto tra la sezione di monte e quella di valle. Cioè:

$$H_m - H_v = Y = J \cdot L \qquad J = Y/L \qquad J = k Q^n / D^m$$

Dalle relazioni scritte si ricava un diametro da adottare che possiamo denominare teorico. Se il diametro teorico determinato non esiste in commercio si possono adottare le due soluzioni nel seguito denominate a) e b).

a) Condotta realizzata in unico diametro, pari al diametro commerciale immediatamente superiore a quello teorico

Tale soluzione è economicamente conveniente nel caso di modeste lunghezze e nel caso in cui esista un diametro commerciale appena superiore a quello teorico. In tali casi è necessario dissipare il carico eccedente ΔH mediante l'inserimento di una valvola di regolazione.

$$\Delta H = Y_t - Y_c$$

dove

Y_t = perdite di carico nel diametro teorico [m]

Y_c = perdite di carico nel diametro commerciale [m]

Tale dissipazione è necessaria affinché non si prelevi dal serbatoio di presa una portata superiore a quella stabilita (ipotesi di serbatoio di presa molto grande) oppure non si stabilisca, quando la portata di progetto sia la massima disponibile (ipotesi di piccolo serbatoio di carico alimentato da una sorgente con una portata pari a quella di progetto), una condizione di movimento per cui un primo tratto della condotta funzioni a canaletta invece che in pressione con un effetto, tecnicamente temibile, di trascinamento d'aria.

b) Condotta realizzata in due tratti di diametro differente.

Precisamente si adotteranno i due diametri commerciali immediatamente superiore (D_1) ed inferiore (D_2) a quello teorico (D). Sarà quindi necessario determinare la lunghezza L_1 del tronco di condotta di diametro D_1 e quella L_2 relativa al tronco di diametro D_2 .

La determinazione delle lunghezze L_1 e L_2 deve soddisfare alla condizione che, nei due tronchi di condotta, la somma delle perdite di carico continue risulti pari alla differenza tra il carico totale di monte e di valle. Tale relazione si traduce analiticamente nella seguente espressione:

$$H_m - H_v = Y = \sum_{i=1}^N J_i \cdot L_i = J_1 \cdot L_1 + J_2 \cdot L_2 = k \frac{q^n}{D_1^m} L_1 + k \frac{q^n}{D_2^m} L_2$$

dove con N si è indicato il numero di tronchi che, nel caso particolare, è pari a 2.

A tale espressione va associata una seconda relazione:

$$L = L_1 + L_2$$

Risolvendo il sistema delle due equazioni a due incognite si ricava il valore di queste ultime.

Dal punto di vista idraulico, l'adozione del diametro più grande nel primo o nel secondo tronco è del tutto indifferente (a meno dei casi in cui la corrente idrica risulta essere in depressione).

La soluzione del caso proposto passa attraverso la seguente schematizzazione, e si risolve come è di seguito indicato.

Assegnati la quota dei due peli liberi nella sorgente A e nell'abbeveratoio B, la lunghezza della condotta L ed il tipo di materiale della condotta, si determini il diametro della condotta per fissata portata q da convogliare.

Caso a)

Siano dati:

Variabile	Valore	Unità di misura	
H_A	<u>185</u>	[m]	(quota del pelo libero del serbatoio A rispetto ad un piano di riferimento orizzontale - Vedi Fig. 12)
H_B	<u>172</u>	[m]	(quota del pelo libero dell'abbeveratoio B rispetto al piano di riferimento orizzontale fissato in precedenza)

$L = \underline{2.0}$	[km]	(proiezione della lunghezza della condotta sul piano orizzontale)
$q = \underline{3.9}$	[l s ⁻¹]	(portata da convogliare)
materiale = <u>PVC</u>		polivinilcloruro
$PN = \underline{6}$	[bar]	pressione nominale della tubazione
$\sigma = \underline{100}$	[kg cm ⁻²]	coefficiente di resistenza a trazione

Applicando l'equazione del moto tra A e B si ottiene:

$$H_A - H_B = Y = J \cdot L \quad \text{quindi}$$

$$J = Y/L = (185 - 172)/2 = \underline{6.5} \quad [\text{m km}^{-1}]$$

Applicando la formula di DE MARCHI-MARCHETTI si ottiene un valore del diametro teorico D_T pari a:

$$D_T = \left(9.24 \cdot 10^8 \frac{q^{1.81}}{J} \right)^{(1/4.8)} = \underline{83.4} \quad [\text{mm}]$$

Con riferimento alla TABELLA 2 dei richiami teorici, il diametro commerciale più vicino è il DN 90 mm; proviamo a calcolare il diametro interno:

$$\text{per DN} = \underline{90} \quad [\text{mm}]$$

$$D = DN - 2s = 90 - (2 \cdot s) = \underline{84.76} \quad [\text{mm}]$$

$$\text{per } s = PN \cdot DN / (2s + PN) = 6 \cdot 90 / (2 \cdot 100 + 6) = \underline{2.62} \quad [\text{mm}]$$

Il diametro commerciale 90 mm è molto vicino al diametro teorico, quindi la condotta si può realizzare in un unico diametro (caso a)

Il carico da dissipare sarà pari a:

$$DH = Y_t - Y_c = Y_t - J_c \cdot L = (185 - 172) - (9.24 \cdot 10^8 \cdot 3.9^{1.81} / 84.76^{4.8}) \cdot 2 = m \quad \underline{0.94}$$

Caso b)

Siano dati:

Variabile	Valore	Unità di misura	
$H_A = \underline{180}$		[m]	(quota del pelo libero del serbatoio A rispetto ad un piano di riferimento orizzontale - Vedi Fig. 12)
$H_B = \underline{172}$		[m]	(quota del pelo libero dell'abbeveratoio B rispetto al piano di riferimento orizzontale fissato in precedenza)
$L = \underline{2.0}$		[km]	(proiezione della lunghezza della condotta sul piano orizzontale)
$q = \underline{1.7}$		[l s ⁻¹]	(portata da convogliare)
materiale = <u>PVC</u>			polivinilcloruro
$PN = \underline{6}$		[bar]	pressione nominale della tubazione
$\sigma = \underline{100}$		[kg cm ⁻²]	coefficiente di resistenza a trazione

$$H_A - H_B = Y = J \cdot L \quad \text{quindi}$$

$$J = Y/L = (180 - 172)/2 = \underline{4.0} \quad [\text{m km}^{-1}]$$

Applicando la formula di DE MARCHI-MARCHETTI si ottiene un valore del diametro teorico D_T pari a:

$$D_T = \left(9.24 \cdot 10^8 \frac{q^{1.81}}{J} \right)^{(1/4.8)} = \underline{\underline{67.5}} \quad [\text{mm}]$$

Con riferimento alla Tab. 2 si deduce che tale diametro è compreso tra i due diametri commerciali DN_1 e DN_2 che assumono i seguenti valori:

$$DN_1 = \underline{\underline{63}} \quad [\text{mm}]$$

$$DN_2 = \underline{\underline{75}} \quad [\text{mm}]$$

i cui diametri interni sono:

$$D_1 = DN_1 - 2s = 63 - (2 \cdot s) = \underline{\underline{59.33}} \quad [\text{mm}]$$

$$\text{per } s = \frac{PN \cdot DN}{2s + PN} = 6 \cdot \frac{63}{(2 \cdot 100 + 6)} = \underline{\underline{1.83}} \quad [\text{mm}]$$

$$D_2 = DN_2 - 2s = 75 - (2 \cdot s) = \underline{\underline{70.63}} \quad [\text{mm}]$$

$$\text{per } s = \frac{PN \cdot DN}{2s + PN} = 6 \cdot \frac{75}{(2 \cdot 100 + 6)} = \underline{\underline{2.18}} \quad [\text{mm}]$$

I valori delle corrispondenti cadenti piezometriche J_1 e J_2 , per la portata assegnata q , risultano:

$$J_1 = 9.24 \cdot 10^8 \cdot 1.7^{1.81} / 59.33^{4.8} = \underline{\underline{7.43}} \quad [\text{m km}^{-1}]$$

$$J_2 = 9.24 \cdot 10^8 \cdot 1.7^{1.81} / 70.63^{4.8} = \underline{\underline{3.22}} \quad [\text{m km}^{-1}]$$

La determinazione delle lunghezze L_1 e L_2 si può effettuare risolvendo il seguente sistema di due equazioni:

$$\begin{cases} H_A - H_B = (J_1 \cdot L_1) + (J_2 \cdot L_2) \\ L = L_1 + L_2 \end{cases}$$

La risoluzione di tale sistema con il metodo della sostituzione conduce alla seguente espressione per il calcolo di L_2 :

per

$$L_1 = L - L_2$$

$$H_A - H_B = J_1 (L - L_2) + J_2 L_2$$

$$H_A - H_B = J_1 L - J_1 L_2 + J_2 L_2$$

$$L_2 = \frac{(J_1 \cdot L) - H_A + H_B}{J_1 - J_2} = \underline{\underline{1.63}} \quad [\text{km}]$$

da cui, utilizzando la seconda equazione del sistema, è immediato il calcolo di L_1 :

$$L_1 = L - L_2 = \underline{\underline{0.37}} \quad [\text{km}]$$

Analogamente si possono risolvere altri casi tecnici nei quali ricorre la determinazione del diametro da adottare in una lunga condotta.

