Bilancio di massa

-Equazione della costanza della portata massica o ponderale o equazione della continuità.

$$\dot{m}_e = \dot{m}_u \qquad \text{(R 1)}$$

$$\Sigma \dot{m}_e = \Sigma \dot{m}_u \qquad \text{(R 2)}$$

-Equazione della costanza della portata massica o ponderale o equazione della continuità.

espressa in funzione delle aree delle sezioni d'entrata ed uscita, Ae e Au, delle densità(volumi specifici) del fluido in entrata ed uscita ρ_e ed ρ_u e delle velocità in entrata ed uscita w_e e w_u:

$$\dot{m}_e = \rho_e A_e w_e = \frac{A_e w_e}{v_e} = \rho_u A_u w_u = \frac{A_u w_u}{v_{u1}} = \dot{m}_u \qquad \text{(R 3)}$$

- Portata volumetrica:

$$\lim_{\Delta\theta \to 0} \frac{\Delta V_1}{\Delta\theta} = \frac{dV_1}{d\theta} = \dot{V}_1 = A_1 w_1 \qquad \text{(R 4)}$$

L'equazione di continuità può essere espressa in funzione della portata volumetrica $\dot{V}_1$

$$\dot{m}_e = (\rho \dot{V})_e = (\rho \dot{V})_u = \dot{m}_e \qquad \dot{m}_e = \left(\frac{\dot{V}}{v}\right)_e = \left(\frac{\dot{V}}{v}\right)_u = \dot{m}_u \qquad \text{(R 5)}$$

Bilancio di energia: prima legge della termodinamica per sistemi aperti con un ingresso ed un'uscita

$$\dot{Q} - \dot{L} = \left[\left(\frac{w_o^2 - w_i^2}{2} + g(z_o - z_i) + (h_o - h_i)\right)_o\right]\dot{m} \qquad \text{(R 6)}$$

$$\dot{Q} - \dot{L} = \dot{m}\,\Delta\left(h + \frac{1}{2}w^2 + gz\right) \qquad \text{(R 7)}$$

in termini di energie riferite all'unità di portata massica:

$$q - l = \Delta\left(h + gz + \frac{w^2}{2}\right) \qquad \text{(R 8)}$$

sezioni d'ingresso e d'uscita alla stessa quota rispetto al piano di riferimento

$$\dot{Q} - \dot{L} = \dot{m}\,\Delta\left(h + \frac{1}{2}w^2\right) \qquad \text{(R 9)}$$

se le velocità in ingresso ed uscita sono uguali o le variazioni di energia cinetica e potenziale sono trascurabili rispetto alla variazione di entalpia la precedente relazione diventa:

$$\dot{Q} - \dot{L} = \dot{m}\,\Delta h \qquad \text{(R 10)}$$

nel caso di potenza meccanica di elica nulla(assenza di organi meccanici in movimento nel volume di controllo), si ha:

$$\dot{Q} = \dot{m}\,\Delta h \qquad \text{(R 11)}$$

e con potenza termica e meccanica d'elica nulle:

$$\dot{m}\,\Delta\left(h + gz + \frac{1}{2}w^2\right) = 0 \qquad \text{(R 12)}$$

$$\Delta\left(h + gz + \frac{1}{2}w^2\right) = 0 \qquad \text{(R 13)}$$

$$h_1 + gz_1 + \frac{1}{2}{w_1}^2 = h_2 + gz_2 + \frac{1}{2}{w_2}^2 \qquad \text{(R 14)}$$

per gas ideale o per liquido e flusso isotermo:

$$gz_1 + \frac{1}{2}{w_1}^2 = gz_2 + \frac{1}{2}{w_2}^2 \qquad \text{(R 15)}$$

NOTA:

Nelle applicazioni numeriche che seguono, tutti i pedici delle diverse grandezze in ingresso ed in uscita dai sistemi aperti saranno indicati con i numeri 1, 2, 3, 4, ... a differenza di quanto è stato fatto nella trattazione teorica sui sistemi aperti.

Problema 3.1
20 L/min di acqua alla temperatura di 12,0 °C ed alla pressione costante di 2,00 atm, attraversano una condotta orizzontale a sezione costante e pari a $5{,}00 \cdot 10^{-4}$ m^2 (Fig. 3.1). Si calcoli, nell'ipotesi che il moto sia monodimensionale ed il regime stazionario, la velocità dell'acqua e la relativa portata massica.

DATI	**INCOGNITE**
sostanza: H_2O	
$V = 20$ L/min $= 3{,}3 \cdot 10^{-4}$ m^3/s	w
$T = 12{,}0$°C	
$A = 5{,}00 \cdot 10^{-4}$ m^2	$\dot{m}$
$p = 2{,}00 \cdot$ atm = cost	

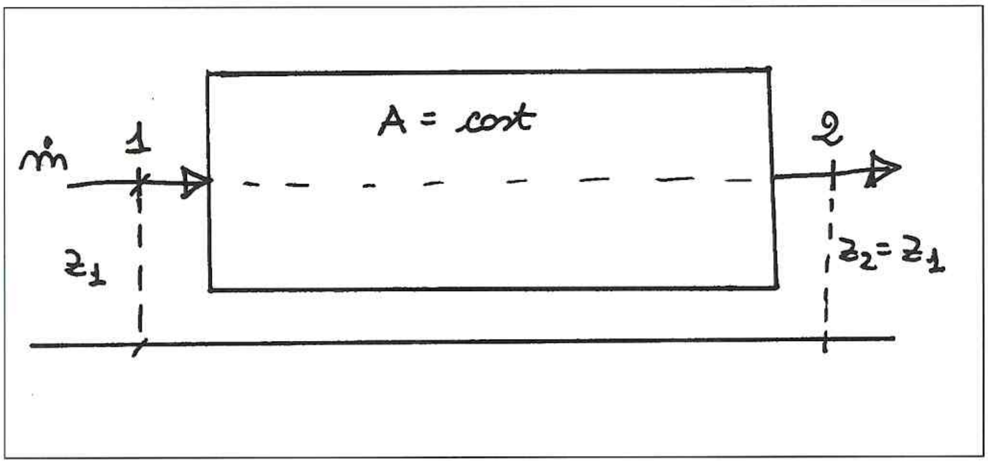

Fig. 3.1 - Schema di sistema aperto: condotta orizzontale a sezione costante

SOLUZIONE
Essendo la pressione di esercizio maggiore di quella di saturazione alla temperatura assegnata

$$p > p_s\,(T)$$

l'acqua si trova in fase liquida. Dalla (R4) si ricava:

$$w = \frac{\dot{V}}{A} = \frac{3{,}3 \cdot 10^{-4}}{5{,}00 \cdot 10^{-4}} = 0{,}66\,\frac{m}{s}$$

