

Università degli Studi “**Mediterranea**” di Reggio Calabria
Facoltà d’Ingegneria – **Meccanica Razionale**
Anno Accademico 2012/2013 – Appello del 06/02/2013

La prova consta di 4 Quesiti a risposta chiusa e 4 Quesiti a risposta aperta; la durata della prova è di 2 ore e 30 minuti. Non è permesso consultare testi od appunti, al di fuori del manabale di Matematica. Per i quesiti a risposta chiusa, la risposta a ciascuno di essi va scelta esclusivamente tra quelle già date nel testo, con una X sul numeretto relativo. Una sola è la risposta corretta; qualora sia data più di una risposta allo stesso quesito, nessuna sarà considerata valida. Per i quesiti a risposta aperta, il cui punto i) è obbligatorio, lo studente dovrà ricavare ed indicare la risposta nei due fogli a quadretti allegati. I punteggi per ciascun quesito sono dichiarati sul testo. L’esito finale della prova è determinato dalla somma algebrica dei punteggi parziali.

Quesiti a risposta aperta

Un sistema materiale è costituito da una lamina quadrata omogenea ABCD di massa m e lato $2L$, vincolata col suo baricentro O e con il punto medio P del lato BC all’asse orizzontale Ox , e da un punto materiale di massa m saldato nel punto medio T del lato CD . Una molla di costante elastica $h > 0$ collega il punto T al punto fisso Q posto sul semiasse verticale Oy a quota L da O . Sulla lamina agisce una coppia di momento $\mathbf{M} = h (OT \times OT')$, con T' proiezione di T nel semipiano orizzontale Oxz con $z < 0$.

Determinare:

- i) la, o le, equazioni pure del moto del sistema materiale; **(10 punti)**
- ii) le reazioni vincolari, interne ed esterne, agenti sul sistema all’istante iniziale quando la lamina giace nel piano Oxy con T avente velocità $\mathbf{v}_T = u_0 \mathbf{k}$, $u_0 > 0$ e \mathbf{k} versore dell’asse Oz . **(4 punti)**
Posto $hL = 2mg$, calcolare:
- iii) tutte le posizioni di equilibrio del sistema materiale, studiandone la stabilità; **(8 punti)**
- iv) le reazioni vincolari agenti sul sistema in una posizione di equilibrio stabile. **(3 punti)**

Quesiti a risposta chiusa del valore di due punti ciascuno

a) In un piano verticale Oxy una lamina quadrata omogenea è vincolata con un suo lato a scorrere lungo l’asse orizzontale Ox . Supponendo che il sistema di riferimento Oxy trasli con accelerazione costante lungo la direzione Ox , dire se il sistema di forze apparenti è riducibile a:

- i) zero ii) un vettore applicato iii) una coppia iv) tre vettori applicati

b) Data un’asta vincolata per un suo estremo a muoversi lungo una curva fissa e scabra. Dire quante componenti ha la relativa reazione vincolare:

- i) zero ii) una iii) due iv) tre

c) Dato un cono omogeneo dire quanti assi centrali d’inerzia sono anche principali rispetto al suo vertice:

- i) zero ii) uno iii) due iv) tre

d) Dato un parallelepipedo omogeneo con un vertice fisso A , indicare la formula ottimale che usereste per calcolare la relativa energia cinetica (G baricentro, ω velocità angolare del parallelepipedo):

- i) $\frac{1}{2} \omega \cdot \mathbf{K}_A$ ii) il 2° teorema di Koenig iii) il 3° teorema di Koenig iv) $\frac{1}{2} \omega \cdot (\sigma_G \omega)$

Ai sensi del D. Lgs. 30/06/2003, n. 196, si autorizza la pubblicazione online in chiaro dell’esito della prova.

