UNIVERSITÀ DEGLI STUDI *"MEDITERRANEA"* DI REGGIO CALABRIA
FACOLTÀ DI AGRARIA

A. Capra, P. Porto, V. Tamburino

Esercitazioni di Idraulica Agraria

Per gli studenti dei corsi di:

Idraulica agraria – Corso di Laurea in **SCIENZE E TECNOLOGIE AGRARIE**
Idraulica agraria e riassetto del territorio - Corso di Laurea in **GESTIONE TECNICA DEL TERRITORIO AGROFORESTALE E SVILUPPO RURALE**
Idraulica agraria – Corso di Laurea in **PRODUZIONI VEGETALI (sede di Lamezia Terme)**

A.A. 2006-2007

I N D I C E

1 - Idrostatica

1.1 - Richiami di teoria

Gli esercizi riguardano il calcolo della spinta su pareti piane, di forma e inclinazione qualsiasi, parzialmente o totalmente bagnate da acqua in quiete.

La **spinta** è una grandezza vettoriale; come tale ha un modulo, una direzione, un verso ed un punto di applicazione.

Il **modulo**, S [kg], si calcola come:

$$S = \gamma \ h_G \ \sigma$$

dove:

γ = peso specifico dell'acqua limpida = 1000 kg m^{-3}

h_G = affondamento (distanza dal pelo libero) del baricentro della superficie premuta [m]

σ = superficie della parete soggetta alla spinta [m^2]

La **direzione** è perpendicolare alla superficie premuta

Il **verso** va dall'acqua alla parete premuta

Il **punto di applicazione**, o **centro di spinta**, si trova nel baricentro del diagramma delle pressioni.

Il **diagramma delle pressioni** è la rappresentazione grafica dell'andamento delle pressioni sulla superficie premuta (vedi esercizi); ha forma triangolare nel caso di superfici parzialmente bagnate (nelle quali, in corrispondenza del pelo libero, la pressione è uguale a zero); trapezoidale nel caso di superfici totalmente immerse.

1.2 - Esercizi 1-4

ESERCIZIO N. 1 - Calcolo della spinta su una parete piana, verticale, parzialmente bagnata da acqua in quiete

Determinare analiticamente e graficamente il modulo della spinta idrostatica (S) agente sulla sponda di un canale (Fig. 1). Determinare inoltre la distanza del centro di spinta (h_E) dal pelo libero.

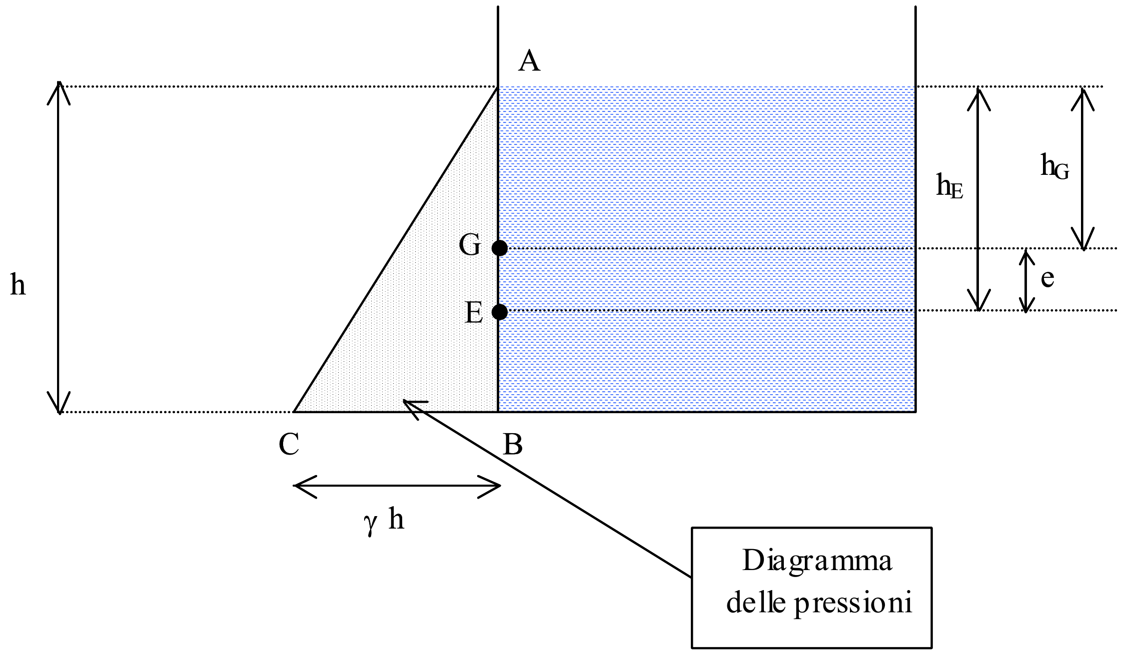


Figura 1

Preso un elemento di parete di larghezza unitaria (b =1) siano dati:

Variabile	Valore	Unità di misura	
h =	***3***	[m]	(altezza del pelo libero rispetto al fondo del canale)
γ =	***1000***	[kg/m^3]	(peso specifico dell'acqua limpida)

Metodo generale:

	Valore	Unità di misura
σ (superficie della parete soggetta alla spinta) = AB · b =	***3.00***	[m^2]
h_G (distanza del baricentro dal pelo libero) = h/2 =	***1.5***	[m]
S (spinta idrostatica) = $\gamma \cdot \sigma \cdot h_G$ =	***4500.0***	[kg]

Metodo grafico

Considerando il diagramma delle pressioni (di tipo triangolare) la parte che insiste sulla parete è data dall'area del triangolo ABC che rappresenta il modulo della spinta. Sapendo che:

BC = γ · h = ***3000*** AB = h = ***3*** (AB · BC)/2 = **4500**

Calcolo del centro di spinta

Il punto di applicazione, posto più in basso rispetto al baricentro, dista dallo stesso della cosiddetta eccentricità (e) data da:

$e = J_O/M$ avendo indicato con J_O il momento di inerzia della superficie premuta rispetto all'asse baricentrico parallelo alla linea di sponda [m^4];
e con M il momento statico della superficie stessa rispetto alla linea di sponda [m^3].
Il valore di J_O si trova tabulato su appositi manuali in relazione alla geometria della superficie interessata alla spinta (Fig. 2).

In formule, considerata la superficie soggetta alla spinta di forma rettangolare, si può scrivere:

$$e = \frac{\dfrac{b \cdot \overline{AB}^3}{12}}{\dfrac{b \cdot \overline{AB}^2}{2}} = \frac{\overline{AB}}{6} = \underline{\mathbf{0.50}} \qquad [m]$$

La distanza **e** del centro di spinta dal baricentro va misurata sul piano contenente la superficie premuta quindi h_E, che rappresenta la distanza perpendicolare al pelo libero, sarà:

$$h_E = \frac{AB}{2} + e = \underline{\mathbf{2.0}} \qquad [m]$$

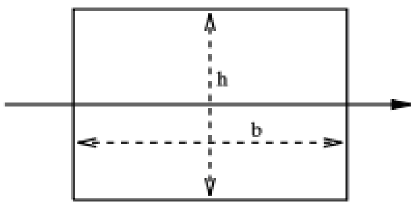
Quando, come nel caso considerato, il diagramma delle pressioni ha forma triangolare, il punto di applicazione della spinta si può anche calcolare semplicemente come:

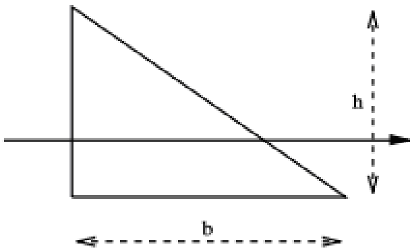
h_E = h/3 (misurato verticalmente a partire dalla base del triangolo ABC) = 3/3 = 1 m

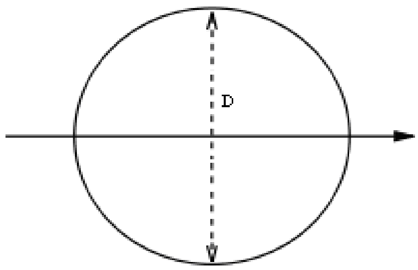
oppure h_E = 2/3 h (misurato verticalmente a partire dal vertice A) = 2/3 · 3 = 2 m

Rettangolo

$$J_0 = \frac{b \cdot h^3}{12}$$







Triangolo

$$J_0 = \frac{b \cdot h^3}{36}$$

Cerchio

$$J_0 = \frac{\pi \cdot D^4}{64}$$

Figura 2 - Alcuni momenti di inerzia baricentrici

ESERCIZIO N. 2 - Calcolo della spinta su una parete piana, inclinata, parzialmente bagnata da acqua in quiete

Determinare analiticamente e graficamente il modulo della spinta idrostatica (S) agente sulla sponda di un canale artificiale avente sezione trapezia (Fig. 3).
Determinare inoltre la distanza del centro di spinta (h_E) dal pelo libero.

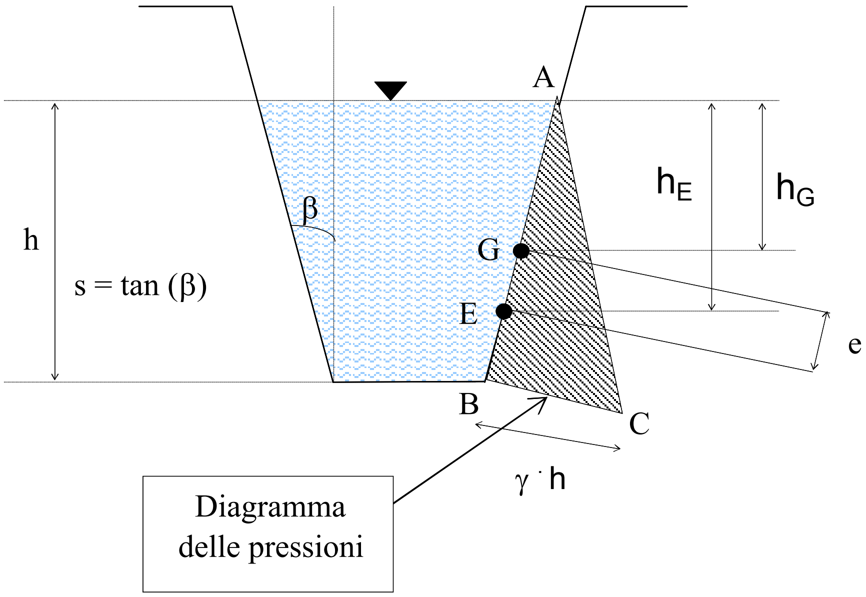


Figura 3

Preso un elemento di parete di larghezza unitaria (b = 1) siano dati:

Variabile	Valore	Unità di misura	
h =	**2**	[m]	(altezza del pelo libero rispetto al fondo del canale)
β =	**55**	[°]	(inclinazione delle sponde)
γ =	**1000**	[kg m^{-3}]	(peso specifico dell'acqua limpida)

Si calcola:

AB = h / cos β = h/ cos (β · π/180) =
3.49 [m] (lunghezza della parete inclinata interessata dalla spinta)

Metodo generale:

	Valore	Unità di misura
σ (superficie della parete soggetta alla spinta) = AB · b =	**3.49**	[m^2]
h_G (distanza del baricentro dal pelo libero) = h/2 =	**1**	[m]
S (spinta idrostatica) = γ · σ · h_G =	**3486.9**	[kg]

Metodo grafico

Considerando il diagramma delle pressioni (di tipo triangolare) la parte che insiste sulla parete è data dall'area del triangolo ABC (Fig. 3) che rappresenta il modulo della spinta. Sapendo che:

BC = γ · h = **2000**

AB = h / cos β = **3.487**

$$\frac{AB \cdot BC}{2} = \underline{\mathbf{3486.9}}$$ (Uguale al precedente)

Calcolo del centro di spinta

Il punto di applicazione, posto più in basso rispetto al baricentro, dista dallo stesso della cosiddetta eccentricità (e) data da:

$e = J_O/M$ avendo indicato con J_O il momento di inerzia della superficie premuta rispetto all'asse baricentrico parallelo alla linea di sponda [m^4];
e con M il momento statico della superficie stessa rispetto alla linea di sponda [m^3].
Il valore di J_O si trova tabulato su appositi manuali in relazione alla geometria della superficie interessata alla spinta (Fig. 2).

In formule, considerata la superficie soggetta alla spinta di forma rettangolare, si può scrivere:

$$e = \frac{\dfrac{b \cdot \overline{AB}^3}{12}}{\dfrac{b \cdot \overline{AB}^2}{2}} = \frac{\overline{AB}}{6} = \underline{\mathbf{0.58}} \qquad [m]$$

La distanza <u>**e**</u> del centro di spinta dal baricentro va misurata sul piano contenente la superficie premuta quindi h_E, che rappresenta la distanza perpendicolare al pelo libero, sarà:

$h_E = (AB/2 + e) \cos(\beta) = (AB/2 + e) \cos(\beta \ \pi/180) =$ <u>***1.3***</u> [m]

ESERCIZIO N. 3 - Calcolo della spinta su una parete piana, di forma circolare, totalmente bagnata da acqua in quiete.

Determinare la spinta idrostatica (S) agente su una paratoia di forma circolare posta sotto battente (Fig. 4). Determinare inoltre la distanza del centro di spinta (h_C) dal pelo libero

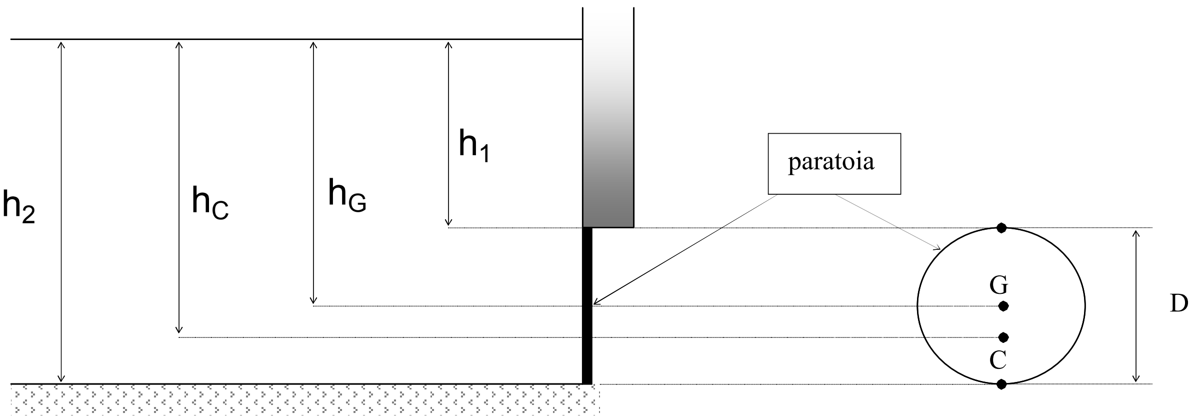


Figura 4

Siano dati:

Variabile	Valore	Unità di misura	
h_1 =	***1.5***	[m]	(battente)
D =	***0.8***	[m]	(diametro della paratoia)
γ =	***1000***	[kg/m^3]	(peso specifico dell'acqua limpida)

Metodo generale:

	Valore	Unità di misura
σ (superficie della paratoia soggetta alla spinta) = $(\pi/4) \cdot D^2$ =	***0.503***	[m^2]
h_G (distanza del baricentro dal pelo libero) = $h_1+(D/2)$ =	***1.9***	[m]
S (spinta idrostatica) = $\gamma \cdot \sigma \cdot h_G$ =	***955.0***	[kg]

Calcolo del centro di spinta

Il momento di inerzia (J_0) riferito ad un asse passante per il baricentro di un cerchio è (Fig. 2):

$$J_0 = \frac{\pi D^4}{64} = \mathbf{0.020} \qquad [\mathrm{m}^4]$$

Il momento di inerzia rispetto al pelo libero è dato dalla formula seguente:

$$J_{pl} = J_0 + h_G^2 \cdot \sigma = \mathbf{1.835} \qquad [\mathrm{m}^4]$$

Il centro di spinta sarà dato da:

$$h_C = \frac{\gamma \cdot J_{pl}}{S} = \mathbf{1.921} \qquad [\mathrm{m}]$$

che rappresenta la distanza del centro di spinta dal pelo libero.