Le linee piezometriche, coincidenti con quelle dei carichi totali, per i due casi di condotta ad unico diametro e di condotta di due diametri, sono riportate nella Fig. 12.

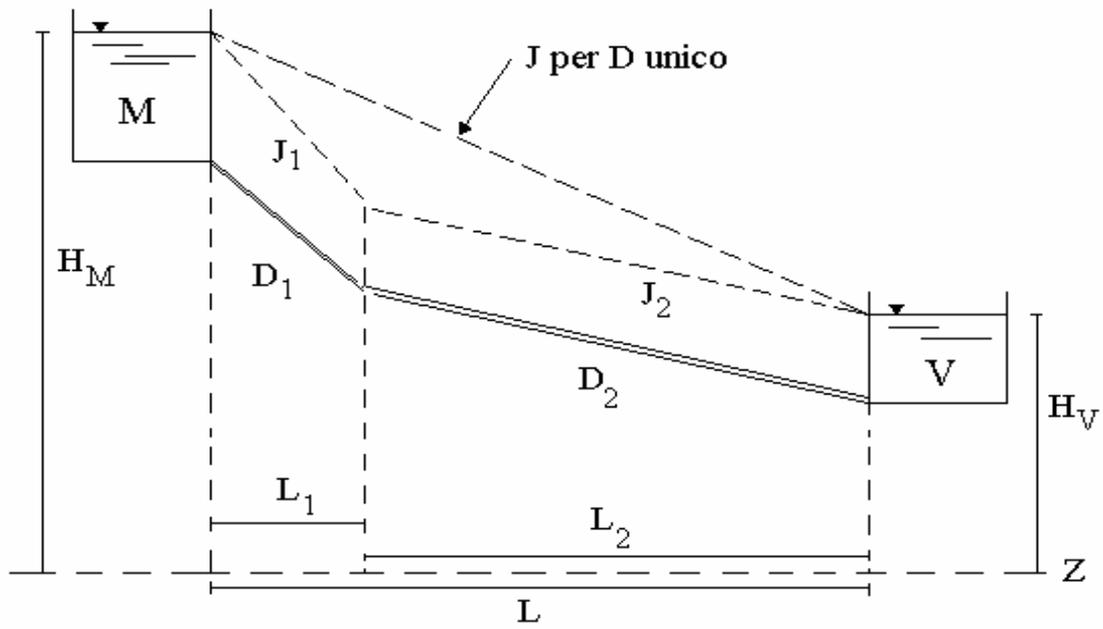


Figura 12 - Linee piezometriche nei due casi

ESERCIZIO N. 5 - Progettazione di una condotta ad unico sbocco finale a gravità, con pressione a valle maggiore della pressione atmosferica

Condotta di alimentazione da una vasca di accumulo aziendale A ad un impianto di irrigazione B (Fig. 13).

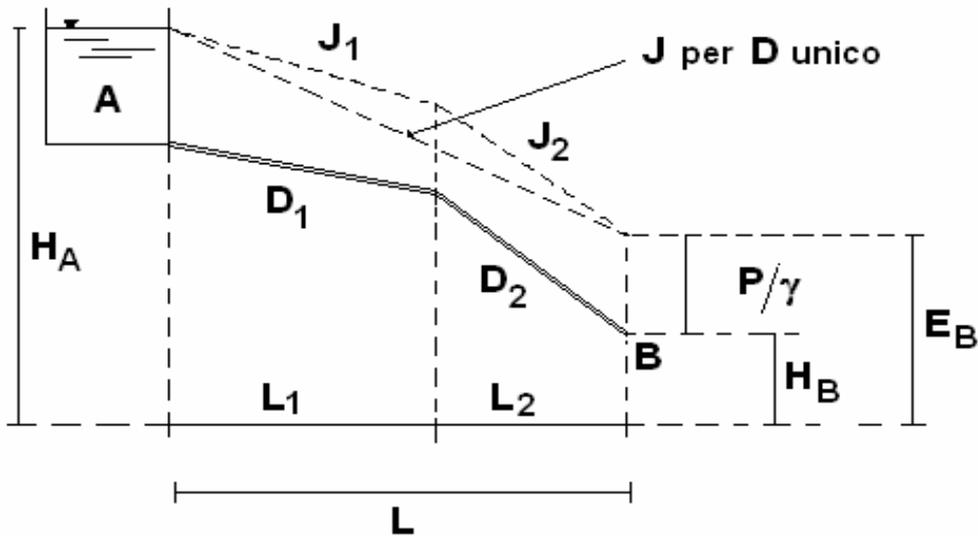


Figura 13

Determinare il diametro teorico D ed il diametro commerciale della condotta schematizzata in Fig. 13 qualora si richieda una pressione di esercizio nel punto B pari a P_B . Siano note le caratteristiche del materiale costituente la condotta (acciaio), la portata Q e le quote del serbatoio A e del punto B.

Siano dati:

Variabile	Valore	Unità di misura	
H_A	<u>160</u>	[m]	(quota del pelo libero del serbatoio A rispetto ad un piano di riferimento orizzontale)
H_B	<u>50</u>	[m]	(quota del punto B rispetto al piano di riferimento orizzontale fissato in precedenza)
L	<u>2.4</u>	[km]	(lunghezza della condotta nel tratto AB)
q	<u>15</u>	[l s ⁻¹]	(portata di progetto)
P_B/γ	<u>25</u>	[m]	(carico di esercizio nel punto B)

Si ricorda che, trattandosi di condotte in acciaio, l'espressione della cadente J (parametro che rappresenta, da un punto di vista energetico, la perdita di energia per unità di peso del liquido e per unità di percorso e, da un punto di vista geometrico, l'abbassamento della linea dei carichi totali per unità di percorso), secondo SCIMEMI-VERONESE, si scrive:

$$J = k Q^n / D^m$$

avendo indicato con D il diametro della condotta;
con k , m ed n i coefficienti caratteristici dell'espressione che assumono i seguenti valori:

$$k = \underline{\underline{6.81.E+08}} \qquad m = \underline{\underline{4.71}} \qquad n = \underline{\underline{1.82}}$$

Il carico energetico disponibile nel punto A è pari a: $E_A = H_A = \underline{\underline{160}}$ [m]

Il carico nel punto B sarà invece: $E_B = H_B + P_B/\gamma = \underline{\underline{75}}$ [m]

avendo trascurato il termine cinetico $V_B^2/2g$ in quanto in presenza di lunga condotta.

Applicando il teorema di Bernoulli in forma generalizzata dal punto A al punto B possiamo scrivere:

$$E_A - E_B = Y = J \cdot L \qquad J = Y/L = (160 - 75)/2.4 = \underline{\underline{35.42}} \quad [\text{m km}^{-1}]$$

Essendo la condotta in acciaio, si ricava il diametro teorico D_T invertendo la formula di Scimemi-Veronese:

$$D_T = (6.81 \cdot 10^8 Q^{1.82}/J)^{(1/4.71)} = (6.81 \cdot 10^8 \cdot 15^{1.82}/35.42)^{(1/4.71)} = \underline{\underline{100.2}} \quad [\text{mm}]$$

Con riferimento alla Tab. 1 si deduce che tale diametro è molto vicino al DN 100 mm (diametro interno 100.5 mm); sicchè è possibile realizzare la condotta in un unico diametro (similmente al caso a dell'esercizio n. 4).

Per il diametro interno commerciale paria a $\underline{\underline{100.5}}$ [mm] il carico da dissipare sarà pari a:

$$\Delta H = Y_t - Y_c = Y_t - J_c \cdot L = (160 - 75) - [(6.81 \cdot 10^8 \cdot 15^{1.82}/100.5^{4.71}) \cdot 2.4] = m \quad \underline{\underline{1.12}}$$

Se non vengono inseriti meccanismi dissipatori dell'energia in eccesso (1.12 m) la pressione nel punto B sarà pari a 26.12 m invece che a 25 m.

L'energia in eccesso può essere dissipata o tramite regolatore di pressione o tramite una saracinesca parzialmente chiusa in maniera da provocare una perdita di carico localizzata pari a 1.12 m.

