

**Ingegneria dell'Informazione**  
**Compito di Calcolo delle Probabilità**  
**11 novembre 2019**

**Durata della prova: 2 ore e trenta minuti**

**QUESITO TEORICO**

Presentare i concetti di variabile aleatoria e funzione di distribuzione. Dopo aver classificato le variabili aleatorie in discrete e assolutamente continue, definire densità discreta, densità di probabilità, valor medio e varianza. Fornire un esempio di variabile aleatoria discreta e uno di variabile aleatoria assolutamente continua, riportandone anche media e varianza.

**Esercizio 1**

Data la variabile aleatoria normale  $X$  di parametri  $\mu=10$  e  $\sigma^2=9$ , si calcoli

- a)  $P(X \leq 13)$ ;
- b)  $P(X < 8)$ ;
- c)  $P(X \geq 8.5)$ ;
- d)  $P(7 < X \leq 12)$ .

**Esercizio 2**

Un'urna contiene 50 palline di cui 20 nere e le altre bianche. Si estrae a caso una pallina dall'urna. Se la pallina estratta è nera, la si rimette nell'urna, se è bianca non la si rimette. Supponiamo di eseguire una seconda estrazione.

1. Determinare la probabilità che la seconda pallina estratta sia nera, sapendo che la prima pallina estratta è bianca.
2. Calcolare la probabilità che la seconda pallina estratta sia bianca.
3. Supponendo che la seconda pallina estratta sia bianca, calcolare la probabilità che anche la prima estratta fosse bianca.

**Esercizio 3**

Si consideri l'esperimento consistente nel lanciare tre volte una moneta non truccata contrassegnata da Testa e Croce. Sia  $(X, Y)$  la variabile aleatoria doppia così definita:

X: numero di Teste ottenute complessivamente nei tre lanci;  
Y: numero di Croci nel terzo lancio.

Con riferimento alla variabile aleatoria doppia  $(X, Y)$

- (a) indicare lo spazio campione relativo all'esperimento;
- (b) indicare i possibili valori della v.a. doppia  $(X, Y)$ ;
- (c) determinare le densità di probabilità marginali;
- (d) determinare la covarianza di  $X$  e  $Y$ ;
- (e)  $X$  e  $Y$  sono indipendenti?