ESERCIZIO N. 4 - Calcolo della spinta su una parete piana, verticale, totalmente bagnata da acqua in quiete

Determinare lo sforzo (F) per sollevare una paratoia di forma rettangolare posta sotto battente (Fig. 5).
Determinare inoltre la portata che passa se la paratoia viene alzata di h_4 metri.

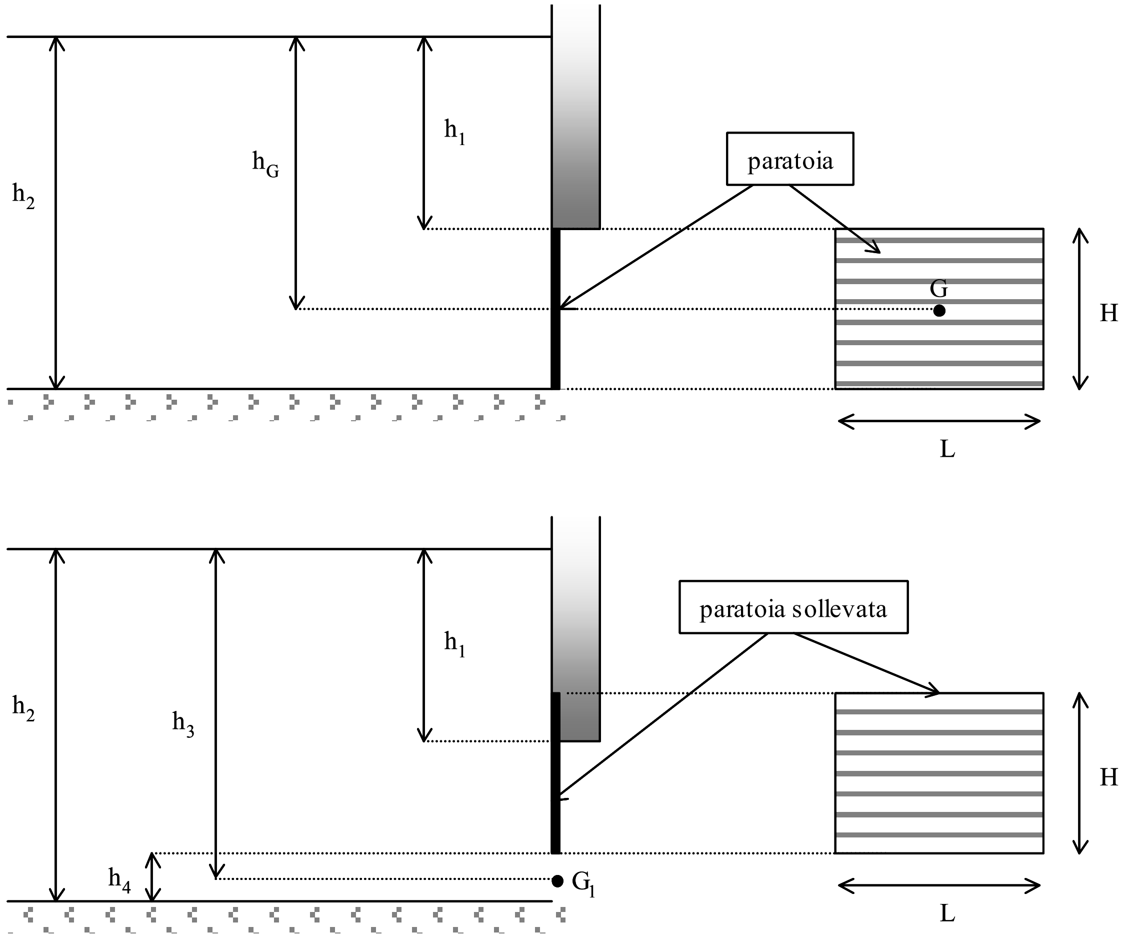


Figura 5

Siano dati:

Variabile	Valore	Unità di misura	
h_1 =	***1.2***	[m]	(battente)
H =	***0.5***	[m]	(altezza della paratoia)
L =	***0.8***	[m]	(larghezza della paratoia)
P =	***40***	[kg]	(peso della paratoia)
γ =	***1000***	[kg m^{-3}]	(peso specifico dell'acqua limpida)
ϕ =	***0.8***		(coefficiente di attrito)
h_4 =	***0.2***	[m]	(luce a paratoia sollevata)

Calcolo della spinta (metodo generale):

	Valore	Unità di misura
σ (superficie della paratoia soggetta alla spinta) = L · H =	***0.400***	[m^2]
h_G (distanza del baricentro dal pelo libero) = h_1+(H/2) =	***1.45***	[m]
S (spinta idrostatica) = $\gamma \cdot \sigma \cdot h_G$ =	***580.0***	[kg]

Calcolo dello sforzo

$$F = P + \phi \cdot S = \underline{\mathbf{504.0}} \qquad \text{[kg]}$$

Calcolo della portata passante attraverso una luce h_4

Sapendo che il carico sulla luce è pari a:

$$h_3 = h_1 + H - \frac{h_4}{2} = \underline{\mathbf{1.6}} \qquad \text{[m]}$$

l'efflusso attraverso la luce di sezione idrica $h_4 \cdot L$, considerato un coefficiente di contrazione

C_q = ***0.61***

sarà uguale a:

$$Q = C_q \cdot L \cdot h_4 \sqrt{2g \cdot h_3} = \underline{\mathbf{0.547}} \qquad [m^3 s^{-1}]$$

2 - Idrodinamica

2.1 - Moto nelle condotte in pressione

2.1.1 - Richiami di teoria

Gli esercizi riguardano problemi di verifica e problemi di progetto di condotte lunghe, corte, a gravità e con sollevamento.

Per risolvere tali tipi di problemi si utilizza l'equazione generale del moto permanente:

$$H_m = H_v + S\,J\,L + S\,l \qquad \textbf{(1)}$$

dove:

H_m = carico totale che la corrente possiede a monte [m]

H_v = carico totale che la corrente possiede a valle [m]

$S\,J\,L$ = sommatoria delle perdite di carico distribuite nei diversi tronchi della condotta [m]

$S\,l$ = sommatoria delle perdite di carico localizzate nei diversi tronchi della condotta [m]

Moto nelle lunghe condotte

Si definiscono lunghe condotte quelle tubazioni per le quali:

- le perdite di carico localizzate si possono considerare trascurabili (ossia le perdite di carico distribuite Y sono molto maggiori di quelle localizzate l);
- l'altezza cinetica $v^2/2g$ è piccola rispetto alla quota piezometrica z+p/g e, quindi, si possono considerare praticamente coincidenti la linea dei carichi totali e la linea piezometrica;
- la lunghezza della condotta si può assumere pari alla sua proiezione orizzontale.

Sotto quest'ultima ipotesi la cadente piezometrica J, data dal rapporto tra le perdite di carico Y e la lunghezza L della condotta, coincide con la tangente dell'angolo α che la piezometrica forma con l'orizzontale, ossia con la pendenza della piezometrica (Fig. 6)

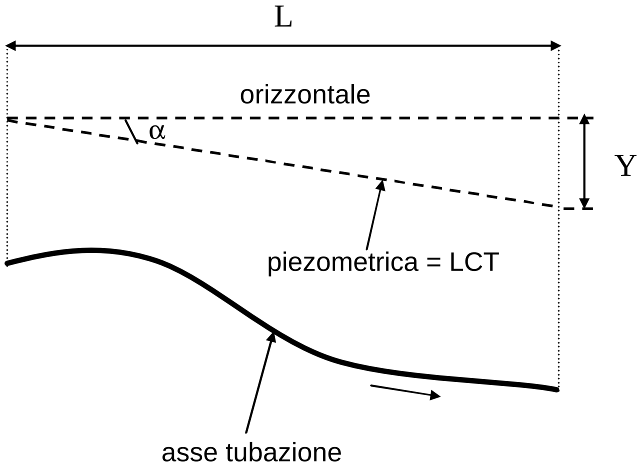


Figura 6

In pratica si assume che ciò si verifichi tutte le volte in cui si verifica la relazione:

$$L > 2000\, D \qquad \textbf{(2)}$$

dove:
L = lunghezza [m]
D = diametro [m]

Per la determinazione della cadente piezometrica (perdite di carico unitarie), J, generalmente si adottano formule monomie del tipo:

$$J = k\, q^{n} / D^{m} \qquad \textbf{(3)}$$

dove:
q = portata
D = diametro interno della tubazione
k, n, m = coefficienti ottenuti sperimentalmente per ciascun materiale
La formula (3) rappresenta una generalizzazione dell'equazione proposta da Darcy per le condotte in ghisa:

$$J = k\, q^{2}/D^{5} \qquad \textbf{(4)}$$

dove:
J = perdite di carico unitarie [m km^{-1}]
q = l s^{-1}
D = mm
k = coefficiente dipendente dallo stato delle pareti della tubazione (nuova o usata) e dal diametro
Le formule monomie più utilizzate in Italia sono:
- per le condotte di **acciaio** la formula di Scimemi-Veronese

$$J = 6.81\ 10^{8}\ q^{1.82}/D^{4.71} \qquad \textbf{(5)}$$

con unità di misura come nella (4)

- per le condotte leggere di **alluminio zincato** la formula di Marchetti

$$J = 18.33\ 10^{8}\ q^{1.83}/D^{4.95} \qquad \textbf{(6)}$$

con unità di misura come nella (4)

- per le condotte di **materiale plastico** (polietilene PE e polivinilcloruro PVC) la formula di De Marchi-Marchetti:

$$J = 9.24\ 10^{8}\ q^{1.81}/D^{4.80} \qquad \textbf{(7)}$$

con unità di misura come nella (4)

oppure la formula di Williams-Hazen:

$$J = 1.21\ 10^{10}\ (q/CW)^{1.852}/D^{4.87} \qquad \textbf{(8)}$$

dove:

J = m m^{-1}
q e *D* come nella (4)
CW = coefficiente dipendente dal diametro, pari a 130 (*D* = 14-15 mm), 140 (*D* = 18-19 mm) o 150 (*D* > 25-27 mm)

Nella tabella 1 si riportano i diametri commerciali (*DN*) ed i diametri interni (*D*) di tubazioni in acciaio.

Tabella 1 - Diametri commerciali (*DN*) e diametri interni (*D*) di tubazioni in acciaio.

DN [mm]	50	60	70	80	90	100	125	150
D [mm]	51	61	69.5	82.5	91	100.5	125.5	151

DN [mm]	175	200	225	250	275	300	350	400
D [mm]	182	206.5	230.5	256	280.5	306.5	355.5	406

Per le condotte in materiale plastico (PVC e PE), noto il diametro commerciale *DN* [mm], di solito corrispondente con il diametro esterno, è possibile calcolare il diametro interno *D* [mm] come:

$$D = DN - 2s \qquad \textbf{(9)}$$

dove s = spessore, mm, calcolabile come:

$$s = PN\ DN/(2\sigma + PN) \qquad \textbf{(10)}$$

dove:
PN = pressione nominale, ossia pressione cui resiste il materiale in esercizio corrente [bar]
σ = coefficiente di resistenza a trazione [kg cm^{-2}] pari a 100 per il PVC, 52 per il PE alta densità (ad) e 32 per il PE bassa densità (bd).

Qualora lo spessore calcolato sia minore di 1.6 mm *s* si pone pari a tale valore.

Nella tabella 2 si riportano i diametri commerciali di PVC, PE ad e PE bd.

Tabella 2 - Diametri commerciali delle condotte in PVC, PEad e PEbd

PEbd (PN4, PN6 e PN10)	PEad (PN4, PN6, PN10, PN16)	PVC (PN6, PN10 e PN16)	
16*	16**	40#	225
20*	20°	50#	280
25	25°	63	315
32	32	75	
40	40	90	
50	50	110	
63	63	125	
75	75	140	
90	90	150	
110	110	180	

* solo PN 6 e PN10
** solo PN10 e PN16
° solo PN6, PN10 e PN16
\# = solo PN6 e a richiesta

Moto nelle condotte corte

Nell'equazione del moto, oltre che delle perdite di carico distribuite si deve tenere conto anche delle perdite di carico localizzate.
L'equazione del moto (equazione di Bernoulli generalizzata) applicata tra due punti, in due sezioni della corrente nelle quali sono note le quote piezometriche, può essere scritta:

$$H_m = H_v + \sum_{i=1}^{N} l_i + \sum_{i=1}^{N} J_i \cdot L_i$$ avendo indicato con:

$$H_m = Z_m + \frac{P_m}{g} + \frac{V_m^2}{2g}$$ il carico totale nella sezione di monte, dove:
Z_m è la quota geometrica (rispetto al piano di riferimento fissato)
P_m/γ è l'altezza piezometrica
$V_m^2/2g$ è l'altezza cinetica a monte;

$$H_v = Z_v + \frac{P_v}{g} + \frac{V_v^2}{2g}$$ il carico totale nella sezione di valle, dove:
Z_v è la quota geometrica
P_v/γ è l'altezza piezometrica
$V_v^2/2g$ è l'altezza cinetica del punto di valle;

λ le **perdite localizzate** che possono essere del tipo $\lambda_i = \alpha\, v^2/2g$

a) perdita di imbocco (cioè che si verifica in corrispondenza della sezione d'imbocco) pari a:

$$\lambda_{imb} = 0.5\, v^2/2g$$

b) perdita di Borda (che si verifica in corrispondenza di un brusco allargamento di sezione, tipo lo sbocco in una vasca) ed è pari a:

$$\lambda_{sb} = (v_2^2 - v_1^2)/2g$$ essendo v_1 e v_2 le velocità nelle due sezioni considerate;

c) perdita per gomiti, curve ecc. pari a:

$$\alpha\, v^2/2g$$ essendo α un coefficiente funzione dell'angolo di deviazione dell'asse e del diametro della condotta;

$J_i \cdot L_i$ la **perdita continua** nel tronco i-esimo di condotta a sezione costante.

Problemi di verifica e di progetto

Il problema di verifica si presenta quando di un sistema di condotte esistente si conoscono tutte le caratteristiche fisiche (tipi di materiale, diametri, scabrezza, lunghezze) e si vogliono determinare le portate o le perdite di carico.

Il **problema di progetto** si presenta quando si richiede la determinazione dei diametri da assegnare a ciascun tronco di una rete di cui siano assegnate le portate e/o le quote piezometriche.

Condotte a gravità e condotte con sollevamento

Si parla di **condotte a gravità** quando l'energia disponibile è di tipo naturale (vasca in quota).

Si parla di **condotte con sollevamento** quando l'energia è fornita da un impianto di sollevamento (pompa).

2.1.2 Esercizi 1-8

ESERCIZIO N.1- Verifica di una lunga condotta a gravità, monodiametrica, ad unico sbocco finale.

Condotta semplice che collega due vasche (per esempio, l'opera di presa di una sorgente ed il serbatoio di un centro aziendale, ovvero la vasca di accumulo ed il pozzetto di testa di una rete irrigua aziendale) (Fig. 7).