ESERCIZIO N. 6 - Progettazione di una lunga condotta con sbocchi equidistanti e di uguale portata.

L'esempio fa riferimento ad un'ala irrigua, ossia ad una condotta che eroga acqua al terreno tramite una serie n di erogatori di uguale portata q posti ad una interdistanza d costante.

In questo caso sono noti la portata media di ciascun irrigatore e l'interdistanza degli stessi sull'ala. Si vuole determinare il diametro dell'ala.

Il criterio di dimensionamento è in questo caso basato sul principio di garantire una certa uniformità di pressione fra i diversi irrigatori funzionanti contemporaneamente. Nella comune pratica irrigua si ritengono accettabili differenze massime di pressione D dell'ordine del 20% della pressione massima H_{max} .

Se si considera l'ala piovana una lunga condotta, e su terreno pianeggiante, le perdite di carico totali (p.d.c.) sono date da:

$$Y = DH = 20\% H_{max} = S y_i = S J_i L_i \quad (16)$$

dove:

H_{max} = pressione al primo irrigatore [m]

Σy_i = sommatoria delle perdite di carico continue nei diversi tratti della condotta [m]

Dalla (15) dell'esercizio n. 2:

$$Y = J \cdot L \cdot F \rightarrow J = Y / L \cdot F \quad (15)$$

e per $J = (9.24 \cdot 10^8 \cdot Q^{1.81} / D^{4.8})$

si può ricavare il diametro interno teorico dell'ala:

$$D = (9.24 \cdot 10^8 \cdot Q^{1.81} / J)^{(1/4.8)} \quad (17)$$

dove:

Q = portata entrante nell'ala = $n \cdot q$ [l s^{-1}]

n = numero di erogatori sull'ala

q = portata media del singolo erogatore [l s^{-1}]

L = lunghezza totale dell'ala = $n \cdot d$ [km]

d = interdistanza tra gli erogatori sull'ala [km]

D = diametro interno della tubazione [mm]

F = fattore di riduzione delle perdite di carico continue, che tiene conto del fatto che la portata entrante nell'ala Q non percorre tutta la lunghezza L ma va diminuendo nel senso del moto

Nel caso specifico si chiede di determinare il diametro commerciale di un'ala irrigua da interrare portante 12 irrigatori per aspersione.

Siano dati:

variabile	valore	unità di misura	
materiale	PVC		polivinilcloruro
PN	6	[bar]	pressione nominale della tubazione
σ	100	[kg cm^{-2}]	coefficiente di resistenza a trazione

q	0.30	[l s ⁻¹]	portata di un irrigatore
d	15	[m]	interdistanza tra gli irrigatori
n	12		numero di irrigatori sull'ala
H _{max}	30	[m]	pressione al primo irrigatore dell'ala
F	0.399		fattore di riduzione (vedi Tab. 3)

Il caso si risolve applicando le equazioni (16), (15) e (17) sopra riportate.

$$Y = DH = 20 \% H_{max} = (20/100) \cdot 30 = \underline{\underline{6}} \quad [\text{m}]$$

$$J = Y/L \cdot F = 6/(0.18 \cdot 0.399) = \underline{\underline{83.54}} \quad [\text{m km}^{-1}]$$

per:

$$L = d \cdot n = (15/1000) \cdot 12 = \underline{\underline{0.18}} \quad [\text{km}]$$

$$D_t = (9.24 \cdot 10^8 \cdot Q^{1.81} / J)^{(1/4.8)} = \underline{\underline{47.56}} \quad [\text{mm}]$$

per:

$$Q = n \cdot q = 12 \cdot 0.3 = \underline{\underline{3.60}} \quad [\text{l s}^{-1}]$$

Il diametro commerciale DN immediatamente superiore a quello teorico D_T è:

$$\underline{\underline{63}} \quad [\text{mm}]$$

il cui diametro interno è:

$$D = DN - 2s = 63 - (2 \cdot s) = \underline{\underline{59.33}} \quad [\text{mm}]$$

$$\text{per } s = PN \cdot DN / (2\sigma + PN) = 6 \cdot 63 / (2 \cdot 100 + 6) = \underline{\underline{1.83}} \quad [\text{mm}]$$

Essendo il diametro interno commerciale maggiore di quello teorico, è automaticamente verificato che le perdite di carico sono inferiori a quelle ipotizzate; quindi l'ala piovana sarà realizzata in **PVC PN 6, DN 63 mm**.

Tabella 3 - Valori del fattore di riduzione F delle perdite di carico continue

Numero di tratti a portata diversa		F	Numero di tratti a portata diversa		F
1		1.000	15		0.390
2		0.643	16		0.388
3		0.539	17		0.386
4		0.490	18		0.384
5		0.462	19		0.383
6		0.438	20		0.381
7		0.430	21		0.380
8		0.421	22		0.379
9		0.413	23		0.378
10		0.407	24		0.377
11		0.403	25		0.376
12		0.399	26-27		0.375
13		0.395	28		0.374
14		0.392	29-30		0.373

ESERCIZIO N. 7 - Verifica di una lunga condotta servita da impianto di sollevamento

Condotta semplice che adduce acqua da un pozzo ad una vasca. Il pelo libero dell'acqua nel pozzo è a quota geometrica inferiore rispetto a quella del pelo libero nella vasca (Fig. 14).

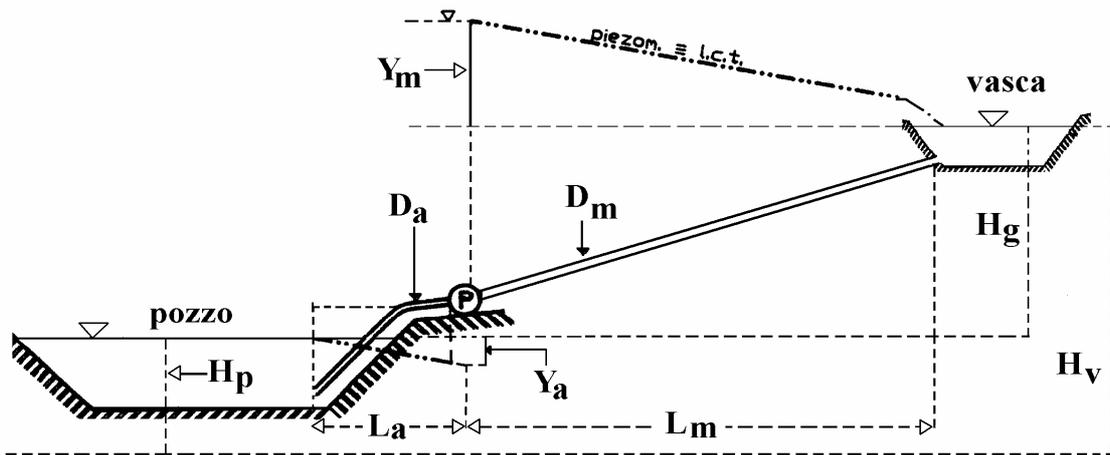


Figura 14

In questo caso è necessario utilizzare una pompa che ceda energia meccanica alla corrente.

Sono noti la portata Q da sollevare, le quote dei peli liberi di partenza H_p e di arrivo H_v , i diametri ed i materiali delle tubazioni di aspirazione D_a e di mandata D_m .

E' da determinare il tipo di pompa e la potenza W del motore da accoppiare ad essa.

Le pompe più utilizzate in agricoltura sono quelle centrifughe, da accoppiare a motori termici o elettrici.

La potenza W è data da:

$$W = Q H_t / m \quad [\text{kg m s}^{-1}] \quad \text{oppure}$$

$$W = Q H_t / (m 75) \quad [\text{CV}] \quad \text{oppure}$$

$$W = Q H_t / (m 102) \quad [\text{kW}]$$

con:

Q = portata da sollevare [l s^{-1}]

H_t = prevalenza totale [m]

La prevalenza totale H_t è la differenza $H_u - H_e$ fra i carichi totali posseduti dalla corrente nella sezione di uscita e di ingresso della pompa; si calcola come:

$$H_t = Y_a + Y_m + H_g$$

con:

Y_a = perdite di carico nella condotta di aspirazione [m]

Y_m = perdite di carico nella condotta di mandata [m]

H_g = prevalenza geodetica [m]

$$H_g = H_v - H_p$$

con :

H_v = quota del pelo libero della vasca [m]

H_p = quota del pelo libero nel pozzo [m]

Nel caso in esame si vuole determinare la potenza di un motore elettrico da accoppiare ad una pompa centrifuga.