Per stati termodinamici non prossimi a quello critico i liquidi possono considerarasi a comportamento incomprimibile e pertanto le proprietà termodinamiche sono funzione della sola temperatura. Quindi il volume specifico dell'acqua in condizioni di liquido alla temperatura di 12, 0 ° C può leggersi dalla Tab. A4.5. Risulta:

$$v = 1,00 \cdot 10^{-3}\ m^3/kg$$

per cui, dalle (R5)

$$\dot{m} = \frac{\dot{V} \cdot A}{w} = \frac{0,66 \cdot 5,00 \cdot 10^{-3}}{1,00 \cdot 10^{-3}} = 3,3 \cdot 10^{-1} \frac{kg}{s}$$

Problema 3.2

30 kg/h di aria secca attraversano, con moto monodimensionale e stazionario, una condotta orizzontale ed a sezione costante (Fig. 3.2).
Nella sezione d'ingresso, che ha un'area di 0,125 m^2, la pressione è di 1,2 atm e la temperatura di 50°C.
Si calcoli la velocità dell'aria nella sezione d'ingresso.

DATI

sostanza: aria secca

$\dot{m} = 30\ kg/h = 8,3 \cdot 10^{-3}\ kg/s$
$A_1 = 0,125\ m^2$
$p_1 = 1,2\ atm = 1,2 \cdot 10^5\ N/m^2$
$T_1 = 50°C$

INCOGNITE

w_1

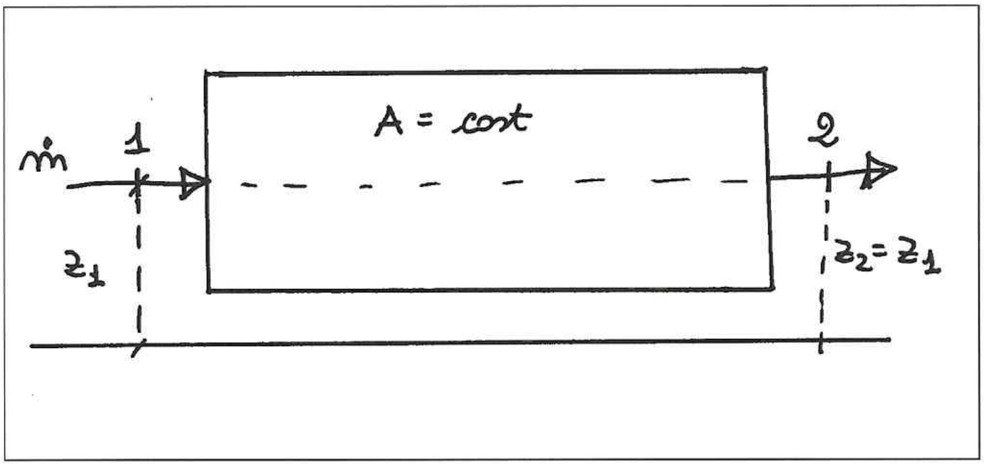

Fig. 3.2

SOLUZIONE

Per un sistema aperto come quello schematicamente indicato nella Fig. 3.2, nelle ipotesi assegnate dalla R3 si ha:

$$\dot{m}_1 = \rho_1 A_1 w_1 = \frac{A_1 w_1}{v_1} \Rightarrow w_1 = \frac{\dot{m}_1 v_1}{A_1}$$

Per effettuare il calcolo è prima necessario determinare il volume specifico dell'aria secca in ingresso, v_1.

Per gli assegnati valori di pressione e temperatura, l'aria secca può considerarsi come un gas ideale, per il quale vale l'equazione di stato. La costante caratteristica R può esser letta dalla Tab. A4.1. Applicando l'equazione di stato all'aria secca nella sezione di ingresso e ricavando il valore del volume specifico v_l si ottiene:

$$v_1 = \frac{RT_1}{p_1} = \frac{287{,}13 \cdot 323}{1{,}2 \cdot 10^5} = 7{,}7 \cdot 10^{-1}\ \frac{m^3}{kg}$$

La velocità incognita pertanto vale:

$$w_1 = \frac{8{,}3 \cdot 10^{-3} \cdot 7{,}7 \cdot 10^{-1}}{0{,}125} = 5{,}1 \cdot 10^{-1}\ \frac{m}{s}$$

Problema 3.3

1000 kg/h di acqua attraversano una condotta orizzontale (Fig. 3.3) con moto monodimensionale e stazionario. Nella sezione d'ingresso, che ha un'area all'incirca uguale a quella della sezione d'uscita, la temperatura è di 20,0 °C e la pressione di 3,0 atm; in quella d'uscita la temperatura è di 120,0 ° C e la pressione di 2,8 atm.
Si calcoli la potenza termica scambiata.

DATI

sostanza: H_2O

$\dot{m}$ = 1000 kg/h

p_l = 3,0 atm

p_2 = 2,8 atm

T_l = 20,0 °C

T_2 = 120,0 °C

INCOGNITE

$\dot{Q}$

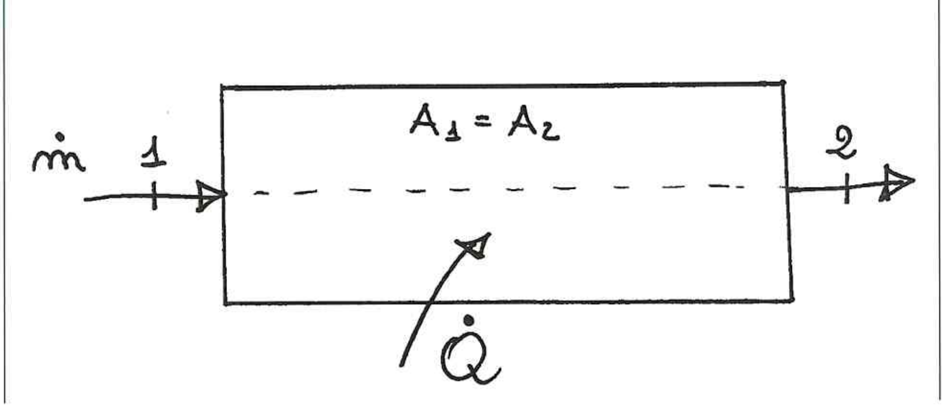

Fig. 3.3 - Schema di sistema aperto

SOLUZIONE

Nella sezione d'ingresso ed in quella di uscita, dalle Tab. A4.5 ed A4.6 si ricava:

$$p_1 > p_s(T_1) \qquad\qquad p_2 > p_s(T_2)$$

e pertanto l'acqua è in fase liquida, e quindi, a comportamento incomprimibile.