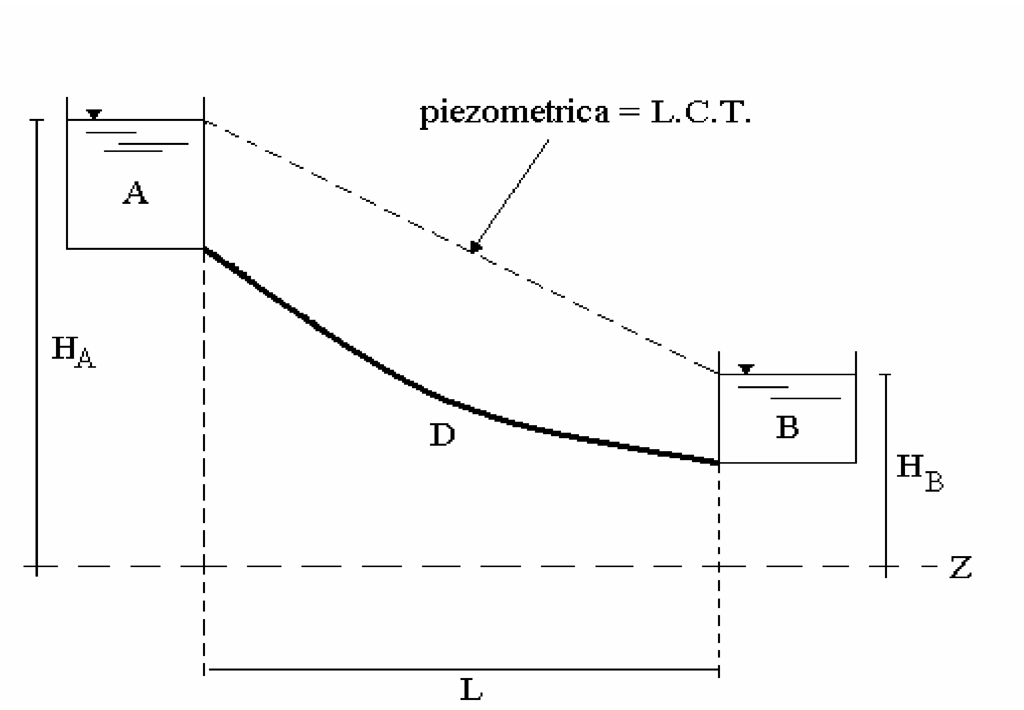


Figura 7

Nel caso elementare della verifica di una condotta semplice di lunghezza L ad unico diametro D, l'incognita q (portata) si deduce dall'applicazione dell'equazione del moto applicata tra le sezioni estreme di monte e di valle della corrente idrica che defluisce tra i serbatoi. In formule:

$H_m = H_v + J \cdot L$ per $J \cdot L = Y$ $H_m - H_v = Y = J \cdot L$

da cui: $J = Y/L$

Sostituendo alla cadente J l'espressione (3), si ottiene:

$$J = k\, q^n / D^m$$

dalla quale è possibile ricavare l'incognita q.

Il caso in esame si risolve nel modo seguente.

L'acquedotto è costituito da una tubazione interrata in PVC di fissate caratteristiche.

Siano dati:

Variabile	Valore	Unità di misura	
H_A =	***300***	[m]	quota del pelo libero del serbatoio A rispetto ad un piano di riferimento orizzontale (z=0)
H_B =	***250***	[m]	quota del pelo libero del serbatoio B rispetto al piano di riferimento orizzontale fissato in precedenza
L =	***2000***	[m]	lunghezza della condotta
DN =	***110***	[mm]	diametro della condotta
PN =	***6***	[bar]	pressione nominale della tubazione
σ =	***100***	[kg cm^{-2}]	coefficiente di resistenza a trazione del PVC

Si ricorda che, trattandosi di condotte in PVC, l'espressione della cadente J secondo De Marchi-Marchetti si scrive:

$$J = 9.24\ 10^8\ q^{1.81}/D^{\ 4.80}$$

Da tenere presente che *J, q e D* sono espressi rispettivamente in m km^{-1}, l s^{-1} e mm.

Il caso in esame si risolve applicando le apposite equazioni del moto delle correnti in pressione di liquidi reali. L'equazione del moto (equazione di Bernoulli generalizzata) applicata tra un punto a monte posto sul pelo libero del serbatoio A, e un punto a valle posto sul pelo libero del serbatoio B, si può scrivere:

$H_A - H_B = Y = 300 - 250 =$ m **50**

$J=Y/(L/1000) = 50/(2000/1000) =$ m km^{-1} **25**

poiché: $J = 9.24\ 10^8\ q^{1.81}/D^{\ 4.80}$

che esplicitata rispetto a q diventa: $q = [J \cdot D^{4.80} /(9.24 \cdot 10^8)]^{(1/1.81)}$

D è il diametro interno, che occorre calcolare noto il diametro nominale DN e lo spessore s:

D= DN -2s = 110 -(2 · 3.20) = **103.59** [mm]

per s= PN DN/(2σ+PN) =6 · 110/(2 · 100 +6) = **3.20** [mm]

$q = (25 \cdot 103.59^{\,4.80} \ / \ 9.24 \cdot 10^{\,8})^{\,1/1.81}$ **14.57** [l s^{-1}] q [m^3 s^{-1}] = ***0.015***

La linea dei carichi totali, coincidente con la piezometrica, avrà l'andamento indicato nella Fig. 7.

ESERCIZIO N. 2 - Verifica di una lunga condotta con sbocchi equidistanti e di uguale portata.

L'esempio fa riferimento ad un'ala irrigua, ossia ad una condotta che eroga acqua al terreno tramite una serie di erogatori di uguale portata posti ad una interdistanza costante.

In questo caso sono noti la portata media di ogni erogatore e le caratteristiche della condotta. Si vogliono determinare le perdite di carico.

Le perdite di carico totali (p.d.c.) in una condotta siffatta sono date da:

$$p.d.c. = S\ Y_i + S l_i = S\ J_i\ L_i + S l_i \qquad \textbf{(11)}$$

dove:

$S\ J_i\ L_i$ = sommatoria delle perdite di carico continue nei diversi tratti della condotta [m]
$\Sigma\ \lambda_i$ = sommatoria di tutte le perdite di carico localizzate [m]

Nel caso specifico si chiede di determinare le perdite di carico totali di un'ala interrata portante 15 irrigatori per aspersione.

Siano dati:

variabile	valore	unità di misura	
materiale	***PVC***		polivinilcloruro
DN =	***63***	[mm]	diametro nominale
PN =	***6***	[bar]	pressione nominale della tubazione
σ =	***100***	[kg cm^{-2}]	coefficiente di resistenza a trazione
q =	***0.25***	[l s^{-1}]	portata di un irrigatore
d =	***12***	[m]	interdistanza tra gli irrigatori
n =	***15***		numero di irrigatori sull'ala

Il caso si risolve applicando l'equazione (11) sopra riportata. Essendo l'inserimento degli irrigatori nella condotta realizzato in maniera da provocare perdite di carico localizzate assolutamente trascurabili, si calcolano esclusivamente le perdite di carico continue (Y).

La condotta risulta costituita da 15 tratti dello stesso diametro e della stessa lunghezza (pari all'interdistanza tra gli irrigatori d), ma di portata diversa. Le perdite di carico complessive sono pertanto date da:

$$p.d.c. = S\ J_i\ L_i = J_1\ L_1 + J_2 L_2 + \ldots\ldots + J_{15} L_{15} \qquad \textbf{(12)}$$

Sostituendo a J l'espressione di De Marchi-Marchetti per le condotte in materia plastica si avrà:

p.d.c. = $(9.24 \cdot 10^8 \cdot Q_1^{1.81} / D^{4.8}) L_1 + (9.24 \cdot 10^8 \cdot Q_2^{1.81} / D^{4.8}) L_2 + \ldots\ldots\ldots\ldots + (9.24 \cdot 10^8 \cdot Q_{15}^{1.81} / D^{4.8}) L_{15}$ **(13)**

Esprimendo la portata di ogni tratto Q_i in funzione della portata di ogni irrigatore *q* l'espressione (13) precedente si può scrivere come:

p.d.c. = $[9.24 \cdot 10^8 \cdot (Q)^{1.81} / D^{4.8}) L_1 + (9.24 \cdot 10^8 \cdot (Q-1q)^{1.81} / D^{4.8}] L_2 + \ldots\ldots\ldots\ldots + [9.24 \cdot 10^8 \cdot (Q-14\,q)^{1.81} / D^{4.8}] L_{15}$ **(14)**

Il calcolo della (14), nei casi in cui non si dispone di un foglio elettronico, può essere semplificato come segue:
Per:
$L = S L_i = L_1 + L_2 + \ldots + L_{15}$
$F = \Sigma\, i^{1.81}/n^{(1+1.81)}$ con i = 1, 2, ..., n ed n = numero di tratti a portata diversa

la (14) diventa:

p.d.c. = $J \cdot L \cdot F = (9.24 \cdot 10^8 \cdot Q^{1.81}/D^{4.8}) \cdot L \cdot F$ **(15)**

dove:
Q = portata entrante nell'ala (= n · q = 15 · q nel caso specifico),
L = lunghezza totale dell'ala (= n · d = 15 · d nel caso specifico)
D = diametro interno della tubazione
F = fattore di riduzione delle perdite di carico continue, che tiene conto del fatto che la portata entrante nell'ala Q non percorre tutta la lunghezza L ma va diminuendo nel senso del moto

Applicando la (15) al caso in esame si avrà:

p.d.c. = $(9.24 \cdot 10^8 \cdot 3.75^{1.81}/59.33^{4.8}) \cdot 0.18 \cdot 0.39$ = ***<u>2.18</u>*** m

per:

Q = 15 · 0.25 =	3.75	[$l\ s^{-1}$]
L = 15 · 12/1000 =	0.18	[km]
D= DN -2s = 63 -(2·s) =	59.33	[mm]
per s = PN DN/ (2σ+PN) = 6 · 63/(2 · 100 +6) =	1.83	[mm]
F dalla tab. 3 per n = 15	0.39	

La linea piezometrica, coincidente con la linea dei carichi totali dato che si tratta di lunga condotta, è una spezzata composta da n tratti, con pendenza (cadente piezometrica) via via decrescente nel senso del moto (vedi Fig. 8)

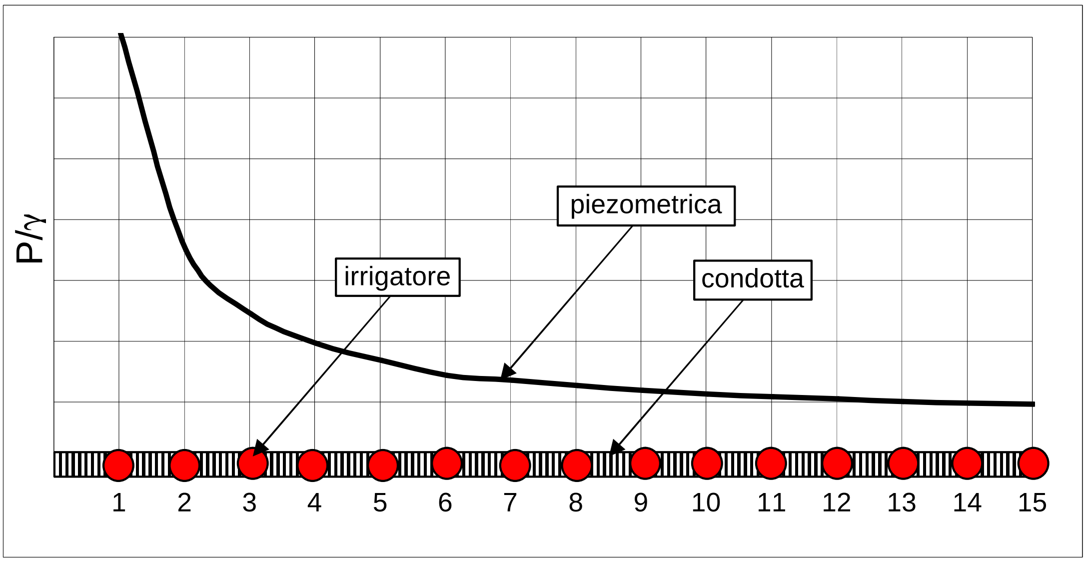


Figura 8 - Linea piezometrica dell'ala irrigua

Tabella 3 - Valori del fattore di riduzione F delle perdite di carico continue

Numero di tratti a portata diversa		F	Numero di tratti a portata diversa		F
1		1.000	22		0.379
2		0.643	23		0.378
3		0.539	24		0.377
4		0.490	25		0.376
5		0.462	26-27		0.375
6		0.438	28		0.374
7		0.430	29-30		0.373
8		0.421	31-32		0.372
9		0.413	33-34		0.371
10		0.407	35-36		0.370
11		0.403	37-39		0.369
12		0.399	40-46		0.368
13		0.395	47-50		0.367
14		0.392	51-52		0.366
15		0.390	53-58		0.365
16		0.388	59-65		0.364
17		0.386	66-75		0.363
18		0.384	76-89		0.362
19		0.383	90-108		0.361
20		0.381	109		0.360
21		0.380	>109		0.360

ESERCIZIO N. 3- Verifica di una condotta corta monodiametrica a gravità

Breve condotta di allacciamento da un pozzetto di consegna ad una vasca di accumulo, entrambi a livello costante (Fig. 9).

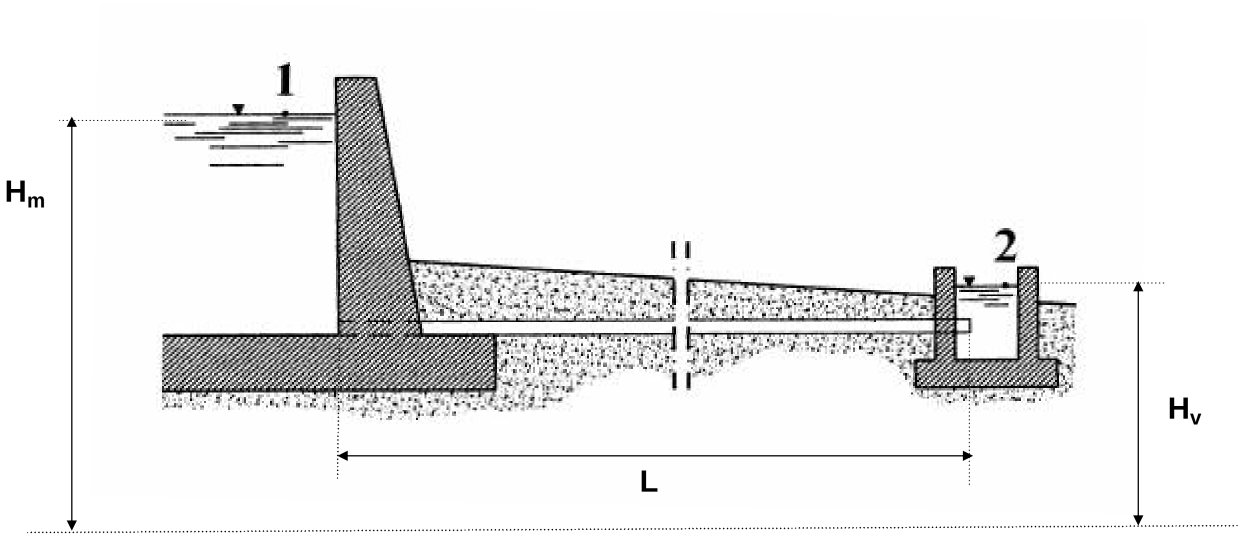


Figura 9

Tutti i liquidi reali in movimento sono soggetti durante il moto a perdite di energia che si manifestano sia lungo tutta la condotta (perdite distribuite o continue) sia in alcune sezioni particolari (perdite localizzate).
Il presente esercizio consiste nella determinazione della portata, nota la geometria del sistema, per il caso di condotte corte. Si richiede inoltre il tracciamento della linea piezometrica e della linea dei carichi totali.
Siano dati:

Variabile	Valore	Unità di misura	
H_m =	***30***	[m]	altezza del pelo libero del serbatoio di monte rispetto ad un piano di riferimento
H_v =	***11***	[m]	altezza del pelo libero del serbatoio di valle rispetto al piano di riferimento già fissato
L =	***150***	[m]	lunghezza della condotta
materiale =	***PE bd***		polietilene bassa densità
DN =	***90***	[mm]	diametro nominale della condotta
PN =	***4***	[bar]	pressione nominale della tubazione
σ =	***32***	[kg cm^{-2}]	coefficiente di resistenza a trazione del PE bd

Il caso in esame si risolve applicando le apposite equazioni del moto delle correnti in pressione di liquidi reali.
Precisamente si ricordi che, trattandosi di una condotta corta, nell'equazione del moto si deve tenere conto anche delle perdite di carico localizzate oltre che di quelle distribuite.
L'equazione del moto (equazione di Bernoulli generalizzata) applicata tra due punti, in due sezioni della corrente nelle quali sono note le quote piezometriche, può essere scritta:

$$H_m = H_v + \sum_{i=1}^{N} l_i + \sum_{i=1}^{N} J_i \cdot L_i$$

avendo indicato con: $H_m = Z_m + \frac{P_m}{g} + \frac{V_m^2}{2\,g}$

il carico totale nella sezione di monte, dove:

Z_m è la quota geometrica (rispetto al piano di riferimento fissato)

P_m/g è l'altezza piezometrica

$V_m^2/2g$ è l'altezza cinetica a monte;

con: $H_v = Z_v + \frac{P_v}{g} + \frac{V_v^2}{2\,g}$

il carico totale nella sezione di valle, dove:

Z_v è la quota geometrica

P_v/g è l'altezza piezometrica

$V_v^2/2g$ è l'altezza cinetica del punto di valle;

con ***l*** le **perdite localizzate** che possono essere del tipo $l_i = \quad a\ v^2/2g$

con $J_i \cdot L_i$ la **perdita continua** nel tronco i-esimo di condotta a sezione costante.