Siano dati:

variabile	valore	unità di misura	
H_v	<u>80</u>	[m s.l.m.]	quota del pelo libero nella vasca
H_p	<u>30</u>	[m s.l.m.]	quota del pelo libero nel pozzo
q	<u>10</u>	[l s ⁻¹]	portata da sollevare
m	<u>0.60</u>		rendimento del gruppo motore-pompa

condotta di aspirazione

materiale	<u>acciaio</u>		
D_a	<u>100</u>	[mm]	diametro nominale
L_a	<u>7</u>	[m]	lunghezza

condotta di mandata

materiale	<u>PVC</u>		
D_m	<u>110</u>	[mm]	diametro nominale
s	<u>3.20</u>	[mm]	spessore (= (PN · D _m)/(2 σ + PN))
D_{intm}	<u>104</u>	[mm]	diametro interno calcolato come: $D_{intm} = D_m - 2 \cdot s$
L_m	<u>850</u>	[m]	lunghezza
PN	<u>6</u>	[bar]	pressione nominale della tubazione
s	<u>100</u>	[kg cm ⁻²]	coefficiente di resistenza a trazione

La potenza W , in kW, è data da:

$$W = Q H_t / (m \cdot 102) = 10 \cdot 60.87 / (0.6 \cdot 102) = \underline{\underline{9.9}} \quad [\text{kW}]$$

dove: $H_t = Y_a + Y_m + H_g = 0.12 + 10.75 + 50 = \underline{\underline{60.87}} \quad [\text{m}]$

con:

$Y_a = J_a \cdot L_a$, ossia, ricordando che la cadente J per le condotte di acciaio si calcola con la formula di Scimemi-Veronese:

$$Y_a = (6.81 \cdot 10^8 \cdot Q^{1.82} / D_a^{4.71}) \cdot L_a =$$

$$= (6.81 \cdot 10^8 \cdot 10^{1.82} / 100^{4.71}) \cdot (7/1000) = \underline{\underline{0.12}} \quad [\text{m}]$$

$Y_m = J_m \cdot L_m$, ossia, ricordando che la cadente J per le condotte di PVC si calcola con la formula di De Marchi-Marchetti:

$$Y_m = (9.24 \cdot 10^8 \cdot Q^{1.81} / D_{int}^{4.8}) \cdot L_m =$$

$$= (9.24 \cdot 10^8 \cdot 10^{1.81} / 104^{4.8}) \cdot (850/1000) = \underline{\underline{10.75}} \quad [\text{m}]$$

$$H_g = H_v - H_p = 80 - 30 = \underline{\underline{50}} \quad [\text{m}]$$

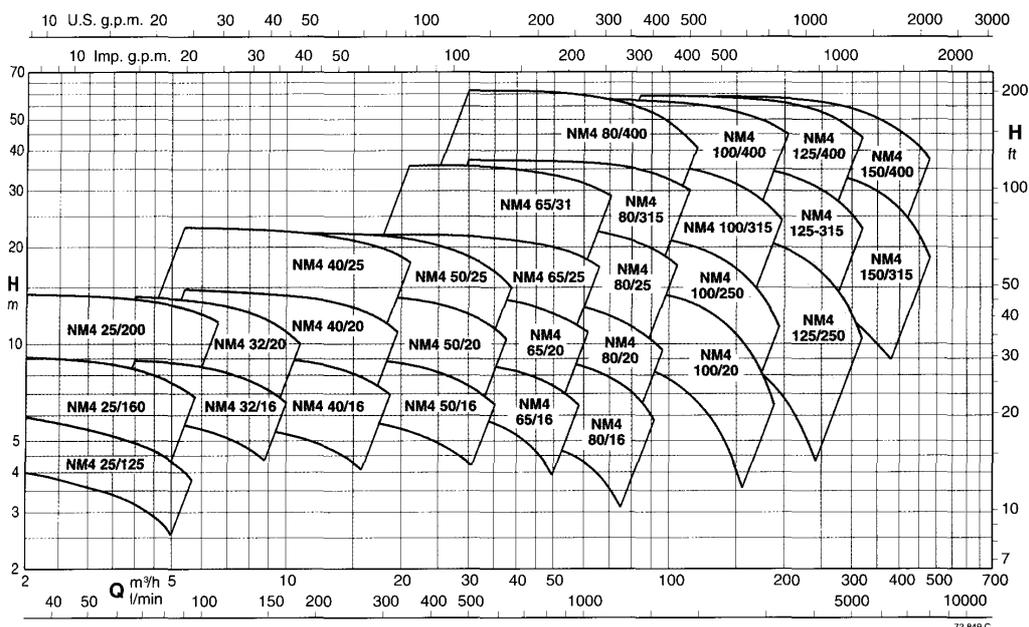


Figura 15

La Fig. 15 riporta le curve caratteristiche (portata, Q - Prevalenza, H) di diversi modelli di pompa, tra i quali è possibile scegliere quello la cui coppia Q - H viene fornita con il rendimento μ massimo. Il modello ottimale nel caso esemplificato è NM4 80/400 (poiché $Q = 10 \cdot 60 = 600 \text{ l min}^{-1}$ e $H_t = 61 \text{ m}$)

ESERCIZIO N. 8 - Progettazione di una lunga condotta servita da impianto di sollevamento

Condotta semplice che adduce acqua da un pozzo ad un impianto di irrigazione. Il pelo libero dell'acqua nel pozzo è a quota geometrica inferiore rispetto alla quota piezometrica della sezione di sbocco della condotta di mandata.

In questo caso è necessario utilizzare una pompa che ceda energia meccanica alla corrente.

Sono noti la portata Q da sollevare, le quote piezometriche del pelo libero di partenza H_p e della sezione di sbocco H_v .

La quota piezometrica della sezione di sbocco H_v è data dalla somma della sua altezza geometrica e della pressione necessaria al funzionamento dell'impianto irriguo H_e .

Sono da determinare il tipo di pompa e la potenza W del motore da accoppiare ad essa, nonché i diametri delle condotte di aspirazione e di mandata D_a e D_m .

Le pompe più utilizzate in agricoltura sono quelle centrifughe, da accoppiare a motori termici o elettrici.

La potenza W è data da:

$$W = Q H_t / \mathbf{m} \quad [\text{kg m s}^{-1}] \quad \text{oppure}$$

$$W = Q H_t / (\mathbf{m} \ 75) \quad [\text{CV}] \quad \text{oppure}$$

$$W = Q H_t / (\mathbf{m} \ 102) \quad [\text{kW}]$$

con:

Q = portata da sollevare [l s^{-1}]

H_t = prevalenza totale [m]

La prevalenza totale H_t è la differenza $H_u - H_e$ fra i carichi totali posseduti dalla corrente nella sezione di uscita e di ingresso della pompa; si calcola come:

$$H_t = Y_a + Y_m + H_g$$

con:

Y_a = perdite di carico nella condotta di aspirazione [m]

Y_m = perdite di carico nella condotta di mandata [m]

H_g = prevalenza geodetica [m]

$$H_g = H_v - H_p \quad \text{con :}$$

H_v = quota piezometrica nella sezione di sbocco della condotta [m]

H_p = quota del pelo libero nel pozzo [m]

Il problema si presenta indeterminato, dato che esistono molteplici soluzioni, tutte buone dal punto di vista tecnico.

Si può infatti scegliere un diametro qualsiasi, dato che esisterà sempre una pompa in grado di garantire il sollevamento della portata prefissata.

Bisogna però ricordare che:

- occorre mantenere la velocità nelle condotte a livelli $< 2 \text{ m s}^{-1}$ per limitare le eventuali sovrappressioni da colpo di ariete

- la scelta del diametro non è indifferente dal punto di vista economico

Il diametro ottimale dal punto di vista economico sarà quello che presenta il minor costo totale.

Il **costo annuo totale** di un impianto di sollevamento è composto da:

- **costi fissi**, dati dalle quote di ammortamento della pompa e della condotta; crescenti al crescere del diametro

- **costi variabili**, dati dai costi annui per l'acquisto dell'energia; dipendono dal costo unitario dell'energia, dalla potenza impegnata e dal numero di ore annue di funzionamento; sono decrescenti al crescere del diametro.

La somma dei due tipi di costi presenta un minimo in corrispondenza di un **diametro** detto di **massima convenienza economica** che viene quindi adottato come soluzione di progetto (Fig. 16).

