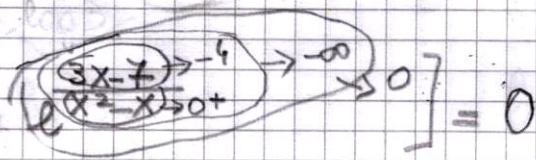


$$3) \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{1}{x^2 - x} = 0$$



$$x^2 - x > 0 \text{ per } x < 0 \vee x > 1$$

4) Per calcolare il valore approssimato di $4 \log \frac{6}{5}$, calcoliamo $\log \frac{6}{5}$ utilizzando lo sviluppo di Mac-Laurin di $\log(1+x)$ con $1+x = \frac{6}{5} \Rightarrow x = \frac{1}{5}$

Perché se $f(x) = \log(1+x)$; $f(0) = 0$; $f'(x) = \frac{1}{1+x} \Rightarrow f'(0) = 1$

$$f''(x) = -\frac{1}{(1+x)^2} \Rightarrow f''(0) = -1; f'''(x) = \frac{2}{(1+x)^3} \Rightarrow \log(1+x) = x - \frac{x^2}{2} + R_3$$

$$\Rightarrow \log \frac{6}{5} \approx \frac{1}{5} - \frac{1}{50} = \frac{9}{50} \Rightarrow$$

$$|R_3| = \left| \frac{1}{6} \left(\frac{1}{5}\right)^3 \cdot \frac{2}{(1+x)^3} \right| < \left(\frac{1}{6} \cdot \frac{1}{125} \cdot 2 \right) = \frac{1}{375} < 10^{-2}$$

$$5) \int \frac{1}{x \log x} dx = \int \frac{1}{t} dt = \log|t| + c = \log|\log x| + c$$

sost. $\log x = t \Rightarrow \frac{1}{x} dx = dt$

b) Si tratta di un integrale improprio - Per verificare che \exists applichiamo il criterio degli infinitesimi - Infatti: $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{e^x + 1} = 0$ e inoltre

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\frac{1}{e^x + 1}}{\frac{1}{x}} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x}{e^x + 1} = 0 \text{ perché } y = e^x \text{ è un infinito di ordine}$$

superiore ad $y = x$ quindi la nostra funzione è un infinitesimo di ordine superiore ad 1 rispetto all'infinitesimo di confronto $\frac{1}{x}$.
Calcoliamo la primitiva:

$$\int \frac{1}{e^x + 1} dx = \int \frac{1}{t(t+1)} dt = \int \frac{1}{t} dt - \int \frac{1}{t+1} dt = \log|t| - \log|t+1|$$

sost. $e^x = t \Rightarrow e^x dx = dt \Rightarrow dx = \frac{1}{e^x} dt$

$$* \frac{1}{t(t+1)} = \frac{A}{t} + \frac{B}{t+1} \Rightarrow 1 = A(t+1) + Bt \Rightarrow \begin{cases} A+B=0 \\ A=1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} A=1 \\ B=-1 \end{cases}$$