Si ricorda che l'espressione della cadente J (parametro che rappresenta, da un punto di vista energetico, la perdita di energia per unità di peso del liquido e per unità di percorso, da un punto di vista geometrico misura l'abbassamento della linea dei carichi totali per unità di percorso), secondo CHEZY, si scrive:

$$J = \frac{V^2}{c^2 \cdot R}$$

avendo indicato con R (= D/4 per il caso di sezione circolare) il raggio idraulico della condotta;

con χ il coefficiente di scabrezza dato dalla seguente espressione:

$c = 87 / (1+ \gamma R^{1/2})$

in cui γ rappresenta l'indice di scabrezza secondo Bazin (vedi Tab. 4).

χ può essere anche espresso utilizzando la formula di Kutter:

$$c = \frac{100}{1 + \frac{m}{\sqrt{R}}}$$

con m che rappresenta l'indice di scabrezza secondo Kutter.

A questo punto, esplicitando nell'equazione del moto i termini relativi alle perdite di carico localizzate e distribuite che si verificano nel caso in esame ed associando l'equazione di continuità $q = V \cdot s$, si ottiene una sola equazione con incognita q. Pertanto è possibile tracciare la linea dei carichi totali e la piezometrica; dopo di che, se lungo la condotta si rilevano depressioni, è necessario controllare che in nessuna sezione tale depressione superi il limite fisicamente ammissibile pari all'altezza piezometrica di 10,33 m (1 atm).

In tal caso la portata q ricavata sarebbe fittizia; quella effettiva si otterrà applicando l'equazione di Bernoulli generalizzata tra la sezione di monte e la sezione nella quale si manifesta la massima depressione ammissibile (P/γ = 10.33).

Si applica l'equazione del moto tra i punti 1 e 2 (Fig. 9) posti nei due serbatoi (supponendo che nei punti stessi, appartenenti ad una stessa linea di corrente, l'acqua sia in quiete). Dato che, in questo caso, le perdite di carico localizzate sono quelle di imbocco e di Borda, in formule si ha:

$$H_m - H_v = \left(Z_1 + \frac{P_1}{\gamma}\right) - \left(Z_2 + \frac{P_2}{\gamma}\right) = \frac{V^2}{\chi^2 \cdot R} \cdot L + 0.5\,\frac{V^2}{2\,g} + \frac{V^2}{2\,g}$$

Sostituendo alla velocità V il rapporto q/σ dato dall'equazione di continuità, si ottiene un'equazione con incognita q.
Precisamente, operando le opportune sostituzioni, si ottiene:

$$H_m - H_v = \frac{q^2}{\sigma^2 \cdot \chi^2 \cdot R} \cdot L + 1.5\,\frac{q^2}{2\,g \cdot \sigma^2}$$

che esplicitata rispetto a q diventa:

$$q = \sqrt{\frac{H_m - H_v}{\frac{L}{\sigma^2 \cdot \chi^2 \cdot R} + \frac{1.5}{2\,g \cdot \sigma^2}}} = \underline{\mathbf{0.02095}} \quad [m^3\,s^{-1}] \qquad q = \underline{\mathbf{20.952}} \quad [l\,s^{-1}]$$

sapendo che:
D è il diametro interno, che occorre calcolare noto il diametro nominale DN e lo spessore s:

D= DN -2s = 90 - (2 · s) =	**79.41**	[mm]
per $s = PN\ DN/(2\sigma + PN)$ =4 · 90/(2 · 32 +4) =	**5.29**	[mm]

$\sigma = \pi D^2/4$ = 3.14 / 4 · $(79.41/1000)^2$ =	***0.00495***	[m^2]
γ dalla Tab. 4 per tubazioni tecnicamente lisce =	**0.02**	
$R = \sigma / C = D/4$ =	***0.020***	[m]
χ =	***87.570***	[$m^{0.5}\,s^{-1}$]

L'equazione del moto nel caso in esame poteva risolversi direttamente per V, considerando successivamente l'equazione di continuità, essendo unica la velocità in tutta la condotta. Quando la condotta è costituita da diversi tronchi di diametro differente compaiono nell'equazione del moto tante velocità quanti sono i tronchi, cosicché, per risolvere il problema, occorre mettere in conto l'equazione di continuità.

La linea piezometrica e la linea dei carichi totali si rappresentano come nella Fig. 10.

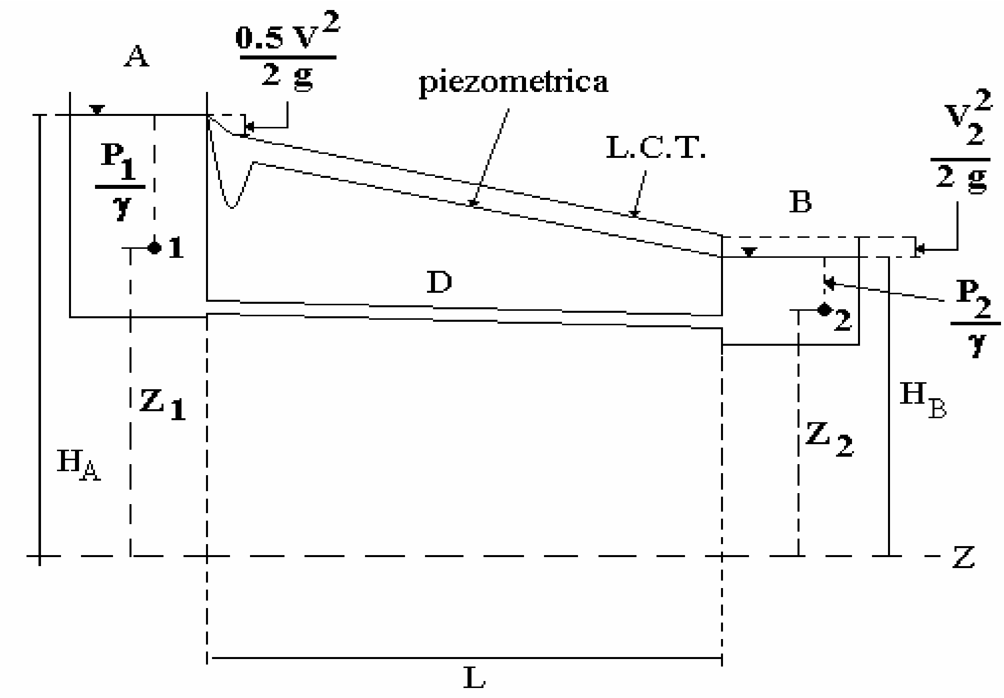


Figura 10

TAB. 4 - Coefficienti di scabrezza per le tubazioni (da Marchi e Rubatta, 1981, modificata).

Tipo di condotta	*Scabrezza omogenea equivalente* e (mm)	*Bazin* γ ($m^{1/2}$)	*Kutter* m ($m^{1/2}$)	*Gauckler-Strickler* k ($m^{1/2}\ s^{-1}$)
1 - Tubazioni tecnicamente lisce (vetro, ottone o rame trafilato, resina)	0 ÷ 0,02	0,02	—	—
2 - Tubazioni in acciaio:				
A) rivestimenti degradabili nel tempo:				
— tubi nuovi, verniciati per centrifugazione	0,05	—	—	120
— bitumati per immersione	0,10 ÷ 0,15	< 0,06	< 0,12	100
— in servizio corrente con leggera ruggine	0,2 ÷ 0,4	0,10	0,15	90
— con asfalto o catrame applicati a mano	0,5 ÷ 0,6	0,16	0,20 ÷ 0,25	85 ÷ 80
— con tubercolizzazione diffusa	1,0 ÷ 3,0	0,23	0,30 ÷ 0,35	75 ÷ 70
B) rivestimenti non degradabili				
— cemento applicato per centrifugazione	0,05 ÷ 0,15	< 0,06	< 0,12	120
3 - Tubazioni in lamiera saldata:				
— in buone condizioni	0,2 ÷ 0,3	0,10	0,15	90
— in servizio corrente, con incrostazioni	0,4 ÷ 1,0	0,16	0,20 ÷ 0,25	87 ÷ 75
4 - Tubazioni in lamiera chiodata				
— 1 fila di chiodi longitudinali	0,3 ÷ 0,4	0,10	0,18	90 ÷ 85
— 2 file di chiodi longitudinali	0,6 ÷ 0,7	0,16	0,25	85 ÷ 80
— Idem, con incrostazioni fino a	3,0	0,30	0,35	70
— 4-6 file di chiodi longitudinali	2,0	0,23	0,30	75
— 6 file di chiodi longitudinali + 4 trasversali	3,0	0,30	0,35	70
— Idem, con incrostazioni fino a	5,0	0,36	0,45	65
5 - Tubazioni in ghisa:				
A) rivestimenti degradabili nel tempo				
— nuove, rivestite intern. con bitume	0,15	0,06	0,12	100

ESERCIZIO N. 4 - Progettazione di una condotta ad unico sbocco finale a gravità

Condotta di alimentazione da una sorgente ad un abbeveratoio (Fig. 11).

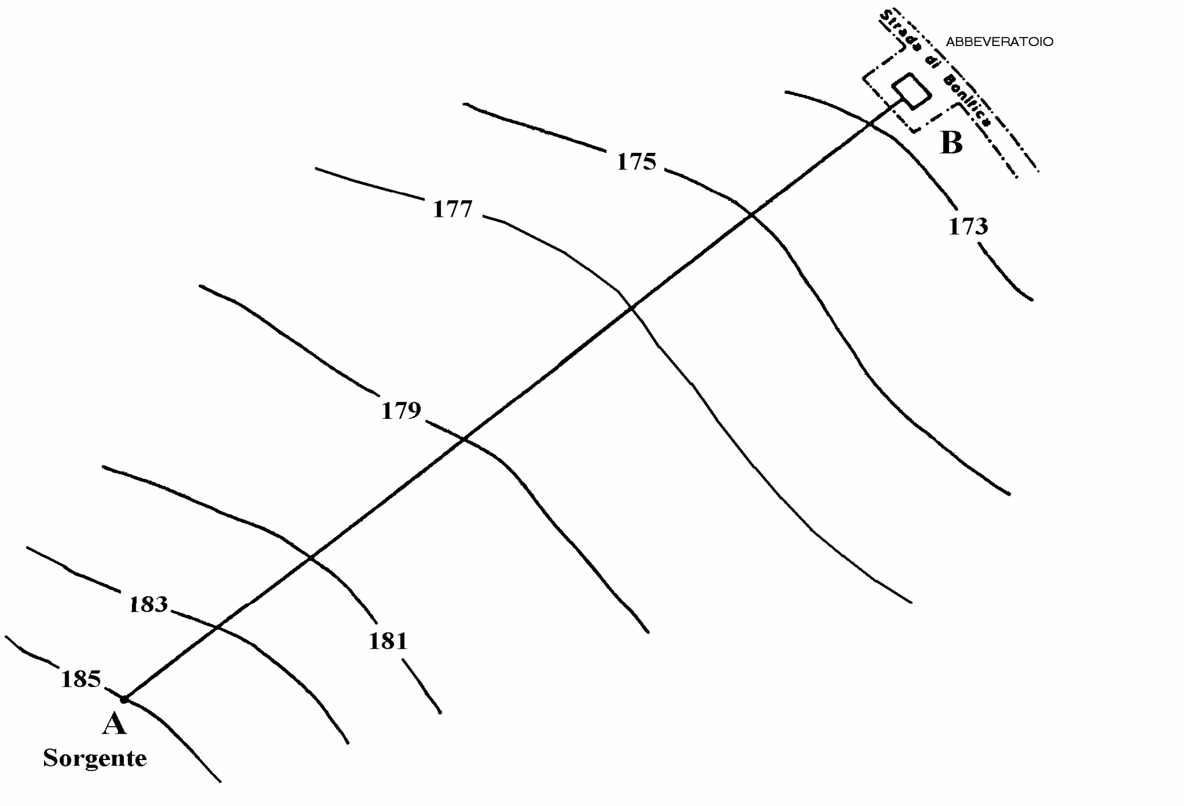


Figura 11

Determinare il diametro commerciale della condotta e tracciare la piezometrica.

Trattasi di un problema di dimensionamento delle lunghe condotte (L > 2000 D).
Prima ancora di determinare il diametro è necessario scegliere il percorso della condotta ed il tipo di materiale (acciaio, polietilene, PVC, ecc.) da adottare. Nella suddetta scelta intervengono principalmente le condizioni geologiche dei terreni da attraversare nonché considerazioni di carattere economico.

Generalmente i dati di progetto sono il carico di monte e di valle nonché le portate che si vogliono fare circolare.
Di seguito viene richiamato e risolto un caso tecnico ricorrente in cui si pone il problema del dimensionamento di una lunga condotta in pressione. A tal proposito si ricordi che:
si procederà al dimensionamento del diametro applicando l'equazione del moto tra la sezione di monte e quella di valle. Cioè:

$$H_m - H_v = Y = J \cdot L \qquad J = Y/L \qquad J = k\,Q^n/D^m$$

Dalle relazioni scritte si ricava un diametro da adottare che possiamo denominare teorico. Se il diametro teorico determinato non esiste in commercio si possono adottare le due soluzioni nel seguito denominate a) e b).

a) Condotta realizzata in unico diametro, pari al diametro commerciale immediatamente superiore a quello teorico

Tale soluzione è economicamente conveniente nel caso di modeste lunghezze e nel caso in cui esiste un diametro commerciale appena superiore a quello teorico. In tali casi è necessario dissipare il carico eccedente ΔH mediante l'inserimento di una valvola di regolazione.

$$\Delta H = Y_t - Y_c$$

dove
Y_t= perdite di carico nel diametro teorico [m]
Y_c = perdite di carico nel diametro commerciale [m]

Tale dissipazione è necessaria affinché non si prelevi dal serbatoio di presa una portata superiore a quella stabilita (ipotesi di serbatoio di presa molto grande) oppure non si stabilisca, quando la portata di progetto sia la massima disponibile (ipotesi di piccolo serbatoio di carico alimentato da una sorgente con una portata pari a quella di progetto), una condizione di movimento per cui un primo tratto della condotta funzioni a canaletta invece che in pressione con un effetto, tecnicamente temibile, di trascinamento d'aria.

b) Condotta realizzata in due tratti di diametro differente.

Precisamente si adotteranno i due diametri commerciali immediatamente superiore (D_1) ed inferiore (D_2) a quello teorico (D). Sarà quindi necessario determinare la lunghezza L_1 del tronco di condotta di diametro D_1 e quella L_2 relativa al tronco di diametro D_2.

La determinazione delle lunghezze L_1 e L_2 deve soddisfare alla condizione che, nei due tronchi di condotta, la somma delle perdite di carico continue risulti pari alla differenza tra il carico totale di monte e di valle. Tale relazione si traduce analiticamente nella seguente espressione:

$$H_m - H_v = Y = \sum_{i=1}^{N} J_i \cdot L_i = J_1 \cdot L_1 + J_2 \cdot L_2 = k\,\frac{q^n}{D_1^m}\,L_1 + k\,\frac{q^n}{D_2^m}\,L_2$$

dove con N si è indicato il numero di tronchi che, nel caso particolare, è pari a 2.

A tale espressione va associata una seconda relazione:

$$L = L_1 + L_2$$

Risolvendo il sistema delle due equazioni a due incognite si ricava il valore di queste ultime.
Dal punto di vista idraulico, l'adozione del diametro più grande nel primo o nel secondo tronco è del tutto indifferente (a meno dei casi in cui la corrente idrica risulta essere in depressione).

La soluzione del caso proposto passa attraverso la seguente schematizzazione, e si risolve come è di seguito indicato.