Il bilancio di energia (R.11) per il sistema aperto mostrato in Fig. 3.3, in assenza di organi meccanici in movimento, potenza meccanica d'elica nulla, diventa:

$$\dot{Q} + \dot{m} \cdot h_1 = \dot{m} \cdot h_2$$

in quanto risultano nulle le variazioni di energia potenziale e cinetica. Infatti, poiché il condotto è orizzontale, si avrà $z_i = z_o$ e quindi $\Delta z = 0$. Inoltre, per i valori assegnati di pressione e temperatura, il fluido risulta essere in fase liquida, e quindi a comportamento incomprimibile: v = cost. Poiché d'altra parte il condotto è a sezione costante ($A_i = A_o$), dalla (R.3) si ricava che $w_i = w_o$ e quindi $\Delta w^2/2 = 0$.

Pertanto la potenza termica scambiata dall'acqua che attraversa la condotta si ottiene dal precedente bilancio di energia:

$$\dot{Q} = \dot{m}(h_2 - h_1) = \dot{m}\,\Delta h$$

Per un liquido la variazione di entalpia specifica è proporzionale alla variazione della temperatura. La costante di proporzionalità è il calore specifico della sostanza *c*:

$$\Delta h = c\,\Delta T$$

Il valore del calore specifico per le sostanze in fase liquida si ricava dalla Tab. A4.3.

In alternativa la variazione di entalpia può essere calcolata come differenza tra il valore dell'entalpia del liquido saturo nelle condizioni di uscita e quello dell'entalpia del liquido saturo nelle condizioni d'ingresso. Entrambi i valori sono deducibili dalla Tab. A4.5,6 in corrispondenza delle rispettive temperature d'ingresso e di uscita.

Si ha quindi nel primo caso

$$\Delta h = c\,\Delta T = 4{,}2\ (120 - 20) = 4{,}2\ 10^2 \text{ kJ/kg}$$

Nel secondo caso dalla Tab. A4.5 si ricava:

$$T_2 = 120\,^\circ\text{C} \qquad\qquad h_2 = 503{,}5 \text{ kJ/kg}$$
$$T_1 = 20\,^\circ\text{C} \qquad\qquad h_1 = 83{,}86 \text{ kJ/kg}$$

e pertanto:

$$\Delta h = 503{,}5 - 83{,}86 = 419{,}6 \text{ kJ/kg}$$

I risultati nei due casi sono pressoché coincidenti. La potenza termica somministrata risulta:

$$\dot{Q} = 1000 \cdot 419{,}6 = 419{,}6 \cdot 10^3 \text{ kJ/h} = 1{,}166 \cdot 10^2 \text{ kW}$$

Problema 3.4

Si calcoli la potenza frigorifera necessaria per portare 30000 kg/h di acqua che, alla pressione costante di 2,0 atm, attraversano, in regime stazionario e moto monodimensionale, un condotto orizzontale, a sezione costante, passando dalla temperatura di 37,0°C a 5,0°C. Esprimere il risultato in kW.

DATI

sostanza: H_2O

$\dot{m} = 30000$ kg/h

$p_1 = p_2 = 2$ atm

$T_1 = 37,0°C$

$T_2 = 5,0°C$

INCOGNITE

$\dot{Q}$

SOLUZIONE

Il bilancio di energia per il sistema aperto mostrato in Fig. 3.4, in assenza di organi meccanici in movimento e quindi con potenza meccanica d'elica nulla, diventa:

$$\dot{Q} + \dot{m} \cdot h_1 = \dot{m} \cdot h_2$$

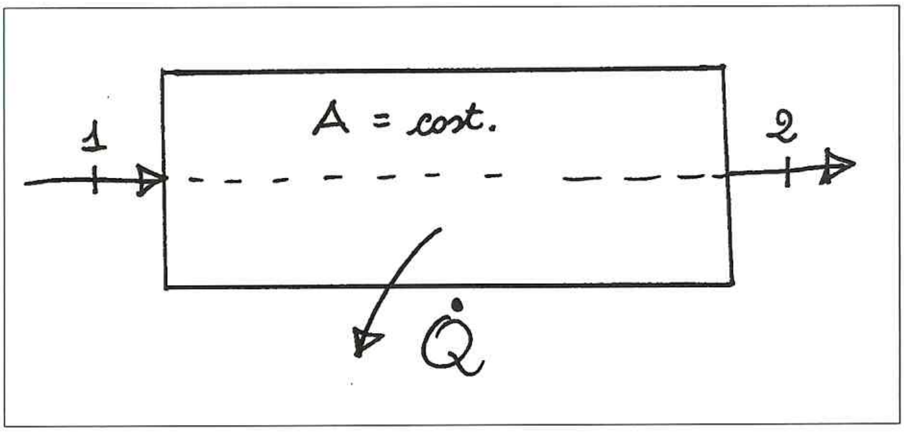

Fig. 3.4 - Schema di sistema aperto

in quanto risultano nulle le variazioni di energia potenziale e cinetica. Infatti, poiché il condotto è orizzontale, si avrà $z_1 = z_2$ e quindi $\Delta z = 0$. Inoltre, per i valori assegnati di

pressione e temperatura, il fluido risulta essere in *fase liquida* e quindi a comportamento incomprimibile: v = cost.
Poiché d'altra parte il condotto è a sezione costante ($A_1=A_2$), dalla (R.3) si ricava che $w_2 = w_1$ e quindi $\Delta w^2/2 = 0$.
Pertanto, la potenza termica sottratta all'acqua che attraversa la condotta si ottiene dal precedente bilancio di energia:

$$\dot{Q} = \dot{m}(h_2 - h_1) = \dot{m}\,\Delta h$$

Per un liquido la variazione di entalpia specifica è funzione della sola variazione di temperatura, e quindi:

$$\Delta h = c\ \Delta T = 4{,}2\ (5{,}0 - 37{,}0) = -1{,}2\ 10^2\ \text{kJ/kg}$$