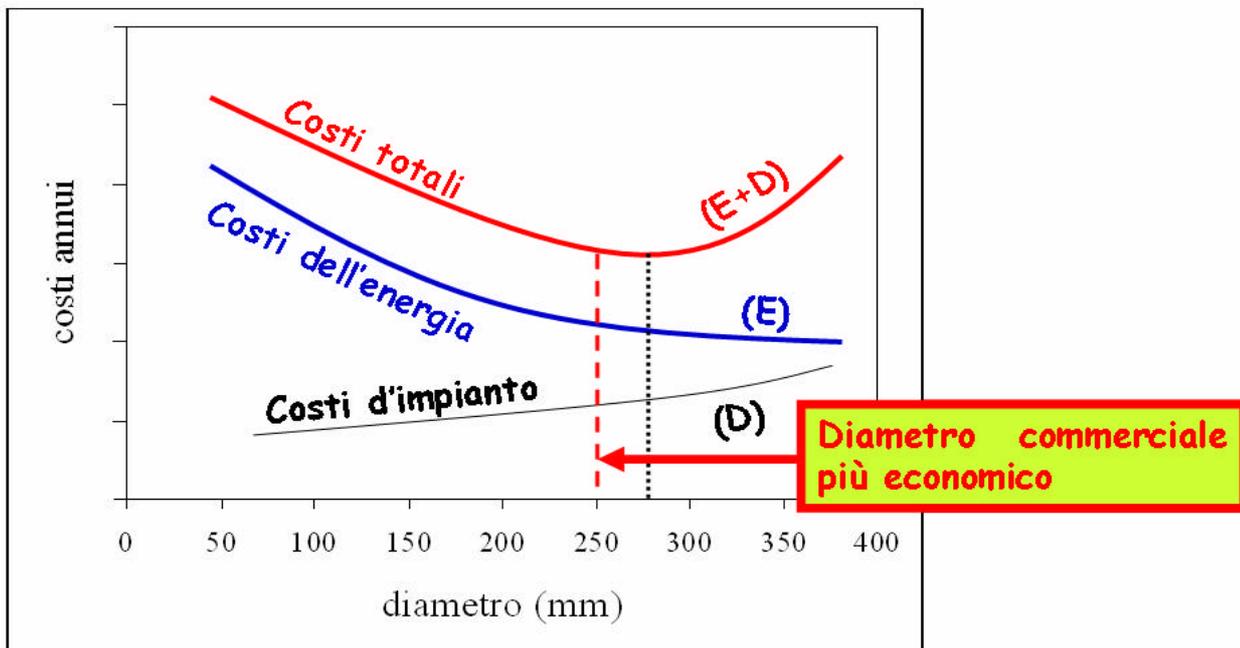


Figura 16

Nel caso in esame si vuole determinare il diametro di massima convenienza, nell'ipotesi di realizzare la condotta di aspirazione e di mandata dello stesso diametro ed in PVC, e la potenza di un motore elettrico da accoppiare ad una pompa centrifuga.

Siano dati:

variabile	valore	unità di misura	
H_z	<u>70</u>	[m s.l.m.]	quota geometrica di sbocco della condotta nell'impianto irriguo
H_e	<u>35</u>	[m]	carico di esercizio dell'impianto irriguo
H_v	<u>105</u>	[m s.l.m.]	quota piezometrica della sezione di sbocco della condotta, data da H_z+H_e
H_p	<u>30</u>	[m s.l.m.]	quota del pelo libero nel pozzo
L_m	<u>1.00</u>	[km]	lunghezza condotta di mandata
L_a	<u>0.01</u>	[km]	lunghezza condotta di aspirazione
q	<u>10</u>	[l s ⁻¹]	portata da sollevare
o	<u>600</u>	[h]	ore annue di funzionamento dell'impianto
CE	<u>0.10</u>	[Euro kW ⁻¹ h ⁻¹]	costo unitario energia elettrica
r	<u>0.05</u>		tasso di interesse
n	<u>20</u>	[anni]	durata economica della tubazione
C_m	<u>0.02</u>		coefficiente di manutenzione
m	<u>0.60</u>		rendimento del gruppo motore-pompa

Costi tubazioni in PVC PN 6

$DN\ 75$	<u>1.81</u>	[Euro m ⁻¹]	
$DN\ 90$	<u>2.27</u>	[Euro m ⁻¹]	
$DN\ 110$	<u>3.46</u>	[Euro m ⁻¹]	
$DN\ 125$	<u>4.34</u>	[Euro m ⁻¹]	
PN	<u>6</u>	[bar]	pressione nominale della tubazione
s	<u>100</u>	[kg cm ⁻²]	coefficiente di resistenza a trazione

Dato che per calcolare la potenza è necessario conoscere le perdite di carico e, quindi, il diametro della condotta, procediamo al calcolo del diametro ottimale.

Il diametro ottimale si calcola per tentativi, ipotizzando diversi diametri, calcolando per ognuno il costo totale e scegliendo il diametro di minor costo totale.

Per ridurre al minimo i tentativi si può calcolare il diametro cui corrisponde una velocità di 1.5 m s⁻¹ e, quindi, calcolare i costi totali per tre diametri: uno vicino a quello così trovato, uno immediatamente superiore ed uno immediatamente inferiore.

Utilizzando l'equazione di continuità ($Q = A \cdot V$), l'equazione per il calcolo dell'area della sezione circolare ($A = 1/4 \cdot \pi \cdot D^2$) e con gli opportuni passaggi di unità di misura, il diametro di prima approssimazione D sarà pari a:

$$D = 29 \cdot Q^{0.5} = 29 \cdot 10^{0.5} = \underline{\underline{91.71}} \quad [\text{mm}]$$

Scegliamo tre diametri di primo tentativo:

DN_1	<u>75</u>	s_1	<u>2.18</u>	Di_1	<u>70.63</u>
DN_2	<u>90</u>	s_2	<u>2.62</u>	Di_2	<u>84.76</u>
DN_3	<u>110</u>	s_3	<u>3.20</u>	Di_3	<u>103.59</u>

dove:

s [mm] = spessore = $PN \cdot DN / (2s + PN)$

Di [mm] = diametro interno = $DN - 2s$

Calcoliamo le perdite di carico distribuite corrispondenti ai tre diametri

J_{75}	<u>80</u>	Y_{75}	<u>80</u>
J_{90}	<u>33</u>	Y_{90}	<u>33</u>
J_{110}	<u>13</u>	Y_{110}	<u>13</u>

dove:

J [$m \text{ km}^{-1}$] = perdite di carico unitarie, calcolate con la formula di De Marchi-Marchetti $J = 9.24 \cdot 10^8 \cdot Q^{1.81} / Di^{4.8}$

Y [m] = perdite di carico = $J \cdot \text{Lunghezza della condotta}$ in km

Calcoliamo i costi annui dell'energia necessaria per vincere le perdite di carico nella condotta, in Euro

C_{75}	<u>780</u>	$C = [Y \cdot Q / (\mu \cdot 102)] \cdot o \cdot CE$ dove:
C_{90}	<u>325</u>	Y = perdite di carico [m]
C_{110}	<u>124</u>	Q = portata [$l \text{ s}^{-1}$]
		μ = rendimento motore-pompa
		o = ore annue di funzionamento
		CE = costo unitario energia [$\text{Euro kW}^{-1} \text{ h}^{-1}$]

Calcoliamo il coefficiente di ammortamento Ca

$$Ca = r(1+r)^n / (1+r)^n - 1 = \underline{\underline{0.08}}$$

con:

r = saggio di interesse

n = durata della tubazione

Calcoliamo le quote annue di ammortamento e manutenzione A

A_{75}	<u>181</u>	[Euro]
A_{90}	<u>228</u>	[Euro]
A_{110}	<u>347</u>	[Euro]

dove $A = (Ca + Cm) \cdot p \cdot L$

con:

Ca = coefficiente di ammortamento

Cm = coefficiente di manutenzione

p = prezzo unitario della condotta [Euro m^{-1}]

L = lunghezza della condotta [m]

Calcoliamo il costo annuo complessivo $CC = C + A$ (costo dell'energia + costo di ammortamento e manutenzione)

CC_{75}	<u>961</u>	[Euro]
CC_{90}	<u>553</u>	[Euro]
CC_{110}	<u>471</u>	[Euro]

Se il costo minimo fosse stato quello del diametro centrale (90 mm) la scelta sarebbe caduta su questo; ma, considerato che il costo minimo corrisponde al diametro maggiore dei tre, non è detto che il diametro ancora maggiore (125 mm) non sia più conveniente.

Ripetiamo allora il procedimento per il diametro 125 [mm]

s	<u>3.64</u>	[mm]
Di	<u>117.72</u>	[mm]
J_{125}	<u>6.85</u>	[m km ⁻¹]
Y_{125}	<u>6.85</u>	[m]
C_{125}	<u>67</u>	[Euro]
A_{125}	<u>435</u>	[Euro]
CC_{125}	<u>502</u>	[Euro]

Essendo il costo complessivo maggiore per il DN 125 si sceglie il DN 110.

Calcoliamo la potenza del motore da accoppiare alla pompa.