Assegnati la quota dei due peli liberi nella sorgente A e nell'abbeveratoio B, la lunghezza della condotta L ed il tipo di materiale della condotta, si determini il diametro della condotta per fissata portata q da convogliare.

Caso a)

Siano dati:

Variabile	Valore	Unità di misura	
H_A =	***185***	[m]	(quota del pelo libero del serbatoio A rispetto ad un piano di riferimento orizzontale - Vedi Fig. 12)
H_B =	***172***	[m]	(quota del pelo libero dell'abbeveratoio B rispetto al piano di riferimento orizzontale fissato in precedenza)

L =	***2.0***	[km]	(proiezione della lunghezza della condotta sul piano orizzontale)
q =	***3.9***	[l s^{-1}]	(portata da convogliare)
materiale =	***PVC***		polivinilcloruro
PN =	***6***	[bar]	pressione nominale della tubazione
σ =	***100***	[kg cm^{-2}]	coefficiente di resistenza a trazione

Applicando l'equazione del moto tra A e B si ottiene:

$$H_A - H_B = Y = J \cdot L$$ quindi

J = Y/L = (185 - 172)/2 = ***6.5*** [m km^{-1}]

Applicando la formula di DE MARCHI-MARCHETTI si ottiene un valore del diametro teorico D_T pari a:

$$D_T = \left(9.24 \cdot 10^8 \frac{q^{1.81}}{J}\right)^{(1/4.8)} = \mathbf{83.4} \quad \text{[mm]}$$

Con riferimento alla TABELLA 2 dei richiami teorici, il diametro commerciale più vicino è il DN 90 mm; proviamo a calcolare il diametro interno:

per DN = ***90*** [mm]

D= DN - 2s = 90 - (2 · s) = ***84.76*** [mm]
per s= PN DN/(2 s +PN) = 6 · 90/(2 · 100 +6) = ***2.62*** [mm]

Il diametro commerciale 90 mm è molto vicino al diametro teorico, quindi la condotta si può realizzare in un unico diametro (caso a)
Il carico da dissipare sarà pari a:

$\Delta H = Y_t - Y_c = Y_t - J_c \cdot L = (185\text{-}172) - (9.24 \cdot 10^{8} \cdot 3.9^{1.81}/84.76^{4.8}) \cdot 2 = m$ ***0.94***

Caso b)
Siano dati:

Variabile	Valore	Unità di misura	
H_A =	***180***	[m]	(quota del pelo libero del serbatoio A rispetto ad un piano di riferimento orizzontale - Vedi Fig. 12)
H_B =	***172***	[m]	(quota del pelo libero dell'abbeveratoio B rispetto al piano di riferimento orizzontale fissato in precedenza)
L =	***2.0***	[km]	(proiezione della lunghezza della condotta sul piano orizzontale)
q =	***1.7***	[l s^{-1}]	(portata da convogliare)
materiale =	***PVC***		polivinilcloruro
PN =	***6***	[bar]	pressione nominale della tubazione
σ =	***100***	[kg cm^{-2}]	coefficiente di resistenza a trazione

$$H_A - H_B = Y = J \cdot L$$ quindi

J = Y/L = (180 - 172)/2 = ***4.0*** [m km^{-1}]

Applicando la formula di DE MARCHI-MARCHETTI si ottiene un valore del diametro teorico D_T pari a:

$$D_T = \left(9.24 \cdot 10^8 \ \frac{q^{1.81}}{J}\right)^{(1/4.8)} = \underline{\mathbf{67.5}} \qquad [\text{mm}]$$

Con riferimento alla Tab. 2 si deduce che tale diametro è compreso tra i due diametri comerciali DN_1 e DN_2 che assumono i seguenti valori:

DN_1 = ***63*** [mm]
DN_2 = ***75*** [mm]

i cui diametri interni sono:

$D_1 = DN_1 - 2s = 63 -(2 \cdot s) =$	***59.33***	[mm]
per $s = PN\ DN/(2\,s + PN) = 6 \cdot 63/(2 \cdot 100 +6) =$	***1.83***	[mm]
$D_2 = DN_2 - 2s = 75 - (2 \cdot s) =$	***70.63***	[mm]
per $s = PN\ DN/(2\,s + PN) = 6 \cdot 75/(2 \cdot 100 +6) =$	***2.18***	[mm]

I valori delle corrispondenti cadenti piezometriche J_1 e J_2, per la portata assegnata q, risultano:

$J_1 = 9.24 \cdot 10^8 \cdot 1.7^{1.81}/59.33^{4.8} =$ ***7.43*** $[\text{m km}^{-1}]$
$J_2 = 9.24 \cdot 10^8 \cdot 1.7^{1.81}/70.63^{4.8} =$ ***3.22*** $[\text{m km}^{-1}]$

La determinazione delle lunghezze L_1 e L_2 si può effettuare risolvendo il seguente sistema di due equazioni:

$$\begin{cases} H_A - H_B = (J_1 \cdot L_1) + (J_2 \cdot L_2) \\ L = L_1 + L_2 \end{cases}$$

La risoluzione di tale sistema con il metodo della sostituzione conduce alla seguente espressione per il calcolo di L_2:

per

$$L_1 = L - L_2$$
$$H_A - H_B = J_1\,(L-L_2) + J_2\,L_2$$
$$H_A - H_B = J_1 L - J_1 L_2 + J_2\,L_2$$

$$L_2 = \frac{(J_1 \cdot L) - H_A + H_B}{J_1 - J_2} = \underline{\mathbf{1.63}} \qquad [\text{km}]$$

da cui, utilizzando la seconda equazione del sistema, è immediato il calcolo di L_1:

$$L_1 = L - L_2 = \underline{\mathbf{0.37}} \qquad [\text{km}]$$

Analogamente si possono risolvere altri casi tecnici nei quali ricorre la determinazione del diametro da adottare in una lunga condotta.

Le linee piezometriche, coincidenti con quelle dei carichi totali, per i due casi di condotta ad unico diametro e di condotta di due diametri, sono riportate nella Fig. 12.

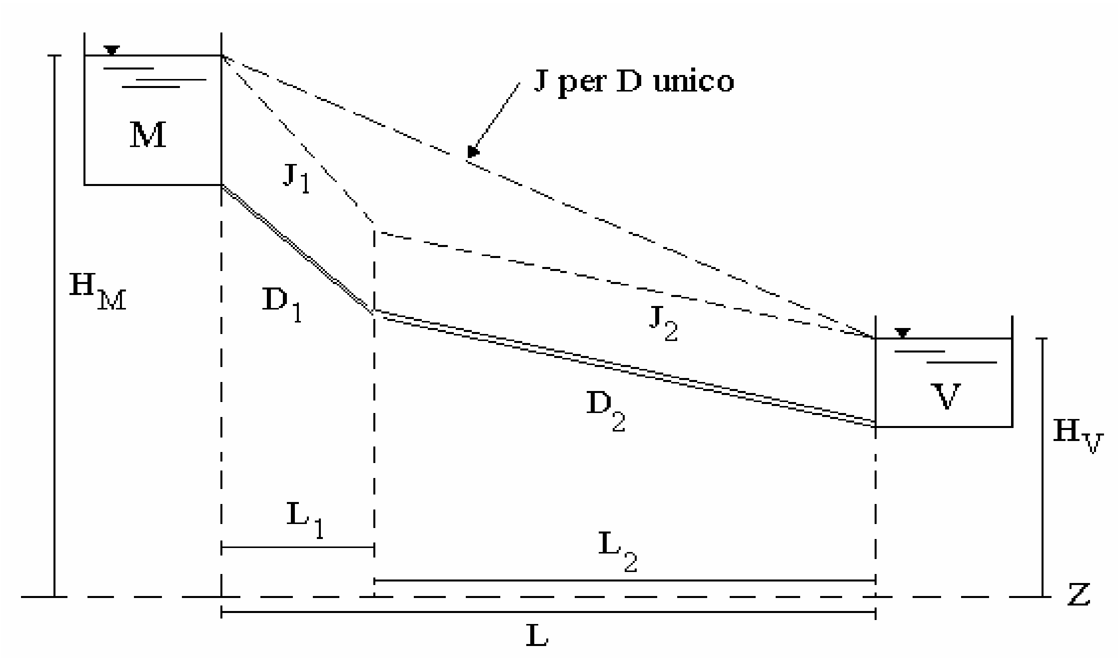


Figura 12 - Linee piezometriche nei due casi

ESERCIZIO N. 5 - Progettazione di una condotta ad unico sbocco finale a gravità, con pressione a valle maggiore della pressione atmosferica

Condotta di alimentazione da una vasca di accumulo aziendale A ad un impianto di irrigazione B (Fig. 13).

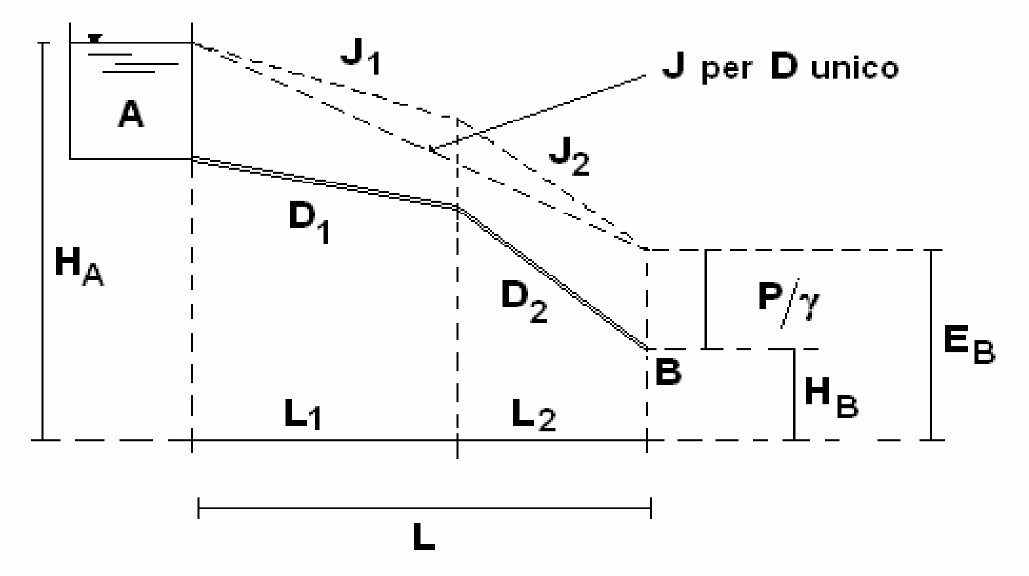


Figura 13

Determinare il diametro teorico D ed il diametro commerciale della condotta schematizzata in Fig. 13 qualora si richieda una pressione di esercizio nel punto B pari a P_B. Siano note le caratteristiche del materiale costituente la condotta (acciaio), la portata Q e le quote del serbatoio A e del punto B.

Siano dati:

Variabile Valore	Unità di misura	
H_A = ***160***	[m]	(quota del pelo libero del serbatoio A rispetto ad un piano di riferimento orizzontale)
H_B = ***50***	[m]	(quota del punto B rispetto al piano di riferimento orizzontale fissato in precedenza)
L = ***2.4***	[km]	(lunghezza della condotta nel tratto AB)
q = ***15***	[$l\ s^{-1}$]	(portata di progetto)
P_B/γ = ***25***	[m]	(carico di esercizio nel punto B)

Si ricorda che, trattandosi di condotte in acciaio, l'espressione della cadente J (parametro che rappresenta, da un punto di vista energetico, la perdita di energia per unità di peso del liquido e per unità di percorso e, da un punto di vista geometrico, l'abbassamento della linea dei carichi totali per unità di percorso), secondo SCIMEMI-VERONESE, si scrive:

$J = k\, Q^n/D^m$

avendo indicato con D il diametro della condotta;
con k, m ed n i coefficienti caratteristici dell'espressione che assumono i seguenti valori:

k = ***6.81.E+08*** m = ***4.71*** n = ***1.82***

Il carico energetico disponibile nel punto A è pari a: $E_A = H_A =$ ***160*** [m]

Il carico nel punto B sarà invece: $E_B = H_B + P_B/\gamma =$ ***75*** [m]

avendo trascurato il termine cinetico $V^2_B/2g$ in quanto in presenza di lunga condotta.

Applicando il teorema di Bernoulli in forma generalizzata dal punto A al punto B possiamo scrivere:

$E_A - E_B = Y = J \cdot L$ $J = Y/L = (160 - 75)/2.4 =$ ***35.42*** [m km^{-1}]

Essendo la condotta in acciaio, si ricava il diametro teorico D_T invertendo la formula di Scimemi-Veronese:

$D_T = (6.81 \cdot 10^8\, Q^{1.82}/J)^{(1/4.71)} = (6.81 \cdot 10^8 \cdot 15^{1.82}/35.42)^{(1/4.71)} =$ ***100.2*** [mm]

Con riferimento alla Tab. 1 si deduce che tale diametro è molto vicino al DN 100 mm (diametro interno 100.5 mm); sicchè è possibile realizzare la condotta in un unico diametro (similmente al caso **a** dell'esercizio n. 4).
Per il diametro interno commerciale paria a ***100.5*** [mm] il carico da dissipare sarà pari a:

$\Delta H = Y_t - Y_c = Y_t - J_c \cdot L = (160 - 75) - [(6.81 \cdot 10^8 \cdot 15^{1.82}/100.5^{4.71}) \cdot 2.4] = m$ ***1.12***

Se non vengono inseriti meccanismi dissipatori dell'energia in eccesso (1.12 m) la pressione nel punto B sarà pari a 26.12 m invece che a 25 m.
L'energia in eccesso può essere dissipata o tramite regolatore di pressione o tramite una saracinesca parzialmente chiusa in maniera da provocare una perdita di carico localizzata pari a 1.12 m.

ESERCIZIO N. 6 - Progettazione di una lunga condotta con sbocchi equidistanti e di uguale portata.

L'esempio fa riferimento ad un'ala irrigua, ossia ad una condotta che eroga acqua al terreno tramite una serie n di erogatori di uguale portata q posti ad una interdistanza d costante.

In questo caso sono noti la portata media di ciascun irrigatore e l'interdistanza degli stessi sull'ala. Si vuole determinare il diametro dell'ala.

Il criterio di dimensionamento è in questo caso basato sul principio di garantire una certa uniformità di pressione fra i diversi irrigatori funzionanti contemporaneamente. Nella comune pratica irrigua si ritengono accettabili differenze massime di pressione D dell'ordine del 20% della pressione massima H_{max}.

Se si considera l'ala piovana una lunga condotta, e su terreno pianeggiante, le perdite di carico totali (p.d.c.) sono date da:

$$Y = D H = 20\,\%\ H_{max} = S\ y_i = S\ J_i\ L_i \qquad \textbf{(16)}$$

dove:

H_{max} = pressione al primo irrigatore [m]

$\Sigma\ y_i$ = sommatoria delle perdite di carico continue nei diversi tratti della condotta [m]

Dalla (15) dell'esercizio n. 2:

$$Y = J \cdot L \cdot F \quad \longrightarrow \quad J = Y / L \cdot F \qquad \textbf{(15)}$$

e per $J = (9.24 \cdot 10^{8} \cdot Q^{1.81} / D^{4.8})$

si può ricavare il diametro interno teorico dell'ala:

$$D = (9.24 \cdot 10^{8} \cdot Q^{1.81} / J)^{(1/4.8)} \qquad \textbf{(17)}$$

dove:

Q = portata entrante nell'ala = $n \cdot q$ [l s^{-1}]

n = numero di erogatori sull'ala

q = portata media del singolo erogatore [l s^{-1}]

L = lunghezza totale dell'ala = $n \cdot d$ [km]

d = interdistanza tra gli erogatori sull'ala [km]

D = diametro interno della tubazione [mm]

F = fattore di riduzione delle perdite di carico continue, che tiene conto del fatto che la portata entrante nell'ala Q non percorre tutta la lunghezza L ma va diminuendo nel senso del moto

Nel caso specifico si chiede di determinare il diametro commerciale di un'ala irrigua da interrare portante 12 irrigatori per aspersione.