In alternativa, la variazione di entalpia Δh può essere calcolata effettuando la differenza tra il valore dell'entalpia del liquido saturo nelle condizioni di uscita e quello dell'entalpia del liquido saturo nelle condizioni d'ingresso: entrambi i valori sono deducibili dalla Tab. A4.5 in corrispondenza delle rispettive temperature d'ingresso e di uscita.
Si ha quindi :

$T_2 = 5{,}0$ °C $\qquad h_2 = 21{,}05$ kJ/kg
$T_1 = 37{,}0$ °C $\qquad h_1 = 155{,}4$ kJ/kg

e pertanto:

$$\Delta h = 21{,}05 - 155{,}4 = -134{,}3\ \text{kJ/kg} = -1{,}3\ -10^2\ \text{kJ/kg}$$

E quindi la potenza termica sottratta, risulta:

$$\dot{Q} = 30000\cdot(-1{,}3\cdot 10^2) = -3,\ 9\cdot 10^3\ \text{kJ/h} = -1{,}1\cdot 10^3\ \text{kW}$$

Poiché la potenza termica è sottratta al sistema, il risultato ottenuto risulta negativo, in accordo con le convenzioni adottate.

Problema 3.5

Si calcoli la potenza termica somministrata, in condizioni di regime stazionario e di moto monodimensionale, ad una corrente d'aria secca che fluisce in una condotta orizzontale avente diametro costante e pari a 0,50 m, caratterizzata nella sezione d'ingresso da una portata volumetrica di 10000 m^3 /h, da una temperatura di 10°C e da una pressione di 1,2 atm e nella sezione di uscita da una temperatura di 60°C e da una pressione di 1,0 atm.

DATI

sostanza: aria secca

$\dot{V} = 10000\ m^3/h$

$p_1 = 1{,}2\ atm = 1{,}2 \cdot 10^5\ N/m^2$

$T_1 = 10°C$

$p_2 = 1{,}0\ atm = 1{,}0 \cdot 10^5\ N/m^2$

$T_2 = 60°C$

INCOGNITE

$\dot{Q}$

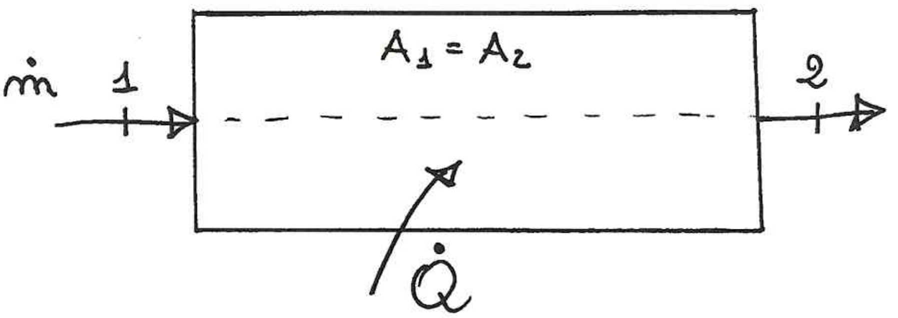

Fig.3.5 – Schema di sistema aperto

SOLUZIONE

Il bilancio di energia (R.9), con riferimento alle condizioni assegnate ($\Delta z = 0$) ed alla Fig. 3.5, fornisce

$$\dot{Q} - \dot{L} = \dot{m}\Delta\left(h + \frac{1}{2}w^2\right) = \dot{m}\left[(h_o - h_i) + \left(\frac{w_o^2}{2} - \frac{w_i^2}{2}\right)\right]$$

Per il calcolo della potenza termica è necessario determinare preliminarmente i valori delle velocità, delle entalpie e la portata massica.

L'area della sezione del condotto circolare vale:

$$A = \frac{\pi D^2}{4} = \frac{\pi \cdot (0{,}50)^2}{4} = 2{,}0 \cdot 10^{-1} m^2$$

e le velocità in ingresso ed in uscita possono essere ricavate tenendo conto della (R.4), risulta infatti:

$$w_1 = \frac{\dot{V}}{A} = \frac{10000}{2{,}0 \cdot 10^{-1}} = 5{,}0 \cdot 10^4 \frac{m}{h} = 14 \frac{m}{s}$$

Per la costanza della portata massica (R.1), poiché è $A_1 = A_2$, si può scrivere:

$$\dot{m}_1 = \left(\frac{A\ w_1}{v_1}\right) = \left(\frac{A\ w_2}{v_2}\right) = \dot{m}_2$$

E quindi

$$\frac{w_2}{v_1} = \frac{w_2}{v_2}$$

e quindi si ha

$$w_2 = w_1 \frac{v_2}{v_1}$$

Poiché l'aria secca in ingresso ed uscita, per gli assegnati valori di pressione e temperatura, può considerarsi un *gas a comportamento ideale*, per il calcolo del volume specifico può essere utilizzata l'equazione di stato dei gas nelle due forme:

$$pV = mRT \qquad \text{e} \qquad pv = RT$$

la costante R è riportata per alcuni gas nella Tab. A4.1. Si ha quindi:

$$v_1 = \frac{R\,T_1}{p_1} = \frac{287{,}13 \cdot 283}{1{,}2 \cdot 10^5} = 6{,}8 \cdot 10^{-1} \frac{m^3}{kg}$$

$$v_2 = \frac{R\,T_2}{p_2} = \frac{287{,}13 \cdot 333}{1{,}0 \cdot 10^5} = 9{,}6 \cdot 10^{-1} \frac{m^3}{kg}$$

La velocità nella sezione di uscita risulterà allora:

$$w_2 = 14 \cdot \frac{9{,}6 \cdot 10^{-1}}{6{,}8 \cdot 10^{-1}} = 20 \frac{m}{s}$$

La portata massica può essere calcolata dalla relazione:

$$\dot{m} = \left(\frac{A\ w_1}{v_1}\right) = \frac{14 \cdot 2{,}0 \cdot 10^{-1}}{6{,}8 \cdot 10^{-1}} = 4{,}1 \frac{kg}{s} = 1{,}5 \cdot 10^4 \frac{kg}{h}$$

La variazione di entalpia, per un gas ideale risulterà proporzionale alla variazione di temperatura. Si ha:

$$\Delta h = c_p \cdot (T_2 - T_1) = 1{,}01 \cdot (60 - 10) = 1{,}01 \cdot 50 = 51 \text{ kJ/kg} = 5{,}1 \cdot 10^4 \text{ J/kg}$$

avendo ricavato dalla Tab. A4.2 il valore del c_p.