La potenza W , in kW, è data da:

$$W = Q H_t / (m \cdot 102) = 10 \cdot 87.78 / (0.6 \cdot 102) = \underline{14.3} \text{ [kW]}$$

dove: $H_t = Y_a + Y_m + H_g = 12.78 + 75 = \underline{87.78} \text{ [m]}$

con:

$$Y_a + Y_m = (J_a \cdot L_a + J_m \cdot L_m)$$

per $D_a = D_m$; $J_a = J_m$; $Y_a + Y_m = J_a \cdot (L_a + L_m)$

ricordando che la cadente J per le condotte di PVC si calcola con la formula di De Marchi-Marchetti:

$$Y_a + Y_m = (6.81 \cdot 10^8 \cdot Q^{1.81} / D_a^{4.8}) \cdot (L_a + L_m) =$$

$$= (9.24 \cdot 10^8 \cdot 10^{1.81} / 103.59^{4.8}) \cdot (0.01 + 1) = \underline{12.78} \text{ [m]}$$

$$H_g = H_v - H_p = 105 - 30 = \underline{75} \text{ [m]}$$

2.2 - Efflusso da luci (Foronomia)

2.2.1 - Richiami di teoria

- Chiamansi **luci a battente** i fori il cui contorno giace tutto al di sotto del pelo liquido a monte. Il dislivello tra il pelo libero a monte ed il punto più alto del contorno prende il nome di battente, mentre il carico è il dislivello tra pelo liquido a monte e baricentro della luce.

Si parla di luce a battente libera quando la vena liquida sbocca nell'atmosfera.

La velocità media nella sezione contratta è in tale caso:

$$V = \sqrt{2gh}$$

essendo h il carico sul baricentro della luce.

Nelle bocche a battente di tipo libero, di piccola altezza rispetto al battente, senza velocità di arrivo, l'espressione generale della portata assume la forma:

$$Q = \mu \sigma \sqrt{2gh}$$

dove μ è un coefficiente sperimentale di efflusso dipendente dal tipo di luce e dalle condizioni di funzionamento (valore di prima approssimazione 0.61) e σ è l'area della luce.

Per luci rigurgitate, cioè con vena liquida che sbocca all'interno di altro liquido, senza velocità di arrivo e di deflusso, l'espressione della portata sarà:

$$Q = \mu \sigma \sqrt{2gh_m}$$

avendo indicato con h_m il dislivello tra pelo liquido a monte ed a valle della luce.

Nelle bocche a battente parzialmente rigurgitate la portata è uguale alla somma delle portate relative alla parte libera della luce e alla parte rigurgitata.

- Chiamansi **luci a stramazzo** quelle il cui contorno è superiormente aperto.

Gli stramazzi possono essere in parete sottile e in parete grossa.

Gli stramazzi più noti sono quello Bazin, a soglia rettangolare, a contrazione soppressa sui lati (ossia la larghezza dello stramazzo è pari a quella del canale) e lo stramazzo Thompson, a soglia triangolare, con vertice in basso.

L'espressione della portata per una luce a stramazzo del tipo Bazin (rettangolare) è:

$$Q = \mu_0 L h \sqrt{2gh}$$

essendo L la larghezza della soglia sfiorante ed h il carico sulla soglia, misurato in una sezione, a monte dello stramazzo, in cui non si risente più la contrazione della vena.

Per quanto riguarda lo stramazzo tipo Thompson (triangolare), l'espressione della portata assume la forma:

$$Q = \mu_0 h^2 \sqrt{2 g h}$$

essendo h il carico sul vertice dello stramazzo.

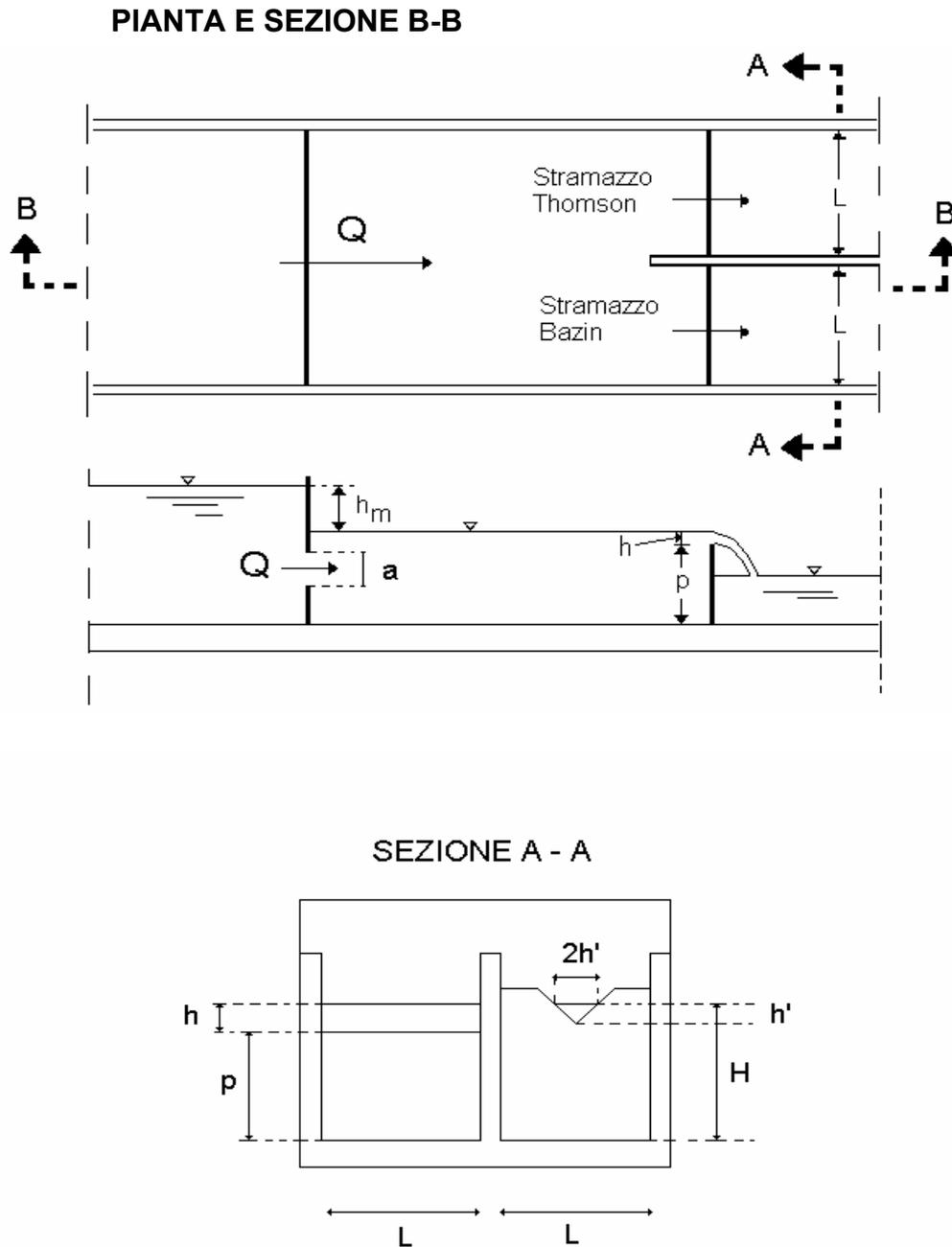


Figura 17 - Esempio di luce a battente rigurgitata (a sinistra della figura) e di luce a stramazzo (a destra)

Per quanto riguarda i valori del coefficiente di efflusso da inserire nelle formule della foronomia, anche se mancano delle formule teoriche che diano valori certi, si è confortati dalla vasta gamma di valori sperimentali, determinati per i casi più ricorrenti.

Gli stramazzi di cui sopra sono utilizzati come misuratori di portata. La portata si calcola note le caratteristiche geometriche dello stramazzo e misurando il carico h ad una distanza a monte dello stramazzo tale da non risentire dell'abbassamento del pelo libero dovuto alla contrazione della vena.

Anche nel caso della foronomia si possono presentare **problemi di verifica** e **problemi di progetto**.

2.2.2 - Esercizi 9-10

ESERCIZIO N. 9 - Verifica di una bocca a battente.

Un'apertura di forma quadrata, realizzata nella parete laterale di una vasca, scarica acqua da un serbatoio; lo sbocco è nell'atmosfera. Determinare la portata che effluisce dalla luce (Fig. 18).