Siano dati:

variabile	valore	unità di misura	
materiale	**PVC**		polivinilcloruro
PN	**6**	[bar]	pressione nominale della tubazione
σ	**100**	[kg cm^{-2}]	coefficiente di resistenza a trazione

q	**0.30**	[$l\ s^{-1}$]	portata di un irrigatore
d	**15**	[m]	interdistanza tra gli irrigatori
n	**12**		numero di irrigatori sull'ala
H_{max}	**30**	[m]	pressione al primo irrigatore dell'ala
F	**0.399**		fattore di riduzione (vedi Tab. 3)

Il caso si risolve applicando le equazioni (16), (15) e (17) sopra riportate.

$Y = \Delta H = 20\ \%\ H_{max} = (20/100) \cdot 30 =$ ***6*** [m]

$J = Y / L \cdot F = 6/(0.18 \cdot 0.399) =$ ***83.54*** [$m\ km^{-1}$]

per:

$L = d \cdot n = (15/1000) \cdot 12 =$ ***0.18*** [km]

$D_t = (9.24 \cdot 10^8 \cdot Q^{1.81}/J)^{(1/4.8)}$ **47.56** [mm]

per:

$Q = n \cdot q = 12 \cdot 0.3 =$ ***3.60*** [$l\ s^{-1}$]

Il diametro commerciale *DN* immediatamente superiore a quello teorico D_T è:

63 [mm]

il cui diametro interno è:

$D = DN - 2s = 63 - (2 \cdot s) =$ ***59.33*** [mm]

per $s = PN\ DN/(2\sigma + PN) = 6 \cdot 63/(2 \cdot 100 + 6) =$ ***1.83*** [mm]

Essendo il diametro interno commerciale maggiore di quello teorico, è automaticamente verificato che le perdite di carico sono inferiori a quelle ipotizzate; quindi l'ala piovana sarà realizzata in **PVC PN 6, DN 63 mm.**

Tabella 3 - Valori del fattore di riduzione F delle perdite di carico continue

Numero di tratti a portata diversa		F	Numero di tratti a portata diversa		F
1		1.000	15		0.390
2		0.643	16		0.388
3		0.539	17		0.386
4		0.490	18		0.384
5		0.462	19		0.383
6		0.438	20		0.381
7		0.430	21		0.380
8		0.421	22		0.379
9		0.413	23		0.378
10		0.407	24		0.377
11		0.403	25		0.376
12		0.399	26-27		0.375
13		0.395	28		0.374
14		0.392	29-30		0.373

ESERCIZIO N. 7 - Verifica di una lunga condotta servita da impianto di sollevamento

Condotta semplice che adduce acqua da un pozzo ad una vasca. Il pelo libero dell'acqua nel pozzo è a quota geometrica inferiore rispetto a quella del pelo libero nella vasca (Fig. 14).

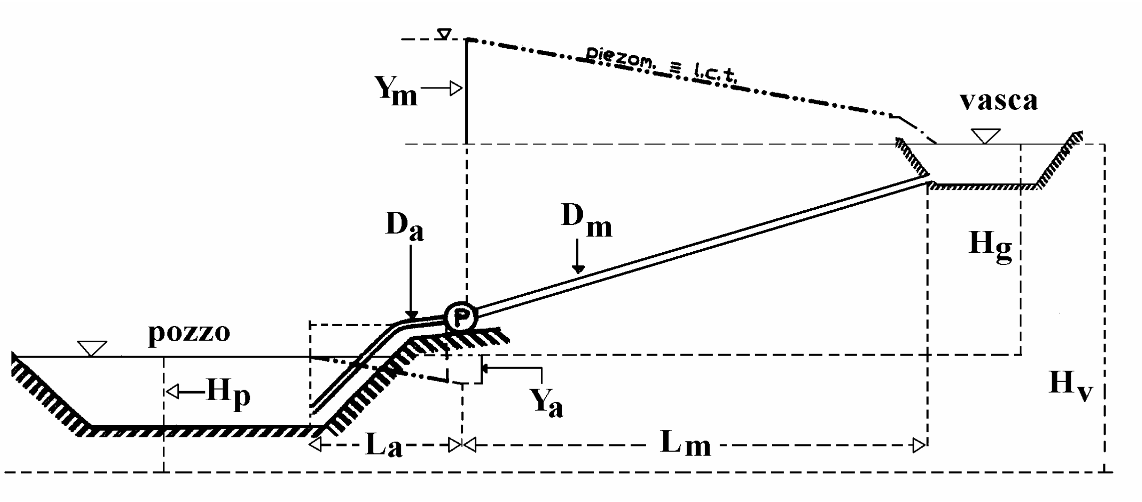


Figura 14

In questo caso è necessario utilizzare una pompa che ceda energia meccanica alla corrente.

Sono noti la portata Q da sollevare, le quote dei peli liberi di partenza H_p e di arrivo H_v, i diametri ed i materiali delle tubazioni di aspirazione D_a e di mandata D_m.

E' da determinare il tipo di pompa e la potenza W del motore da accoppiare ad essa.

Le pompe più utilizzate in agricoltura sono quelle centrifughe, da accoppiare a motori termici o elettrici.

La potenza W è data da:

$W = Q\,H_t \,/\, m$ [kg m s^{-1}] oppure

$W = Q\,H_t \,/\, (m\ 75)$ [CV] oppure

$W = Q\,H_t \,/\, (m\ 102)$ [kW]

con:

Q = portata da sollevare [l s^{-1}]
H_t = prevalenza totale [m]

La prevalenza totale H_t è la differenza H_u-H_e fra i carichi totali posseduti dalla corrente nella sezione di uscita e di ingresso della pompa; si calcola come:

$$H_t = Y_a + Y_m + H_g$$

con:
Y_a = perdite di carico nella condotta di aspirazione [m]
Y_m = perdite di carico nella condotta di mandata [m]
H_g = prevalenza geodetica [m]

$$H_g = H_v - H_p$$

con :
H_v = quota del pelo libero della vasca [m]
H_p = quota del pelo libero nel pozzo [m]

Nel caso in esame si vuole determinare la potenza di un motore elettrico da accoppiare ad una pompa centrifuga.

Siano dati:

variabile	valore	unità di misura	
H_v	***80***	[m s.l.m.]	quota del pelo libero nella vasca
H_p	***30***	[m s.l.m.]	quota del pelo libero nel pozzo
q	***10***	[l s^{-1}]	portata da sollevare
m	***0.60***		
			rendimento del gruppo motore-pompa
condotta di aspirazione			
materiale	**acciaio**		
D_a	***100***	[mm]	diametro nominale
L_a	***7***	[m]	lunghezza
condotta di mandata			
materiale	**PVC**		
D_m	***110***	[mm]	diametro nominale
s	***3.20***	[mm]	spessore (= (PN $\cdot$ D_m)/(2 σ +PN))
D_{intm}	***104***	[mm]	diametro interno calcolato come: $D_{intm} = D_m - 2 \cdot s$
L_m	***850***	[m]	lunghezza
PN	***6***	[bar]	pressione nominale della tubazione
s	***100***	[kg cm^{-2}]	coefficiente di resistenza a trazione

La potenza W, in kW, è data da:

$$W = Q\,H_t\,/\,(m\;102) = 10\,\cdot\,60.87\,/\,(0.6\,\cdot\,102) = \quad \underline{\mathbf{9.9}} \quad [\mathrm{kW}]$$

dove: $\quad H_t = Y_a + Y_m + H_g = 0.12 + 10.75 + 50 = \quad \underline{\mathbf{60.87}} \quad [\mathrm{m}]$

con:

$Y_a = J_a \cdot L_a$, ossia, ricordando che la cadente J per le condotte di acciaio si calcola con la formula di Scimemi-Veronese:

$$Y_a = (6.81 \cdot 10^8 \cdot Q^{1.82} / D_a^{4.71}) \cdot L_a =$$

$$= (6.81 \cdot 10^8 \cdot 10^{1.82} / 100^{4.71}) \cdot (7/1000) = \quad \underline{\mathbf{0.12}} \quad [\mathrm{m}]$$

$Y_m = J_m \cdot L_m$, ossia, ricordando che la cadente J per le condotte di PVC si calcola con la formula di De Marchi-Marchetti:

$$Y_m = (9.24 \cdot 10^8 \cdot Q^{1.81} / D_{intm}^{4.8}) \cdot L_m =$$

$$= (9.24 \cdot 10^8 \cdot 10^{1.81} / 104^{4.8}) \cdot (850/1000) = \quad \underline{\mathbf{10.75}} \quad [\mathrm{m}]$$

$$H_g = H_v - H_p = 80 - 30 = \quad \underline{\mathbf{50}} \quad [\mathrm{m}]$$

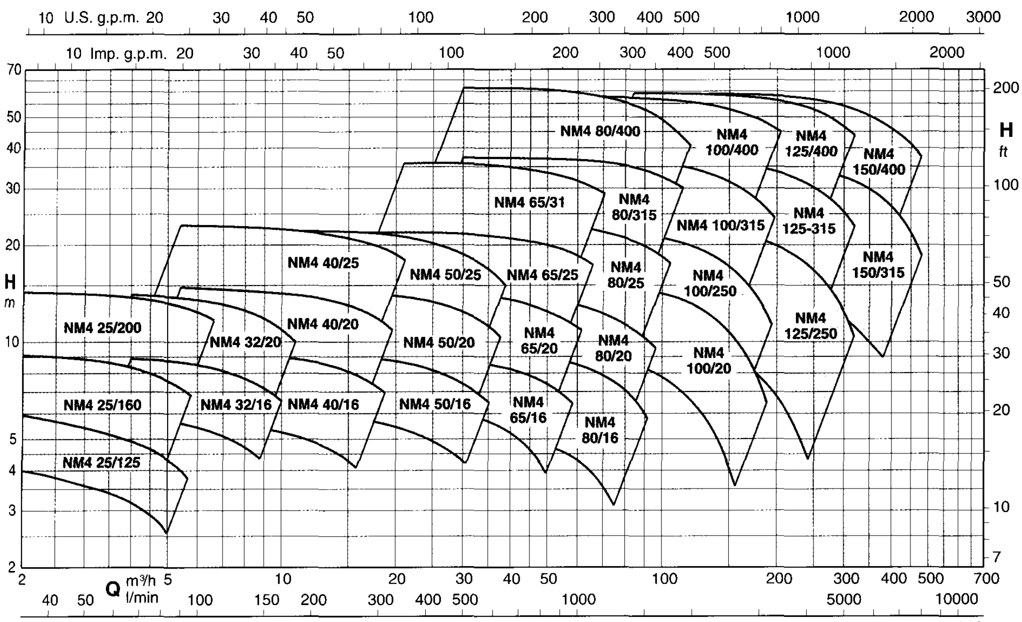


Figura 15

La Fig. 15 riporta le curve caratteristiche (portata, Q - Prevalenza, H) di diversi modelli di pompa, tra i quali è possibile scegliere quello la cui coppia Q-H viene fornita con il rendimento μ massimo. Il modello ottimale nel caso esemplificato è NM4 80/400 (poiché Q = 10 · 60 = 600 l min^{-1} e Ht = 61 m)

ESERCIZIO N. 8 - Progettazione di una lunga condotta servita da impianto di sollevamento

Condotta semplice che adduce acqua da un pozzo ad un impianto di irrigazione. Il pelo libero dell'acqua nel pozzo è a quota geometrica inferiore rispetto alla quota piezometrica della sezione di sbocco della condotta di mandata.

In questo caso è necessario utilizzare una pompa che ceda energia meccanica alla corrente.

Sono noti la portata Q da sollevare, le quote piezometriche del pelo libero di partenza H_p e della sezione di sbocco H_v.

La quota piezometrica della sezione di sbocco H_v è data dalla somma della sua altezza geometrica e della pressione necessaria al funzionamento dell'impianto irriguo H_e.

Sono da determinare il tipo di pompa e la potenza W del motore da accoppiare ad essa, nonchè i diametri delle condotte di aspirazione e di mandata D_a e D_m.

Le pompe più utilizzate in agricoltura sono quelle centrifughe, da accoppiare a motori termici o elettrici.

La potenza W è data da:

$W = Q\, H_t \,/\, m$	[kg m s^{-1}]	oppure
$W = Q\, H_t \,/\, (m\ 75)$	[CV]	oppure
$W = Q\, H_t \,/\, (m\ 102)$	[kW]	

con:
Q = portata da sollevare [l s^{-1}]
H_t = prevalenza totale [m]

La prevalenza totale H_t è la differenza H_u-H_e fra i carichi totali posseduti dalla corrente nella sezione di uscita e di ingresso della pompa; si calcola come:

$$H_t = Y_a + Y_m + H_g$$

con:
Y_a = perdite di carico nella condotta di aspirazione [m]
Y_m = perdite di carico nella condotta di mandata [m]
H_g = prevalenza geodetica [m]

$H_g = H_v - H_p$ con :
H_v = quota piezometrica nella sezione di sbocco della condotta [m]
H_p = quota del pelo libero nel pozzo [m]

Il problema si presenta indeterminato, dato che esistono molteplici soluzioni, tutte buone dal punto di vista tecnico.

Si può infatti scegliere un diametro qualsiasi, dato che esisterà sempre una pompa in grado di garantire il sollevamento della portata prefissata.

Bisogna però ricordare che:

- occorre mantenere la velocità nelle condotte a livelli < 2 m s^{-1} per limitare le eventuali sovrappressioni da colpo di ariete

- la scelta del diametro non è indifferente dal punto di vista economico

Il diametro ottimale dal punto di vista economico sarà quello che presenta il minor costo totale.

Il **costo annuo totale** di un impianto di sollevamento è composto da:

- **costi fissi,** dati dalle quote di ammortamento della pompa e della condotta; crescenti al crescere del diametro

- **costi variabili**, dati dai costi annui per l'acquisto dell'energia; dipendono dal costo unitario dell'energia, dalla potenza impegnata e dal numero di ore annue di funzionamento; sono decrescenti al crescere del diametro.

La somma dei due tipi di costi presenta un minimo in corrispondenza di un **diametro** detto **di massima convenienza economica** che viene quindi adottato come soluzione di progetto (Fig. 16).

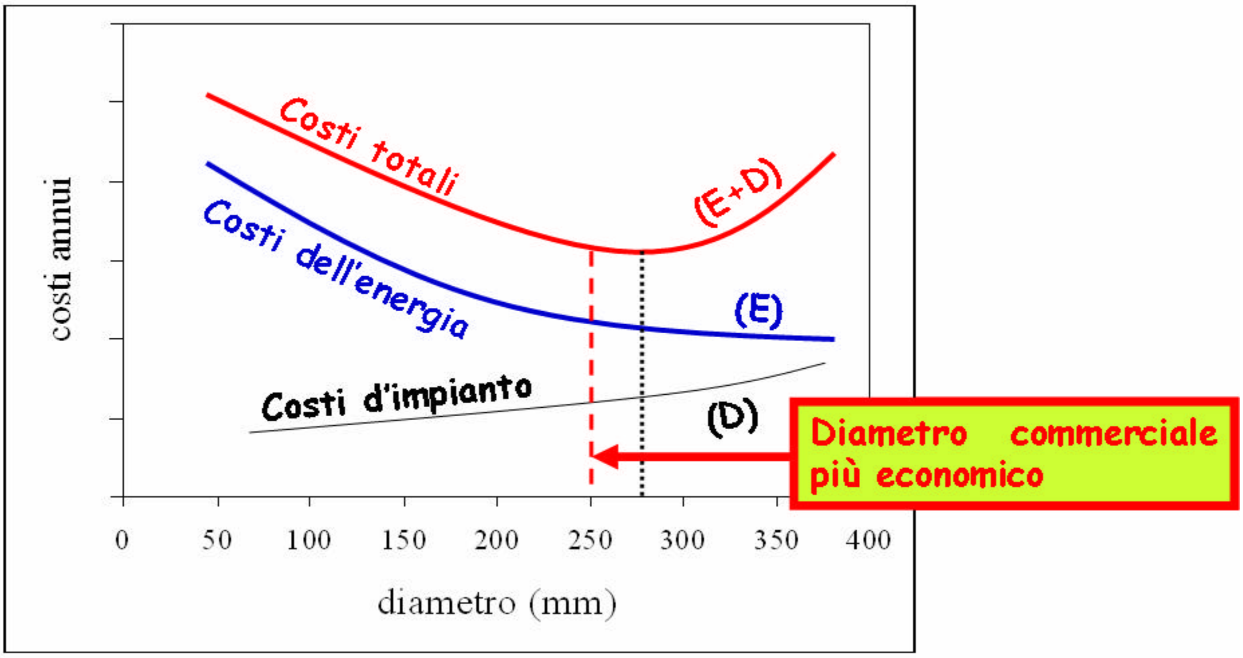


Figura 16

Nel caso in esame si vuole determinare il diametro di massima convenienza, nell'ipotesi di realizzare la condotta di aspirazione e di mandata dello stesso diametro ed in PVC, e la potenza di un motore elettrico da accoppiare ad una pompa centrifuga.