La potenza termica somministrata alla corrente d'aria vale quindi:

$$\dot{Q} = 4{,}1 \cdot \left[5.1 \cdot 10^{-1} + \frac{(19)^2 - (14)^2}{2}\right] = 4{,}1 \cdot (5{,}1 \cdot 10^4 + 8{,}0 \cdot 10^1) = 2{,}1 \cdot 10^5 \frac{\text{kJ}}{\text{s}} = 2{,}1 \cdot 10^2 \text{kW}$$

Si noti che la variazione di energia cinetica è di due ordini di grandezza inferiore a quella di entalpia e, pertanto, non influenza il risultato finale. Ciò dimostra numericamente che in presenza di potenze termiche la variazione di energia cinetica è trascurabile rispetto alla variazione di entalpia, indipendentemente dal tipo di fluido.

Problema 3.6

In una condotta orizzontale, a sezione costante e con pareti adiabatiche, si mescolano, alla pressione costante di 1,0 atm, 1000 L/h di acqua alla temperatura di 50°C con 300 L/h di acqua alla temperatura di 10°C. Si calcoli, nell'ipotesi di regime stazionario e moto monodimensionale , la portata in uscita e la sua temperatura.

DATI	**INCOGNITE**
sostanza: H_2O	
$\dot{Q}=0$	$\dot{m}_2$, T_2
$\dot{V}_i = 1000$ L/h $= 1{,}000$ m^3/h	
$\dot{V}_o = 300$ L/h $= 3{,}00 \cdot 10^{-1}$ m^3/h	
$p = 1{,}0$ atm $= 1{,}013 \cdot 10^5$ Pa $=$ cost.	
$T_i = 50°C$	
$T_o = 10°C$	

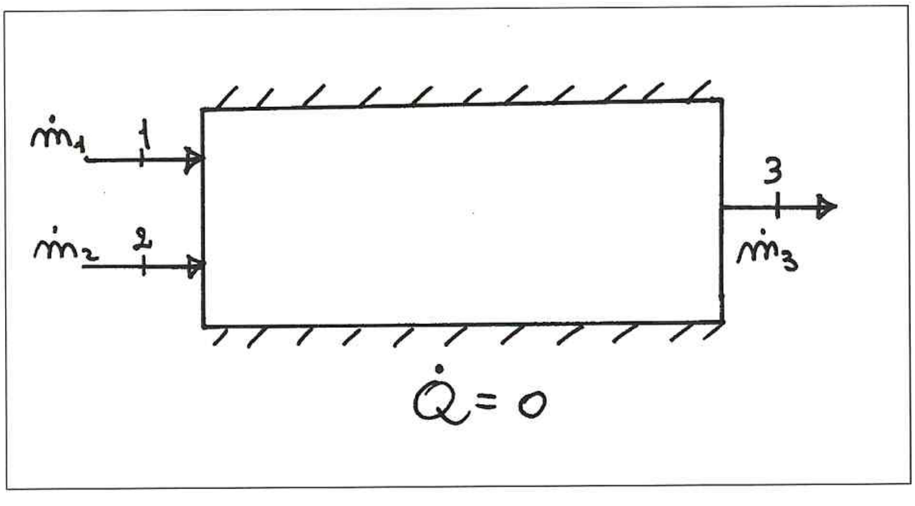

Fig. 3.6 - Schema di sistema aperto: condotto orizzontale con due ingressi ed un'uscita con pareti adiabatiche

SOLUZIONE

Applicando l'equazione di bilancio di massa al sistema di Fig. 3.6 si ottiene:

$$\dot{m}_1 + \dot{m}_2 = \dot{m}_3$$

Poichè la portata massica può anche essere espressa in funzione dell'area della sezione del condotto *A*, della velocità del fluido *w* e del suo volume specifico *v*:

$$\dot{m} = \frac{A \cdot w}{v} = \frac{\dot{V}}{v}$$

e, applicando questa relazione al precedente bilancio di massa si ottiene:

$$\frac{\dot{V}_1}{v_1} + \frac{\dot{V}_2}{v_2} = \dot{m}_o$$

Dalla Tab. A4.5 si ottengono i valori delle proprietà dell'acqua che caratterizzano le portate volumetriche in ingresso:

$$v_1 = 1{,}0121 \cdot 10^{-3}\ m^3/kg$$
$$h_1 = 209{,}11\ kJ/kg$$
$$v_2 = 1{,}0002 \cdot 10^{-3}\ m^3/kg$$
$$h_2 = 42{,}03\ kJ/kg$$

e quindi:

$$\dot{m}_3 = \frac{1{,}000}{1{,}0121 \cdot 10^{-3}} + \frac{3{,}00 \cdot 10^{-1}}{1{,}0002 \cdot 10^{-3}} = 988{,}0 + 300 = 1{,}29 \cdot 10^3\ \frac{kg}{h}$$

Il bilancio di energia applicato al sistema di Fig. 3.6 fornisce:

$$\dot{m}_1 \cdot h_1 + \dot{m}_2 \cdot h_2 = \dot{m}_3\, h_3$$

da cui:

$$h_3 = \frac{\dot{m}_1 h_1 + \dot{m}_2 h_2}{\dot{m}_3} = \frac{988{,}0 \cdot 209{,}11 + 300 \cdot 42{,}03}{1{,}29 \cdot 10^3} = 1{,}71 \cdot 10^2\ \frac{kJ}{kg}$$

L'entalpia dell'acqua in uscita, ricavata dalla Tab. A4.5, risulta inferiore al valore dell'entalpia del liquido saturo alla pressione di 1, 013 bar:

$$1{,}71 \cdot 10^2\ kJ/kg < 418{,}88\ kJ/kg$$

e quindi l'acqua all'uscita del condotto è ancora in fase liquida. Per essa quindi la variazione di entalpia sarà proporzionale alla variazione della temperatura. La costante di proporzionalità, come già detto in precedenza è il calore specifico *c* che può essere letto nella Tab. A4.3. Si può scrivere allora:

$$h_3 - h_0 = c\cdot(T_3 - T_0)$$

e poiché convenzionalmente per l'acqua, per stati termodinamici non prossimi al punto critico, si pone:

$$u_0 = h_0 = 0 \text{ a } 0°C$$

risulterà:

$$h_3 = c\cdot T_3$$

da cui

$$T_3 = \frac{h_3}{c} = \frac{171}{4{,}2} = 41°C$$

Problema 3.7

In una condotta orizzontale si mescolano alla pressione costante di 1,00 atm, 20000m^3/h di aria secca alla temperatura T_1 = 28,0°C con 5200m^3 /h di aria secca alla temperatura T_2= -2,0°C.
Alla portata risultante vengono somministrati 2,00.10^4 kJ/h.
Si calcolino, nell'ipotesi di regime stazionario e monodimensionale, la portata risultante e la sua temperatura.