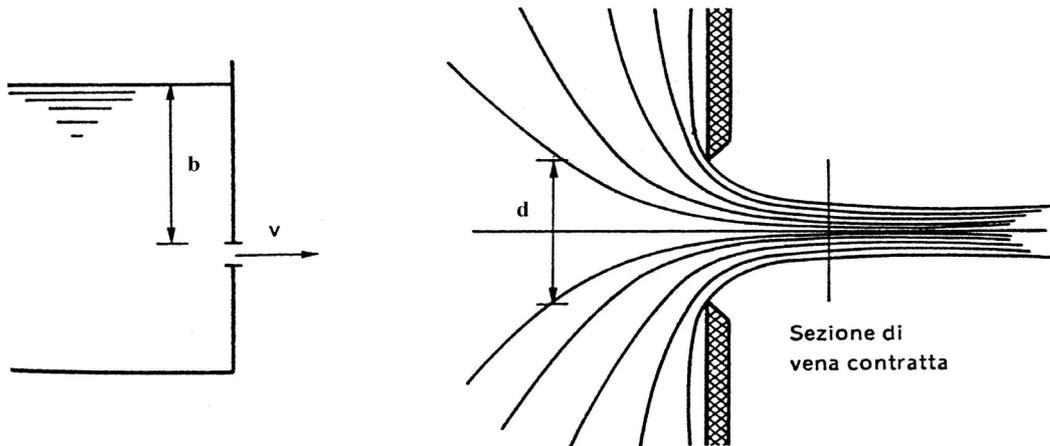


Figura 18

Siano dati:

Variabile	Valore	Unità di misura	
b	<u>1.2</u>	[m]	battente del serbatoio
d	<u>10</u>	[cm]	lato del foro
μ	<u>0.61</u>		coefficiente di efflusso

Applicando il teorema di Bernoulli fra la superficie dell'acqua e la sezione di uscita si perviene alla seguente espressione della velocità ideale (detta torricelliana) di uscita:

$$V = \sqrt{2gh} \quad [\text{m s}^{-1}] \quad \text{dove:}$$

h [m] rappresenta il carico e g [m s^{-2}] l'accelerazione di gravità.

Trattandosi di una luce a battente libero il carico h e la portata Q sono dati da:

$$h = b + 1/2 d = 1.2 + ((10/100)/2) = \underline{1.25} \quad [\text{m}]$$

$$Q = \mu \sigma V = \mu d^2 V = 0.61 \cdot (10/100)^2 \cdot (2 \cdot 9.81 \cdot 1.25)^{1/2} = \underline{0.0302} \quad [\text{m}^3 \text{s}^{-1}]$$

ESERCIZIO N. 10 - Progettazione di una bocca a battente.

Si vuole realizzare un'apertura di forma circolare nella parete laterale di una vasca, per immettere in un canale una portata data (Fig. 19). La vena libera è completamente rigurgitata. E' noto il massimo dislivello consentito tra il pelo libero nella vasca ed il livello dell'acqua nel canale. Determinare il diametro dell'apertura.

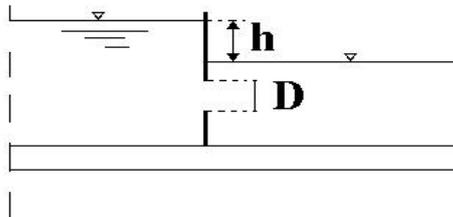


Figura 19

Siano dati:

Variabile	Valore	Unità di misura	
h	<u>0.5</u>	[m]	dislivello fra i peli liberi
Q	<u>10</u>	[l s ⁻¹]	portata
μ	<u>0.61</u>		coefficiente di efflusso

La velocità è data da:

$$V = \sqrt{2gh} \quad [\text{m s}^{-1}] \quad \text{dove:}$$

h [m] rappresenta il dislivello tra i due peli liberi e g [m s⁻²] l'accelerazione di gravità.

La portata Q è data da:

$$Q = \mu \sigma V \quad [\text{m}^3 \text{s}^{-1}]$$

Per calcolare il diametro D della luce, occorre prima calcolare l'area della luce:

$$\sigma = Q / (\mu V) = (10/1000) / [0.61 \cdot (2 \cdot 9.81 \cdot 0.5)^{0.5}] = \underline{\underline{0.0052}} \quad [\text{m}^2]$$

Per $\sigma = 1/4 \pi D^2$

$$D = (\sigma \cdot 4/\pi)^{1/2} = \underline{\underline{0.082}} \quad [\text{m}]$$

2.3 - Canali a pelo libero

2.3.1 - Richiami di teoria

Il deflusso è a superficie libera quando il liquido nella parte superiore è sottoposto alla pressione atmosferica; la linea piezometrica è allora coincidente con la superficie libera.

La legge del moto a regime uniforme può essere espressa dalle seguenti equazioni:

Chezy
$$V = \chi (R i)^{1/2}$$

Glauckler-Manning-Strickler
$$V = k \cdot R^{\frac{2}{3}} \cdot i^{\frac{1}{2}}$$

dove:

V = velocità media dell'acqua [m s^{-1}]

χ = coefficiente di attrito sperimentale che dipende dalla scabrezza delle pareti γ o m e da R ; si può calcolare con la formula di Bazin $\chi = 87 R^{0.5}/(\gamma + R^{0.5})$, o con la formula di Kutter $\chi = 100 R^{0.5}/(m + R^{0.5})$

R = raggio medio, o raggio idraulico, dato dal rapporto fra l'area della sezione liquida σ ed il contorno bagnato C ; $R = \sigma/C$

i = cadente piezometrica, coincidente con la pendenza del fondo del canale nel caso di moto uniforme a pelo libero

k = coefficiente di attrito di Glauckler-Manning-Strickler

Anche nel caso dei canali si possono presentare **problemi di verifica e problemi di progetto**.

Il problema di verifica si presenta quando sono note la geometria del canale, la scabrezza delle pareti e la pendenza del fondo, e si vuole conoscere la portata.

Nel problema di progetto, note la portata da addurre e la pendenza del terreno su cui si deve realizzare il canale, si vogliono determinare le caratteristiche del canale.

2.3.2 - Esercizi 11-13

ESERCIZIO N. 11 - VERIFICA DI UN CANALE DI FORMA RETTANGOLARE

Un canale in calcestruzzo liscio (Fig. 20) ha le dimensioni e la pendenza del fondo di seguito indicate. Valutare la portata che è in grado di convogliare tenendo conto del franco prefissato.

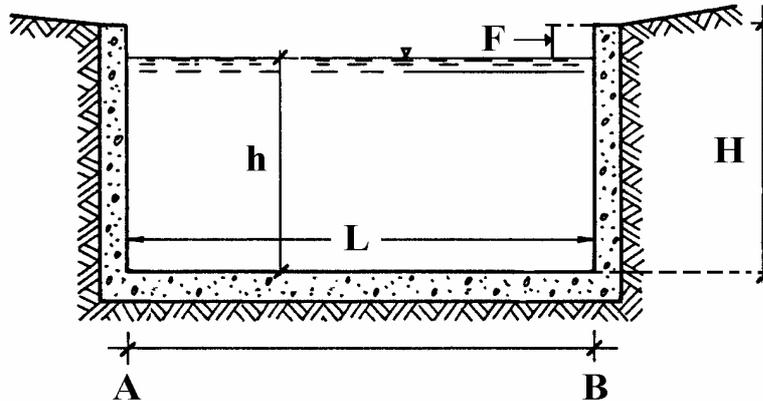


Figura 20

Siano dati:

Variabile	Valore	Unità di misura	
$L = AB$	<u>1.1</u>	[m]	larghezza al fondo
H	<u>1.2</u>	[m]	altezza
i	<u>1.5</u>	%	pendenza del fondo
γ	<u>0.16</u>		indice di scabrezza di Bazin
F	<u>0.15</u>	[m]	franco prefissato

Per calcolare la portata Q occorre applicare la formula di Chezy per il calcolo della velocità media V e l'equazione di continuità:

$$V = \chi (R i)^{1/2}$$

$$Q = \sigma V$$

Occorre pertanto calcolare:

$h = H - F = 1.2 - 0.15 =$	<u>1.05</u>	[m]	tirante idrico
$\sigma = AB \cdot h = 1.10 \cdot 1.05 =$	<u>1.155</u>	[m ²]	sezione idrica
$C = AB + 2h = 1.10 + 2 \cdot 1.05 =$	<u>3.20</u>	[m]	contorno bagnato
$R = \sigma / C = 1.155 / 3.20 =$	<u>0.36</u>	[m]	raggio idraulico
$\chi = 87 R^{0.5} / (\gamma + R^{0.5}) =$	<u>68.70</u>		coefficiente di attrito

Da cui si ottiene:

$$V = \chi (R i)^{1/2} = 68.70 \cdot (0.36 \cdot 1.5/100)^{0.5} = \underline{5.06} \quad [\text{m s}^{-1}] \quad \text{velocità}$$

$$Q = V \cdot \sigma = 5.06 \cdot 1.155 = \underline{5.84} \quad [\text{m}^3 \text{s}^{-1}] \quad \text{portata}$$

ESERCIZIO N. 12 - VERIFICA DI UN CANALE DI FORMA TRAPEZOIDALE

Un canale rivestito in pietrame (Fig. 21) ha le dimensioni e la pendenza del fondo di seguito indicate. Valutare la portata che è in grado di convogliare tenendo conto del franco prefissato.