Siano dati:

variabile	valore	unità di misura	
H_z	**70**	[m s.l.m.]	quota geometrica di sbocco della condotta nell'impianto irriguo
H_e	**35**	[m]	carico di esercizio dell'impianto irriguo
H_v	**105**	[m s.l.m.]	quota piezometrica della sezione di sbocco della condotta, data da H_z+H_e
H_p	**30**	[m s.l.m.]	quota del pelo libero nel pozzo
L_m	**1.00**	[km]	lunghezza condotta di mandata
L_a	**0.01**	[km]	lunghezza condotta di aspirazione
q	**10**	[l s^{-1}]	portata da sollevare
o	**600**	[h]	ore annue di funzionamento dell'impianto
CE	**0.10**	[Euro $kW^{-1}h^{-1}$]	costo unitario energia elettrica
r	**0.05**		tasso di interesse
n	**20**	[anni]	durata economica della tubazione
C_m	**0.02**		coefficiente di manutenzione
m	**0.60**		rendimento del gruppo motore-pompa

Costi tubazioni in PVC PN 6

DN 75	**1.81**	[Euro m^{-1}]	
DN 90	**2.27**	[Euro m^{-1}]	
DN 110	**3.46**	[Euro m^{-1}]	
DN 125	**4.34**	[Euro m^{-1}]	
PN	**6**	[bar]	pressione nominale della tubazione
s	**100**	[kg cm^{-2}]	coefficiente di resistenza a trazione

Dato che per calcolare la potenza è necessario conoscere le perdite di carico e, quindi, il diametro della condotta, procediamo al calcolo del diametro ottimale.

Il diametro ottimale si calcola per tentativi, ipotizzando diversi diametri, calcolando per ognumo il costo totale e scegliendo il diametro di minor costo totale.

Per ridurre al minimo i tentativi si può calcolare il diametro cui corrisponde una velocità di 1.5 m s^{-1} e, quindi, calcolare i costi totali per tre diametri: uno vicino a quello così trovato, uno immediatamente superiore ed uno immediatamente inferiore.

Utilizzando l'equazione di continuità ($Q = A \cdot V$), l'equazione per il calcolo dell'area della sezione circolare ($A = 1/4 \cdot p \cdot D^2$) e con gli opportuni passaggi di unità di misura, il diametro di prima approssimazione D sarà pari a:

$$D = 29 * Q^{0.5} = 29 * 10^{0.5} = \mathbf{91.71} \quad \text{[mm]}$$

Scegliamo tre diametri di primo tentativo:

DN_1	**75**	s_1	**2.18**	Di_1	**70.63**
DN_2	**90**	s_2	**2.62**	Di_2	**84.76**
DN_3	**110**	s_3	**3.20**	Di_3	**103.59**

dove:

s [mm] = spessore = $PN \cdot DN/(2\ s\ +PN)$

Di [mm] = diametro interno = $DN - 2s$

Calcoliamo le perdite di carico distribuite corrispondenti ai tre diametri

J_{75}	**80**	Y_{75}	**80**
J_{90}	**33**	Y_{90}	**33**
J_{110}	**13**	Y_{110}	**13**

dove:

J [m km^{-1}] = perdite di carico unitarie, calcolate con la formula di De Marchi-Marchetti $J = 9.24 \cdot 10^{8} \cdot Q^{1.81}/Di^{4.8}$

Y [m] = perdite di carico = $J \cdot$ *Lunghezza della condotta* in km

Calcoliamo i costi annui dell'energia necessaria per vincere le perdite di carico nella condotta, in Euro

C_{75}	**780**	$C = [Y \cdot Q/(\mu \cdot 102)] \cdot o \cdot CE$ dove:
C_{90}	**325**	Y = perdite di carico [m]
C_{110}	**124**	Q = portata [l s^{-1}]

μ = rendimento motore-pompa

o = ore annue di funzionamento

CE = costo unitario energia [Euro kW^{-1} h^{-1}]

Calcoliamo il coefficiente di ammortamento Ca

$Ca = r\ (1+r)^{n}/(1+r)^{n} -1 =$ **0.08**

con:

r = saggio di interesse

n = durata della tubazione

Calcoliamo le quote annue di ammortamento e manutenzione A

A_{75}	**181**	[Euro]
A_{90}	**228**	[Euro]
A_{110}	**347**	[Euro]

dove $A = (Ca + Cm) \cdot p \cdot L$

con:

Ca = coefficiente di ammortamento

Cm = coefficiente di manutenzione

p = prezzo unitario della condotta [Euro m^{-1}]

L = lunghezza della condotta [m]

Calcoliamo il costo annuo complessivo $CC = C + A$ (costo dell'energia + costo di ammortamento e manutenzione)

CC_{75}	**961**	[Euro]
CC_{90}	**553**	[Euro]
CC_{110}	**471**	[Euro]

Se il costo minimo fosse stato quello del diametro centrale (90 mm) la scelta sarebbe caduta su questo; ma, considerato che il costo minimo corrisponde al

diametro maggiore dei tre, non è detto che il diametro ancora maggiore (125 mm) non sia più conveniente.

Ripetiamo allora il procedimento per il diametro **125** [mm]

s	**3.64**	[mm]
Di	**117.72**	[mm]
J_{125}	**6.85**	[m km^{-1}]
Y_{125}	**6.85**	[m]
C_{125}	**67**	[Euro]
A_{125}	**435**	[Euro]
CC_{125}	**502**	[Euro]

Essendo il costo complessivo maggiore per il DN 125 si sceglie il DN 110.

Calcoliamo la potenza del motore da accoppiare alla pompa.
La potenza W, in kW, è data da:

$$W = Q\,H_t /(m \cdot 102) = 10 \cdot 87.78 /(0.6 \cdot 102) = \qquad \mathbf{14.3} \quad \text{[kW]}$$

dove: $H_t = Y_a + Y_m + H_g = 12.78 + 75 =$ **87.78** [m]

con:

$$Y_a + Y_m = (J_a \cdot L_a + J_m \cdot L_m)$$

per $D_a = D_m$; $J_a = J_m$; $Y_a + Y_m = J_a \cdot (L_a + L_m)$

ricordando che la cadente J per le condotte di PVC si calcola con la formula di De Marchi-Marchetti:

$$Y_a + Y_m = (6.81 \cdot 10^8 \cdot Q^{1.81}/D_a^{4.8}) \cdot (L_a + L_m) =$$

$$= (9.24 \cdot 10^8 \cdot 10^{1.81}/103.59^{4.8}) \cdot (0.01+1) = \qquad \mathbf{12.78} \quad \text{[m]}$$

$$H_g = H_v - H_p = 105 - 30 \qquad \mathbf{75} \quad \text{[m]}$$

2.2 - Efflusso da luci (Foronomia)

2.2.1 - Richiami di teoria

- Chiamansi ***luci a battente*** i fori il cui contorno giace tutto al di sotto del pelo liquido a monte. Il dislivello tra il pelo libero a monte ed il punto più alto del contorno prende il nome di battente, mentre il carico è il dislivello tra pelo liquido a monte e baricentro della luce.

Si parla di luce a battente libera quando la vena liquida sbocca nell'atmosfera.

La velocità media nella sezione contratta è in tale caso:

$$V = \sqrt{2\,g\,h}$$

essendo h il carico sul baricentro della luce.

Nelle bocche a battente di tipo libero, di piccola altezza rispetto al battente, senza velocità di arrivo, l'espressione generale della portata assume la forma:

$$Q = \mu\,\sigma\,\sqrt{2\,g\,h}$$

dove μ è un coefficiente sperimentale di efflusso dipendente dal tipo di luce e dalle condizioni di funzionamento (valore di prima approssimazione 0.61) e σ è l'area della luce.

Per luci rigurgitate, cioè con vena liquida che sbocca all'interno di altro liquido, senza velocità di arrivo e di deflusso, l'espressione della portata sarà:

$$Q = \mu\,\sigma\,\sqrt{2\,g\,h_m}$$

avendo indicato con h_m il dislivello tra pelo liquido a monte ed a valle della luce.

Nelle bocche a battente parzialmente rigurgitate la portata è uguale alla somma delle portate relative alla parte libera della luce e alla parte rigurgitata.

- Chiamansi ***luci a stramazzo*** quelle il cui contorno è superiormente aperto.

Gli stramazzi possono essere in parete sottile e in parete grossa.

Gli stramazzi più noti sono quello Bazin, a soglia rettangolare, a contrazione soppressa sui lati (ossia la larghezza dello stramazzo è pari a quella del canale) e lo stramazzo Thompson, a soglia triangolare, con vertice in basso.

L'espressione della portata per una luce a stramazzo del tipo Bazin (rettangolare) è:

$$Q = \mu_0\,L\,h\,\sqrt{2\,g\,h}$$

essendo L la larghezza della soglia sfiorante ed h il carico sulla soglia, misurato in una sezione, a monte dello stramazzo, in cui non si risente più la contrazione della vena.

Per quanto riguarda lo stramazzo tipo Thompson (triangolare), l'espressione della portata assume la forma:

$$Q = \mu_0 \, h^2 \sqrt{2 \, g \, h}$$

essendo h il carico sul vertice dello stramazzo.

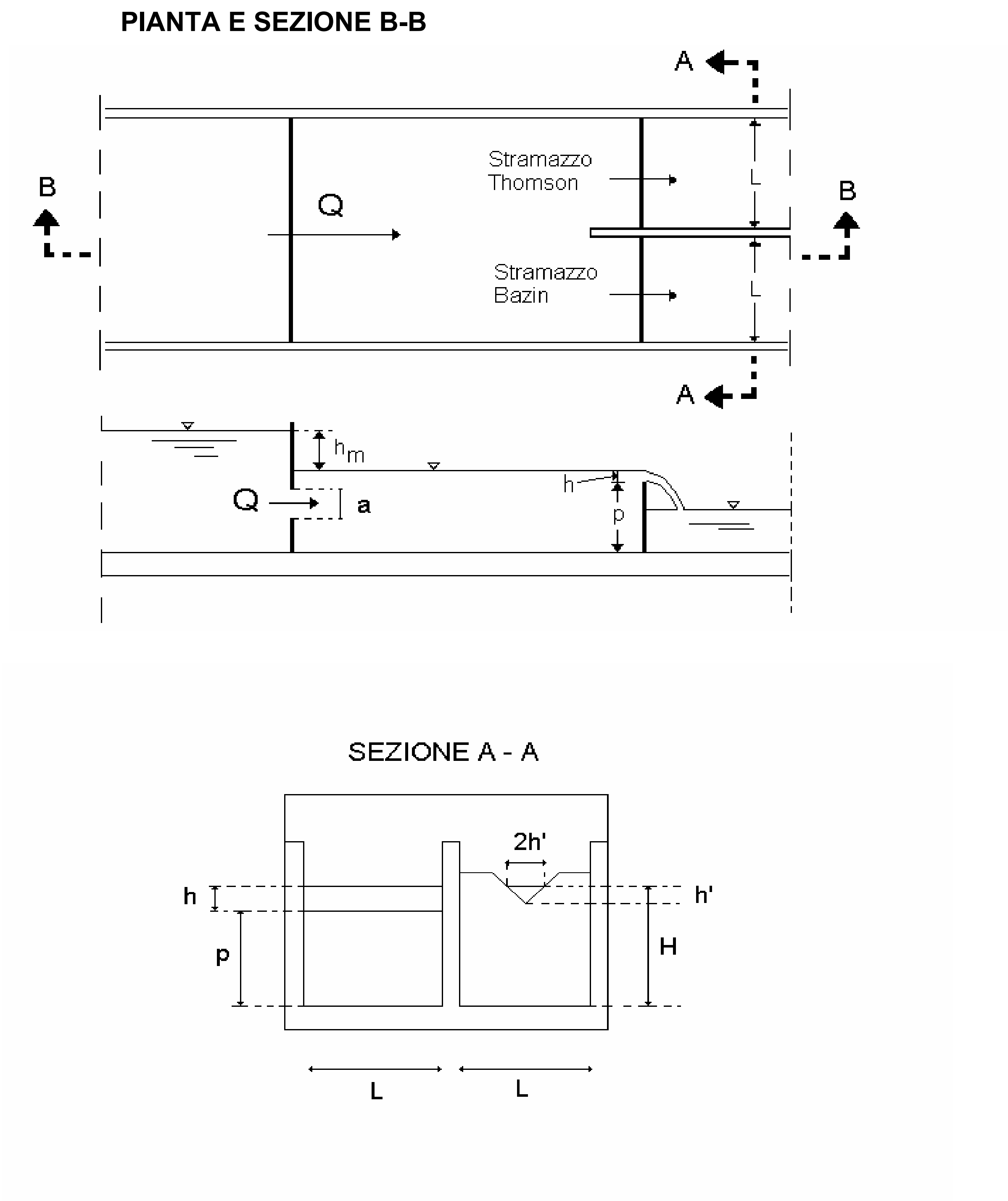


Figura 17 - Esempio di luce a battente rigurgitata (a sinistra della figura) e di luce a stramazzo (a destra)

Per quanto riguarda i valori del coefficiente di efflusso da inserire nelle formule della foronomia, anche se mancano delle formule teoriche che diano valori certi, si è confortati dalla vasta gamma di valori sperimentali, determinati per i casi più ricorrenti.

Gli stramazzi di cui sopra sono utilizzati come misuratori di portata. La portata si calcola note le caratteristiche geometriche dello stramazzo e misurando il carico h ad una distanza a monte dello stramazzo tale da non risentire dell'abbassamento del pelo libero dovuto alla contrazione della vena.

Anche nel caso della foronomia si possono presentare **problemi di verifica** e **problemi di progetto**.

2.2.2 - Esercizi 9-10

ESERCIZIO N. 9 - Verifica di una bocca a battente.

Un'apertura di forma quadrata, realizzata nella parete laterale di una vasca, scarica acqua da un serbatoio; lo sbocco è nell'atmosfera. Determinare la portata che effluisce dalla luce (Fig. 18).

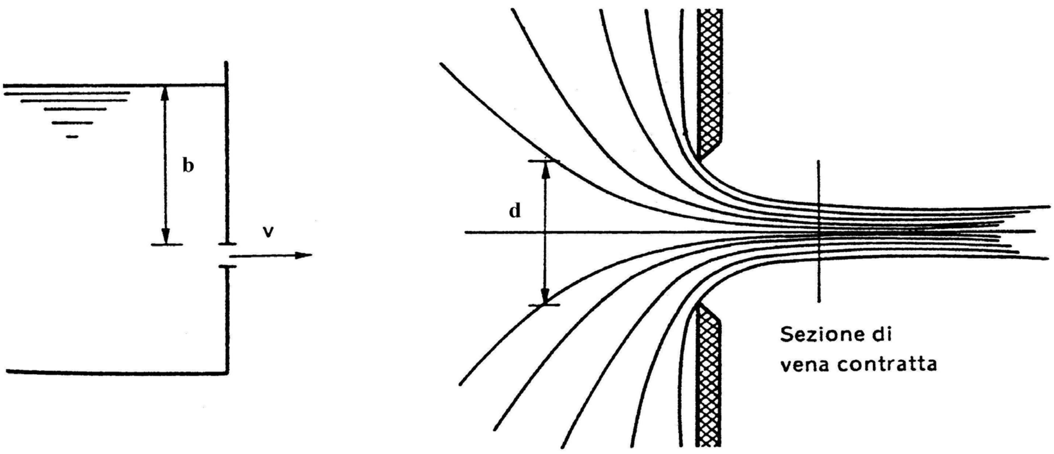


Figura 18

Siano dati:

Variabile	Valore	Unità di misura	
b =	**1.2**	[m]	battente del serbatoio
d =	**10**	[cm]	lato del foro
μ =	**0.61**		coefficiente di efflusso

Applicando il teorema di Bernoulli fra la superficie dell'acqua e la sezione di uscita si perviene alla seguente espressione della velocità ideale (detta torricelliana) di uscita:

$V = \sqrt{2gh}$ $[\mathrm{m\ s^{-1}}]$ dove: h [m] rappresenta il carico e g $[\mathrm{m\ s^{-2}}]$ l'accelerazione di gravità.