DATI

sostanza: aria secca

$\dot{V}_1$ = 20000 m^3 /h

$\dot{V}_2$ = 5200 m^3 /h

p = 1, 00 atm = 1,013·10^{5}N/m^2

T_1 = 28,0°C

T_2 = -2,0°C

$\dot{Q}$ = 2,00·10^{4}kJ/h

INCOGNITE

$\dot{m}_3$

h_3

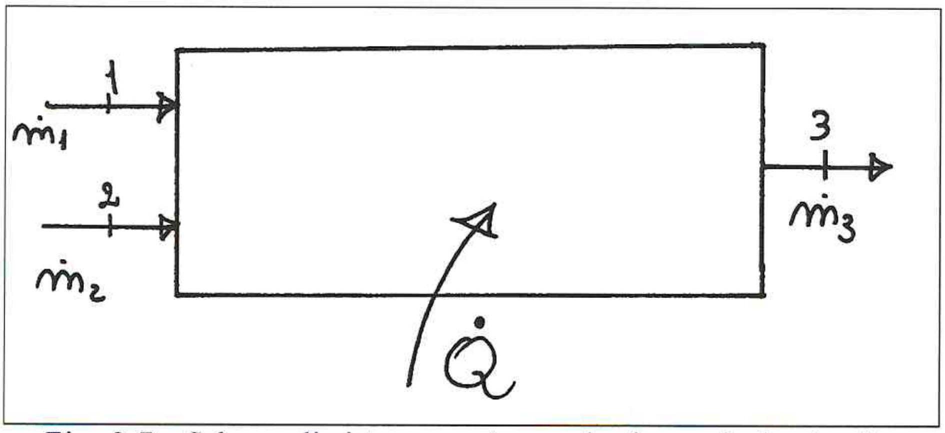

Fig. 3.7 - Schema di sistema aperto con due ingressi ed un'uscita

SOLUZIONE

Il bilancio di energia, per un sistema aperto come quello di Fig. 3.7 è

$$\dot{m}_1 h_1 + \dot{m}_2 h_2 + \dot{Q} = \dot{m}_3 h_3$$

Poiché la condotta è orizzontale (Δz = 0), e possono considerarsi trascurabili le variazioni di energia cinetica.

Il bilancio di massa sul sistema si scrive:

$$\dot{m}_1 + \dot{m}_2 = \dot{m}_3$$

Per il calcolo delle portate massiche è necessario valutare i volumi specifici delle correnti d'aria in ingresso. Poiché per l'aria secca si assume il comportamento di gas ideale, è possibile ricavare $v_{i,1}$ e $v_{i,2}$ dall'equazione di stato pv = RT, a ciascuna delle due portate in ingresso:

$$p_1 . v_1 = RT_1 \qquad p_2 . v_2 = RT_2$$

e dalle precedenti relazioni può ricavarsi:

$$v_1 = \frac{R\,T_1}{p_1} \qquad\qquad v_2 = \frac{R\,T_2}{p_2}$$

Il valore di R per l'aria secca può essere ricavato dalla Tab. A4.1 e vale, 287,13 J/kg K, Si ottiene quindi:

$$v_1 = \frac{287{,}13 \cdot 301}{1{,}013 \cdot 10^5} = 0{,}853 \frac{m^3}{kg}$$

$$v_2 = \frac{287{,}13 \cdot 271}{1{,}013 \cdot 10^5} = 0{,}768 \frac{m^3}{kg}$$

È ora possibile calcolare il valore delle portate massiche in ingresso. Risulta:

$$\dot{m}_1 = \frac{20000}{0{,}853} = 2{,}34 \cdot 10^4 \frac{kg}{h}$$

$$\dot{m}_2 = \frac{5200}{0{,}768} = 0{,}677 \cdot 10^4 \frac{kg}{h}$$

La portata massica in uscita sarà:

$$\dot{m}_3 = 2{,}34 \cdot 10^4 + 0{,}677 \cdot 10^4 = 3{,}02 \cdot 10^4 \text{ kg/h}$$

Dal bilancio di energia si ricava:

$$h_3 = \frac{\dot{m}_{i,1}\, h_{i,1} + \dot{m}_{i,2}\, h_2 + \dot{Q}}{\dot{m}_3}$$

dove le entalpia h_l ed h_2 delle due correnti entranti, considerando l'aria secca un gas ideale, sono proporzionali al *calore specifico a pressione costante* che si può leggere in Tab. A4.2. Si avrà quindi effettuando il calcolo tra lo stato iniziale delle due correnti in ingresso ed uno stato di riferimento a ° C, si ha:

$$h_l - h_0 = c_p \cdot (T_l - T_0)$$

$$h_2 - h_0 = c_p \cdot (T_2 - T_0)$$

e poiché per convenzione si pone:

$$u_0 = h_0 = 0 \qquad\qquad \text{a } 0°C$$

risulterà:

$$h_l = cp \cdot T_l = 1{,}01 \cdot 28{,}0 = 28{,}3 \text{ kJ/kg}$$
$$h_2 = cp \cdot T_2 = 1{,}01 \cdot (-2{,}2) = -2{,}2 \text{ kJ/kg}$$

L'entalpia della corrente uscente è allora:

$$h_3 = \frac{2{,}34 \cdot 10^4 \cdot 28{,}3 - 0{,}677 \cdot 10^4 \cdot 2{,}2 + 2{,}00 \cdot 10^4}{3{,}02 \cdot 10^4} = 22{,}1 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$$