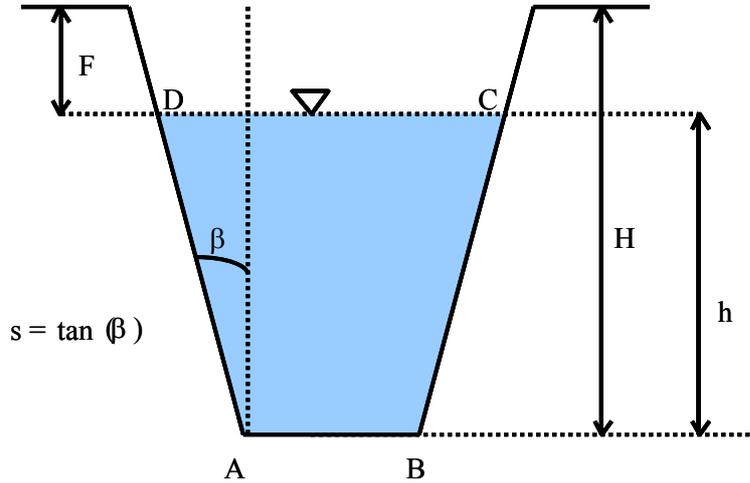


Figura 20

Siano dati:

Variabile	Valore	Unità di misura	
$L_1 = AB$	<u>1.2</u>	[m]	larghezza al fondo
H	<u>2.1</u>	[m]	altezza
i	<u>0.03</u>	[m m ⁻¹]	pendenza del fondo
s	<u>0.15</u>	[m m ⁻¹]	scarpa delle sponde
k	<u>40</u>	[m ^{1/3} s ⁻¹]	coefficiente di scabrezza secondo Gauckler-Strickler
F	<u>0.5</u>	[m]	franco prefissato

Si calcola:

$h = H - F =$	<u>1.6</u>	[m]	tirante idrico
$CD = AB + 2 \cdot s \cdot h =$	<u>1.68</u>	[m]	larghezza della sezione liquida in sommità
$AD = BC = h (1 + s^2)^{0.5} =$	<u>1.618</u>	[m]	lunghezza della sponda (lato inclinato)
$\sigma = \frac{AB + CD}{2} \cdot h =$	<u>2.304</u>	[m ²]	sezione idrica
$C = AB + 2BC =$	<u>4.436</u>	[m]	contorno bagnato
$R = \sigma / C =$	<u>0.52</u>	[m]	raggio idraulico

Applicando la formula di Gauckler-Manning-Strickler si ottiene il valore della velocità media.
In simboli:

$$V = k \cdot R^{\frac{2}{3}} \cdot i^{\frac{1}{2}} = \quad \underline{\underline{4.477}} \quad [\text{m s}^{-1}]$$

Da cui, applicando l'equazione di continuità, si ottiene il valore della portata convogliata

$$Q = V \cdot \sigma = \quad \underline{\underline{10.31}} \quad [\text{m}^3 \text{ s}^{-1}]$$

ESERCIZIO N. 13 - PROGETTAZIONE DI UN CANALE DI FORMA RETTANGOLARE

Progettare un canale in grado di convogliare una portata assegnata Q con una data pendenza del fondo i .

Le equazioni da utilizzare sono quella della velocità media in regime di moto uniforme (ad esempio quella di Chezy) e l'equazione di continuità.

$$V = \chi (R i)^{1/2} \quad (18)$$

$$Q = \sigma V \quad (19)$$

Non è però possibile risolvere direttamente il problema poiché le dimensioni del canale (larghezza della base e altezza) compaiono in ambedue le equazioni (per il calcolo del raggio idraulico R , del coefficiente di attrito χ e dell'area della sezione liquida σ).

Per risolvere il problema si possono utilizzare tre metodi, sinteticamente denominati:

- a) della velocità massima
- b) della sezione di minima resistenza
- c) della scala delle portate

Nel caso in esame verrà esemplificato il metodo della velocità massima.

In funzione della natura del materiale con cui è costruito il canale, sarà fissata una velocità massima che non determini erosione; applicando la (19) si ricava il valore dell'area della sezione σ .

Fissata quindi, in funzione del tipo di materiale, una forma della sezione, si cercherà una coppia di valori della larghezza del fondo L e del tirante idrico h che dia il valore dell'area calcolata.

Con i valori trovati si calcola il raggio medio R , il coefficiente di attrito χ , e si verifica la velocità attraverso l'equazione (18).

Se il valore di V così trovato risulta notevolmente diverso da quello inizialmente ipotizzato, si varia la coppia di valori L e h ripetendo la procedura fin qui esposta, fino a trovare che la velocità di verifica coincida con l'ultima ipotizzata.

Occorre infine verificare che V non sia troppo bassa ($< 0.3 \text{ m s}^{-1}$) per evitare depositi di materiale sul fondo.

Nel caso in esame si vuole progettare un canale rettangolare, rivestito di strutture di cemento armato, in grado di convogliare una portata assegnata Q con una data pendenza del fondo i .

Siano dati:

Variabile	Valore	Unità di misura	
Q	<u>1.20</u>	$[m^3 s^{-1}]$	portata da convogliare
i	<u>0.005</u>	$[m m^{-1}]$	pendenza del fondo del canale
γ	<u>0.3</u>		indice di scabrezza di Bazin
V_{max}	<u>2.50</u>	$[m s^{-1}]$	velocità massima ammissibile

L'area della sezione liquida sarà:

$$\sigma = Q/V = 1.20/2.50 = \underline{0.48} \quad [m^2]$$

Imponendo la condizione di minima resistenza $L = 2h$ (larghezza di fondo uguale al doppio del tirante idrico) si avrà:

$$\sigma = L \cdot h = 2h \cdot h = 2h^2 \quad \text{da cui} \quad h = (\sigma/2)^{(1/2)} = \underline{0.49} \quad [m]$$

$$L = 2h = \underline{0.98} \quad [m]$$

$$\text{Contorno bagnato } C = L + 2h = 0.98 + 2 \cdot 0.49 = \underline{1.96} \quad [m]$$

Verifichiamo il valore di V :

$$V_{1v} = \chi (R i)^{1/2} = 54.17 \cdot (0.24 \cdot 0.005)^{0.5} = \underline{1.90} \quad [m s^{-1}]$$

dove:

$$R = \sigma / C = 0.48 / 1.96 = \underline{0.24} \quad [m]$$

$$\chi = 87 R^{0.5} / (\gamma + R^{0.5}) = \underline{54.17}$$

Calcoliamo la differenza fra la velocità ipotizzata e quella di verifica:

$$\Delta V = (V_{max} - V_{1v}) / V_{1v} \cdot 100 =$$

$$\Delta V = (2.50 - 1.90) / 1.90 \cdot 100 = \underline{31.88} \quad [\%]$$

Poiché i due valori differiscono più del 10% (ritenuto accettabile), occorre ripetere i tentativi ipotizzando una velocità intermedia fra le due precedenti:

$$V_{2t} = (V_{max} + V_{1v}) / 2 = (2.5 + 1.90) / 2 = \underline{2.20} \quad [m s^{-1}]$$

A questo punto utilizziamo la Tab. 5 dove si riportano i calcoli relativi a tutti i valori che ci servono.

Al terzo tentativo troviamo che la differenza fra la velocità di ipotesi ($2.09 m s^{-1}$) e quella di verifica ($2.02 m s^{-1}$) è inferiore al 10%. Il canale sarà pertanto realizzato con una **larghezza di base pari a 1.07 m** ed una **profondità pari a 0.65 m** (sommando al tirante idrico un franco pari a 0.11 m).

Tabella 5

Velocità ipotesi V [m s ⁻¹]	Area sezione $\sigma = Q/V$ [m ²]	tirante idrico h [m]	larghezza L [m]	Raggio idraulico R [m]	Coeff. di attrito χ	Velocità verifica V [m]	Differenza di velocità [%]
2.20	0.55	0.52	1.04	0.26	54.82	1.98	10.92
2.09	0.57	0.54	1.07	0.27	55.08	2.02	3.66

3 – Bibliografia

Bemporad G. (1984). Esercizi di Idraulica. Pitagora Editrice, Bologna

Benini G. (1990). Sistemazioni Idraulico-Forestali. Ed. UTET, Torino

De Marchi G. (1986). Idraulica. Basi scientifiche e applicazioni tecniche, Vol. 1° Parte
2°. Ed. Hoepli, Milano