Trattandosi di una luce a battente libero il carico h e la portata Q sono dati da:

$$h = b + 1/2\, d = 1.2 + ((10/100)/2) = \underline{\mathbf{1.25}} \quad [\mathrm{m}]$$

$$Q = \mu \sigma V = \mu\, d^2\, V = 0.61 \cdot (10/100)^2 \cdot (2 \cdot 9.81 \cdot 1.25)^{1/2} =$$
$$= \underline{\mathbf{0.0302}} \quad [\mathrm{m^3\ s^{-1}}]$$

ESERCIZIO N. 10 - Progettazione di una bocca a battente.

Si vuole realizzare un'apertura di forma circolare nella parete laterale di una vasca, per immettere in un canale una portata data (Fig. 19). La vena libera è completamente rigurgitata. E' noto il massimo dislivello consentito tra il pelo libero nella vasca ed il livello dell'acqua nel canale. Determinare il diametro dell'apertura.

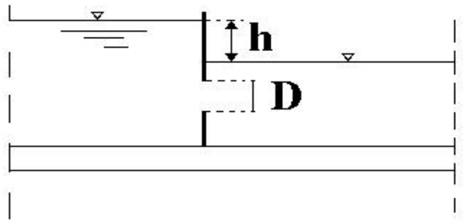


Figura 19

Siano dati:

Variabile	Valore	Unità di misura	
h =	***0.5***	[m]	dislivello fra i peli liberi
Q =	***10***	$[l\ s^{-1}]$	portata
μ =	***0.61***		coefficiente di efflusso

La velocità è data da:

$$V = \sqrt{2gh}$$ $[m\,s^{-1}]$

dove:
h [m] rappresenta il dislivello tra i due peli liberi e
g $[m\ s^{-2}]$ l'accelerazione di gravità.

La portata *Q* è data da:

$$Q = \mu \sigma V$$ $[m^3 s^{-1}]$

Per calcolare il diametro *D* della luce, occorre prima calcolare l'area della luce:

$\sigma = Q / (\mu\ V) =$ (10/1000) / [0.61 · (2·9.81·0.5)$^{0.5}$] = ***0.0052*** $[m^2]$

Per $\sigma = 1/4\ \pi\ D^2$

$D = (\sigma \cdot 4/\pi)^{1/2} =$ ***0.082*** [m]

2.3 - Canali a pelo libero

2.3.1 - Richiami di teoria

Il deflusso è a superficie libera quando il liquido nella parte superiore è sottoposto alla pressione atmosferica; la linea piezometrica è allora coincidente con la superficie libera.
La legge del moto a regime uniforme può essere espressa dalle seguenti equazioni:

Chezy $V = \chi\ (R\ i)^{1/2}$

Glauckler-Manning-Strickler $V = k \cdot R^{\frac{2}{3}} \cdot i^{\frac{1}{2}}$

dove:

V = velocità media dell'acqua [m s^{-1}]

χ = coefficiente di attrito sperimentale che dipende dalla scabrezza delle pareti γ o m e da R; si può calcolare con la formula di Bazin $\chi = 87\ R^{0.5}/(\gamma + R^{0.5})$, o con la formula di Kutter $\chi = 100\ R^{0.5}/(m + R^{0.5})$

R = raggio medio, o raggio idraulico, dato dal rapporto fra l'area della sezione liquida σ ed il contorno bagnato C; $R = \sigma/C$
i = cadente piezometrica, coincidente con la pendenza del fondo del canale nel caso di moto uniforme a pelo libero
k = coefficiente di attrito di Glauckler-Manning-Strickler

Anche nel caso dei canali si possono presentare **problemi di verifica** e **problemi di progetto**.

Il problema di verifica si presenta quando sono note la geometria del canale, la scabrezza delle pareti e la pendenza del fondo, e si vuole conoscere la portata.

Nel problema di progetto, note la portata da addurre e la pendenza del terreno su cui si deve realizzare il canale, si vogliono determinare le caratteristiche del canale.

2.3.2 - Esercizi 11-13

ESERCIZIO N. 11 - VERIFICA DI UN CANALE DI FORMA RETTANGOLARE

Un canale in calcestruzzo lisciato (Fig. 20) ha le dimensioni e la pendenza del fondo di seguito indicate. Valutare la portata che è in grado di convogliare tenendo conto del franco prefissato.

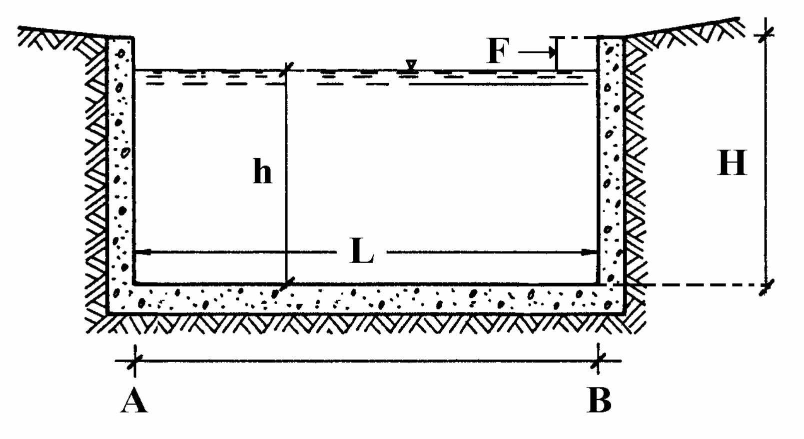


Figura 20

Siano dati:

Variabile	Valore	Unità di misura	
$L = AB =$	**$\underline{1.1}$**	[m]	larghezza al fondo
$H =$	**$\underline{1.2}$**	[m]	altezza
$i =$	**$\underline{1.5}$**	%	pendenza del fondo
$\gamma =$	**$\underline{0.16}$**		indice di scabrezza di Bazin
$F =$	**$\underline{0.15}$**	[m]	franco prefissato

Per calcolare la portata *Q* occorre applicare la formula di Chezy per il calcolo della velocità media *V* e l'equazione di continuità:

$V = \chi\ (R\ i)^{1/2}$

$Q = \sigma\ V$

Occorre pertanto calcolare:

$h = H - F = 1.2 - 0.15 =$	**$\underline{1.05}$**	[m]	tirante idrico
$\sigma = AB \cdot h = 1.10 \cdot 1.05 =$	**$\underline{1.155}$**	[m^2]	sezione idrica
$C = AB+2\ h = 1.10 + 2 \cdot 1.05 =$	**$\underline{3.20}$**	[m]	contorno bagnato
$R = \sigma/C = 1.155 / 3.20 =$	**$\underline{0.36}$**	[m]	raggio idraulico
$\chi = 87\ R^{0.5}/(\gamma + R^{0.5}) =$	**$\underline{68.70}$**		coefficiente di attrito

Da cui si ottiene:

$V = \chi\ (R\ i)^{1/2} = 68.70 \cdot (0.36 \cdot 1.5/100)^{0.5} =$	**$\underline{5.06}$**	[m s^{-1}]	velocità
$Q = V \cdot \sigma = 5.06 \cdot 1.155 =$	**$\underline{5.84}$**	[m^3 s^{-1}]	portata

ESERCIZIO N. 12 - VERIFICA DI UN CANALE DI FORMA TRAPEZOIDALE

Un canale rivestito in pietrame (Fig. 21) ha le dimensioni e la pendenza del fondo di seguito indicate. Valutare la portata che è in grado di convogliare tenendo conto del franco prefissato.

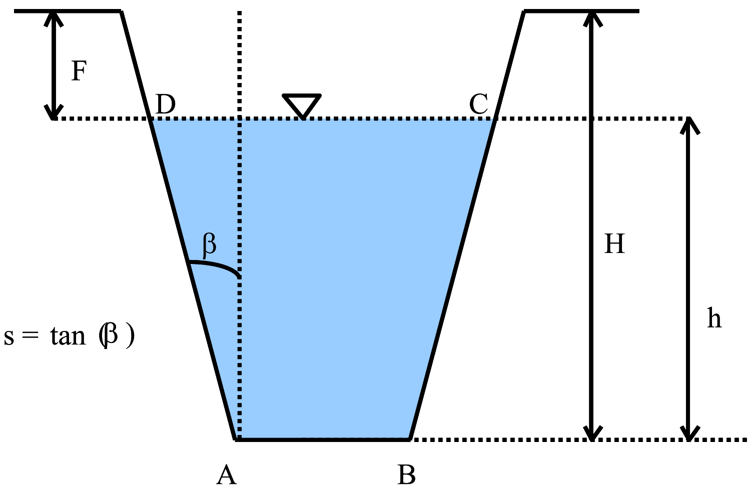


Figura 20

Siano dati:

Variabile	Valore	Unità di misura	
$L_1 = AB =$	**1.2**	[m]	larghezza al fondo
$H =$	**2.1**	[m]	altezza
$i =$	**0.03**	[$m\ m^{-1}$]	pendenza del fondo
$s =$	**0.15**	[$m\ m^{-1}$]	scarpa delle sponde
$k =$	**40**	[$m^{1/3}\ s^{-1}$]	coefficiente di scabrezza secondo Gauckler-Strickler
$F =$	**0.5**	[m]	franco prefissato

Si calcola:

$h = H - F =$	**1.6**	[m]	tirante idrico
$CD = AB + 2 \cdot s \cdot h =$	**1.68**	[m]	larghezza della sezione liquida in sommità
$AD = BC = h\,(1 + s^2)^{0.5} =$	**1.618**	[m]	lunghezza della sponda (lato inclinato)
$\sigma = \frac{AB + CD}{2} \cdot h =$	**2.304**	[m^2]	sezione idrica
$C = AB + 2BC =$	**4.436**	[m]	contorno bagnato
$R = \sigma / C =$	**0.52**	[m]	raggio idraulico

Applicando la formula di Gauckler-Manning-Strickler si ottiene il valore della velocità media. In simboli:

$V = k \cdot R^{\frac{2}{3}} \cdot i^{\frac{1}{2}} =$ ***4.477*** [m s^{-1}]

Da cui, applicando l'equazione di continuità, si ottiene il valore della portata convogliata

$Q = V \cdot \sigma =$ ***10.31*** [m^3 s^{-1}]

ESERCIZIO N. 13 - PROGETTAZIONE DI UN CANALE DI FORMA RETTANGOLARE

Progettare un canale in grado di convogliare una portata assegnata Q con una data pendenza del fondo i.

Le equazioni da utilizzare sono quella della velocità media in regime di moto uniforme (ad esempio quella di Chezy) e l'equazione di continuità.

$$V = \chi \, (R\, i)^{1/2} \qquad \textbf{(18)}$$

$$Q = \sigma \, V \qquad \textbf{(19)}$$

Non è però possibile risolvere direttamente il problema poiché le dimensioni del canale (larghezza della base e altezza) compaiono in ambedue le equazioni (per il calcolo del raggio idraulico *R, del coefficiente di attrito* χ e dell'area della sezione liquida σ).

Per risolvere il problema si possono utilizzare tre metodi, sinteticamente denominati:
a) della velocità massima
b) della sezione di minima resistenza
c) della scala delle portate

Nel caso in esame verrà esemplificato il metodo della velocità massima.

In funzione della natura del materiale con cui è costruito il canale, sarà fissata una velocità massima che non determini erosione; applicando la (19) si ricava il valore dell'area della sezione σ.
Fissata quindi, in funzione del tipo di materiale, una forma della sezione, si cercherà una coppia di valori della larghezza del fondo L e del tirante idrico h che dia il valore dell'area calcolata.
Con i valori trovati si calcola il raggio medio R, il coefficiente di attrito χ, e si verifica la velocità attraverso l'equazione (18).

Se il valore di V così trovato risulta notevolmente diverso da quello inizialmente ipotizzato, si varia la coppia di valori L e h ripetendo la procedura fin qui esposta, fino a trovare che la velocità di verifica coincida con l'ultima ipotizzata.

Occorre infine verificare che V non sia troppo bassa (< 0.3 m s^{-1}) per evitare depositi di materiale sul fondo.

Nel caso in esame si vuole progettare un canale rettangolare, rivestito di strutture di cemento armato, in grado di convogliare una portata assegnata Q con una data pendenza del fondo i.

Siano dati:

Variabile	Valore	Unità di misura	
$Q =$	**$\underline{1.20}$**	$[m^3 s^{-1}]$	portata da convogliare
$i =$	**$\underline{0.005}$**	$[m\ m^{-1}]$	pendenza del fondo del canale
$\gamma =$	**$\underline{0.3}$**		indice di scabrezza di Bazin
$V_{max} =$	**$\underline{2.50}$**	$[m\ s^{-1}]$	velocità massima ammissibile

L'area della sezione liquida sarà:

$\sigma = Q/V = 1.20/2.50 =$ **$\underline{0.48}$** $[m^2]$

Imponendo la condizione di minima resistenza $L = 2h$ (larghezza di fondo uguale al doppio del tirante idrico) si avrà:

$\sigma = L \cdot h = 2h \cdot h = 2h^2$ da cui $h = (\sigma/2)^{(1/2)} =$ **$\underline{0.49}$** [m]

$L = 2h =$ **$\underline{0.98}$** [m]

Contorno bagnato $C = L + 2h = 0.98 + 2 \cdot 0.49 =$ **$\underline{1.96}$** [m]

Verifichiamo il valore di V:

$V_{1v} = \chi\,(R\,i)^{1/2} = 54.17 \cdot (0.24 \cdot 0.005)^{0.5} =$ **$\underline{1.90}$** $[m\ s^{-1}]$

dove:

$R = \sigma / C = 0.48 / 1.96 =$ **$\underline{0.24}$** [m]

$\chi = 87\,R^{0.5} / (\gamma + R^{0.5}) =$ **$\underline{54.17}$**

Calcoliamo la differenza fra la velocità ipotizzata e quella di verifica:

$\Delta V = (V_{max} - V_{1v}) / V_{1v} \cdot 100 =$

$\Delta V = (2.50 - 1.90)/1.90 \cdot 100 =$ **$\underline{31.88}$** [%]

Poiché i due valori differiscono più del 10% (ritenuto accettabile), occorre ripetere i tentativi ipotizzando una velocità intermedia fra le due precedenti:

$V_{2t} = (V_{max} + V_{1v})/2 = (2.5 + 1.\ 90)/2 =$ **$\underline{2.20}$** $[m\ s^{-1}]$

A questo punto utilizziamo la Tab. 5 dove si riportano i calcoli relativi a tutti i valori che ci servono.

Al terzo tentativo troviamo che la differenza fra la velocità di ipotesi (2.09 m s^{-1}) e quella di verifica (2.02 m s^{-1}) è inferiore al 10%. Il canale sarà pertanto realizzato con una **larghezza di base pari a 1.07 m** ed una **profondità pari a 0.65 m** (sommando al tirante idrico un franco pari a 0.11 m).

Tabella 5

Velocità ipotesi V [m s^{-1}]	Area sezione σ = Q/V [m^2]	tirante idrico h [m]	larghezza L [m]	Raggio idraulico R [m]	Coeff. di attrito χ	Velocità verifica V [m]	Differenza di velocità [%]
2.20	0.55	0.52	1.04	0.26	54.82	1.98	10.92
2.09	0.57	0.54	1.07	0.27	55.08	2.02	3.66

3 – Bibliografia

Bemporad G. (1984). Esercizi di Idraulica. Pitagora Editrice, Bologna

Benini G. (1990). Sistemazioni Idraulico-Forestali. Ed. UTET, Torino

De Marchi G. (1986). Idraulica. Basi scientifiche e applicazioni tecniche, Vol. 1° Parte 2°. Ed. Hoepli, Milano