Per quanto detto il valore della temperatura della portata risultante d'aria secca vale:

$$T_3 = \frac{h_3}{c_p} = \frac{22{,}1}{1{,}01} = 21{,}9°C$$

Problema 3.8

Uno scaldabagno a gas, mostrato in Fig. 3.8 viene alimentato da un serbatoio a livello costante con una portata di 5,0 L/min di acqua alla temperatura di 12,0°C ed alla pressione di 3,0 atm. Nell'ipotesi di regime permanente e moto monodimensionale si calcoli:

a) la potenza termica somministrata all'acqua (potenzialità teorica dello scaldacqua), per portare la sua temperatura, all'uscita del miscelatore, quando il rubinetto *2* è chiuso (Fig. 3.8.a) , ad un valore di 45°C; si esprima il risultato in kW .
b) Lasciando inalterata la temperatura della portata di acqua calda a 45 ° C, si calcoli la portata massica di acqua fredda a 12°C (regolazione rubinetto *2)* necessaria per avere in uscita dal miscelatore una temperatura di 38°C (Fig. 3.8.b).
c) Se il serbatoio contiene 500 litri di acqua si calcoli per quanto tempo l'utenza può utilizzare la portata in uscita dal miscelatore a 38 ° C in caso di mancanza di alimentazione dalla rete idrica (Fig. 3.8.c)

DATI

sostanza: H_2O

$\dot{V} = 5,0$ L/min $= 300$ L/h $= 0,300$ m^3/h

$T_\circ = 12°C$

$p_\circ = 3,0$ atm

$T_1 = 45°C$

$T_2 = 12°C$

$T_3 = 38°C$

$V = 500$ L

INCOGNITE

a) $\dot{Q}_3$ [kW]

b) $\dot{m}_2$

c) Θ

SOLUZIONE

a) Quando il rubinetto 2 è chiuso, il sistema si riduce a quello mostrato in Fig. 3.8.a, per il quale la portata in uscita dal serbatoio risulta uguale a quella che attraversa lo scaldabagno, e cioè:

$$\dot{m}_o = \dot{m}_1 = \dot{m}_3$$

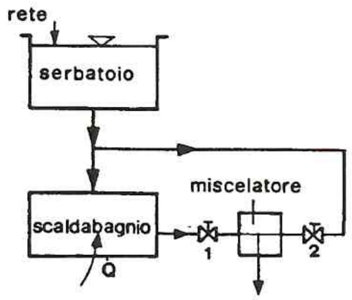

Fig. 3.8

Il primo principio della termodinamica per sistemi aperti (R.11), applicato al sistema di Fig. 3.8.a) fornisce:

$$\dot{Q} + \dot{m}_1 h_1 = \dot{m}_2 h_2$$

dove sono state trascurate le variazioni di energia cinetica e potenziale, in quanto sempre trascurabili rispetto alla potenza termica scambiata.

Per il calcolo della portata massica si utilizza la relazione:

$$\dot{m} = \frac{w \cdot A}{v} = \frac{\dot{V}}{v} = \rho \cdot \dot{V}$$

Per i valori assegnati di pressione e temperatura l'acqua nel serbatoio risulta essere in fase liquida e quindi a comportamento incomprimibile. Il valore del volume specifico può essere letto dalla Tab. A4.5 entrando con la temperatura di 12°C nella colonna relativa al liquido saturo:

$$v = 1,000 \cdot 10^{-3}\ m^3/kg$$

e quindi si avrà:

$$\dot{m} = \frac{\dot{V}}{v} = \frac{0{,}300}{1{,}000 \cdot 10^{-3}} = 3{,}00 \cdot 10^2$$

Per il calcolo della variazione di entalpia, poiché l'acqua è in fase liquida è possibile utilizzare la relazione:

$$\Delta h = c.\Delta T = 4{,}2 \cdot (45 - 12) = 1{,}4 \cdot 10^2 \text{ kJ/kg}$$

dove il calore specifico dell'acqua è stato ricavato dalla Tab. A4.3.
La potenzialità dello scaldabagno sarà quindi:

$$\dot{Q} = m \cdot \Delta h = 3{,}00 \cdot 10^2 \cdot 1{,}4 \cdot 10^2 = 4{,}2 \cdot 10^4 \text{kJ/h} = 12\text{kW}$$

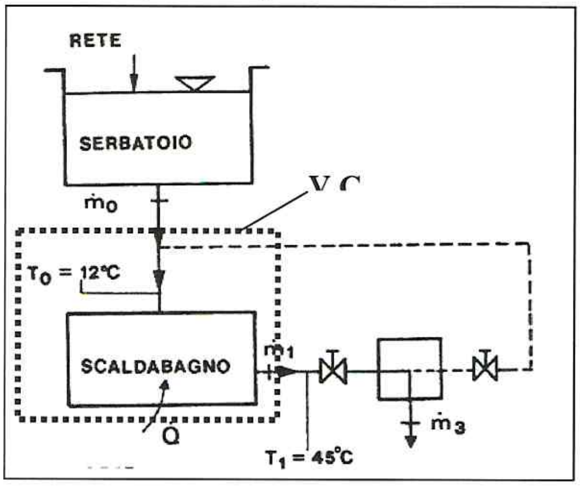

Fig.3.8 a)

b) Il volume di controllo, in questo caso, è costituito dal miscelatore, ossia da quella porzione di tubazione delimitata dalla linea tratteggiata in Fig. 3.8 b).
Il bilancio di energia applicato al volume di controllo di Fig. 3.8 b), fornisce la relazione:

$$\dot{m}_1 h_1 + \dot{m}_2 h_2 = \dot{m}_3 h_3$$

L'equazione precedente presenta 2 incognite, le portate m_l ed m_2 pertanto, per risolvere il problema, occorre un'altra relazione: l'equazione di bilancio di massa

$$\dot{m}_1 + \dot{m}_2 = \dot{m}_3$$

In definitiva, quindi, le due equazioni sopra scritte costituiscono un sistema di due equazioni in due incognite. Risolvendo per sostituzione il bilancio di energia diventa:

$$(\dot{m}_3 - \dot{m}_2) h_1 + \dot{m}_2 h_2 = \dot{m}_3 h_3$$

da cui:

$$\dot{m}_3\, h_1 - \dot{m}_2\, h_1 + \dot{m}_2\, h_2 = \dot{m}_3\, h_3$$

$$\dot{m}_2\,(h_2 - h_1) = \dot{m}_3\,(h_3 - h_1)$$

dove le entalpie h_1 h_{i2} ed h_3 delle due correnti entranti e di quella uscente, considerando che l'acqua è in fase liquida, sono proporzionali al *calore specifico c* che si può leggere in Tab.A4.3. Effettuando quindi il calcolo tra lo stato iniziale delle due correnti in ingresso e di quelle in uscita ed uno stato di riferimento a 0 ° C, si ha:

$$h_1 - h_0 = c\,(T_1 - T_0)$$
$$h_2 - h_0 = c\,(T_2 - T_0)$$
$$h_3 - h_0 = c\,(T_3 - T_0)$$

e poiché per convenzione si pone:

$$u_0 = h_0 = 0 \qquad\qquad a\ \ 0°C$$

risulterà:

$$h_1 = c\cdot T_1 = 4{,}2\cdot 45 = 189\ kJ/kg$$

$$h_2 = c\cdot T_2 = 4{,}2\cdot 45 = 50\ kJ/kg$$

$$h_3 = c\cdot T_3 = 4{,}2\cdot 45 = 160 kJ/kg$$

e quindi:

$$\dot{m}_2 = \frac{\dot{m}_3\cdot(h_3 - h_1)}{(h_2 - h_1)} = \frac{300\cdot(160-189)}{50-189} = 63\,\frac{kg}{h}$$

Si noti che i valori delle entalpie, precedentemente calcolati, possono, in alternativa, essere letti nella Tab. A4.5 entrando con le rispettive temperature nella colonna relativa all'entalpia del liquido saturo. Tale procedimento comporta, in genere, la necessità di effettuare l'interpolazione lineare.

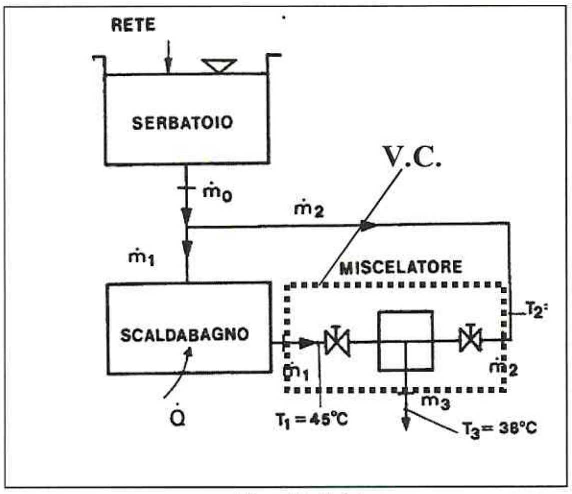

Fig. 3.8 b)

c) In assenza di alimentazione dalla rete, il serbatoio di capacità 500 litri (Fig. 3.8 c) dal quale fluisce una portata pari a 5,0 L/min, si svuoterà in un tempo pari a:

$$\theta = \frac{V}{\dot{V}} = \frac{500}{5,0} = 100\,\text{min} = 1\text{h}40'$$

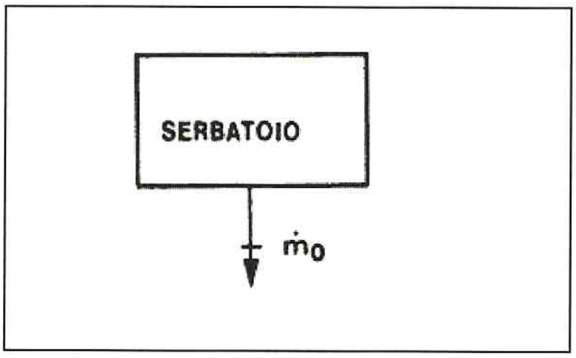

Fig.3.8 c)

Problema 3.9

Una portata di acqua liquida di 10 kg/s, alla temperatura di 20°C, entra in un condotto convergente ad asse verticale. Le sezioni d'ingresso ed uscita hanno rispettivamente un'area di 20 cm^2 e di 5,0 cm^2 si calcoli l'altezza raggiunta dal getto di acqua all'uscita del condotto nell'ipotesi che il regime sia stazionario, il moto monodimensionale ed il getto isotermo.

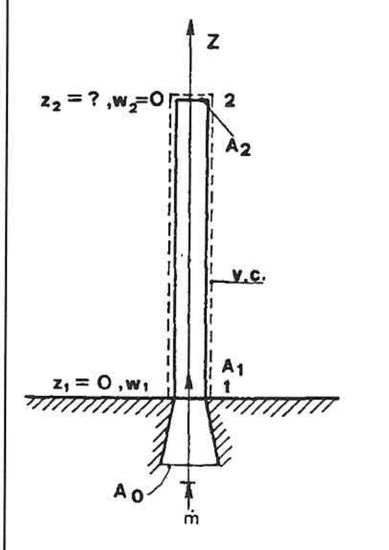

Fig. 3.9
Schema di sistema aperto: condotto convergente ad asse verticale

DATI	INCOGNITE
sostanza: H_2O	
$\dot{m} = 10$ kg/s	z_2
$A_o = 20 \cdot 10^{-4} m^2$	
$A_1 = 5,0 \cdot 10^{-4} m^2$	
$T = 20°C = cost$	

SOLUZIONE

Indicando con 1 la sezione di uscita dal convergente e con 2 quella corrispondente all'altezza raggiunta dal getto d'acqua, come risulta dal volume di controllo mostrato in Fig. 3.9, il bilancio di energia si scrive:

$$h_1 + gz_1 + \frac{w_1^2}{2} = h_2 + gz_2 + \frac{w_2^2}{2}$$

poiché risulta:

$$\dot{m}_1 + \dot{m}_2 = \dot{m}$$

Per il volume di controllo prescelto si ha:

$$z_1 = 0 \qquad w_1 = \frac{\dot{m} \cdot v_1}{A_1} = \frac{10 \cdot 1{,}00 \cdot 10^{-3}}{5{,}0 \cdot 10^{4}} 20 \frac{m}{s}$$

$$z_2 = x \qquad w_2 = 0$$

Inoltre, essendo il fluido in fase liquida ed il getto isotermo, risulterà:

$$h = \text{cost}$$

Pertanto il bilancio di energia può riscriversi:

$$\frac{w_1^{\,2}}{2} = g\, z_2$$

e quindi:

$$z_2 = \frac{w_1^{\,2}}{2g} = \frac{20^2}{2 \cdot 9{,}81} = 20 \text{ m}$$