COGNOME:

NOME:

NUMERO DI MATRICOLA:

CORSO DI LAUREA:

FIRMA:

SOLUZIONE

i) Il sistema possiede un grado di libertà, l’angolo diedro θ che il piano GTx forma rispetto al piano Oxz. L’equazione pura è data dal teorema del momento angolare assiale di asse Gx

$$4/3 mL^2 d^2\theta/dt^2 = -mgL\cos\theta + hL^2\cos\theta (1 - \sin\theta)$$

ii) All’istante iniziale i vincoli sono dati da:

$$\phi_{O1}(0) = \phi_{O3}(0) = 0, \quad \phi_{O2}(0) = 2mg - \mu_0^2/L, \quad \phi_{P2}(0) = \phi_{P3}(0) = 0$$

e per il vincolo di saldatura

$$\phi_S(0) = (mg - \mu_0^2/L) \mathbf{j}, \quad \mathbf{j} \text{ versore dell'asse Oy};$$

iii) Ci sono quattro posizioni di equilibrio per θ :

$$\theta_1 = \pi/2, \quad \theta_2 = 3\pi/2, \quad \theta_3 = \pi/6, \quad \theta_4 = 5\pi/6$$

di cui θ_1 e θ_2 instabili, θ_3 e θ_4 stabili.

iv) nella posizione $\theta = \theta_3 = \pi/6$,

$$\phi_{O1}(\theta_3) = \phi_{P2}(\theta_3) = \phi_{P3}(\theta_3) = 0, \quad \phi_{O2}(\theta_3) = hL/2, \quad \phi_{O3}(\theta_3) = -hL(3)^{1/2}/2,$$

e per il vincolo di saldatura

$$\phi_S(\theta_3) = -hL(3)^{1/2}/2 \mathbf{k}, \quad \text{con } \mathbf{k} \text{ versore dell'asse Oz.}$$

SOLUZIONE QUESITI

a) ii

b) iv

c) iv

d) i

Università degli Studi “**Mediterranea**” di Reggio Calabria
Facoltà d’Ingegneria – **Meccanica Razionale**
Anno Accademico 2011/2012 – Appello del 21/02/2013

La prova consta di 4 Quesiti a risposta chiusa e 4 Quesiti a risposta aperta; la durata della prova è di 2 ore e 30 minuti. Non è permesso consultare testi od appunti, al di fuori del manabale di Matematica. Per i quesiti a risposta chiusa, la risposta a ciascuno di essi va scelta esclusivamente tra quelle già date nel testo, con una X sul numeretto relativo. Una sola è la risposta corretta; qualora sia data più di una risposta allo stesso quesito, nessuna sarà considerata valida. Per i quesiti a risposta aperta, il cui punto i) è obbligatorio, lo studente dovrà ricavare ed indicare la risposta nei due fogli a quadretti allegati. I punteggi per ciascuno quesito sono dichiarati sul testo. L’esito finale della prova è determinato dalla somma algebrica dei punteggi parziali.

Quesiti a risposta aperta

Un punto materiale P di massa m è vincolato a muoversi con attrito lungo l’asse verticale Oy di un sistema di riferimento Oxyz ruotante uniformemente intorno all’asse Oy con velocità angolare ω ; un altro punto materiale Q di massa $2m$ è vincolato a scorrere lungo l’asse orizzontale Ox. I due punti sono collegati da una molla di costante elastica $h > 0$. Sul punto P, inoltre, agisce una forza costante $\mathbf{F} = \alpha \mathbf{k}$, con $\alpha > 0$ e \mathbf{k} versore dell’asse Oz, mentre sul punto Q agisce un’altra forza $\mathbf{F}_Q = \beta |OQ|^2 \mathbf{i}$, con $\beta > 0$ ed \mathbf{i} versore dell’asse Ox. Determinare:

- i) la, o le, equazioni pure del moto; **(7 punti)**
- ii) le reazioni vincolari all’istante iniziale, quando il punto P è nell’origine degli assi con velocità $\mathbf{v}_P = v_0 \mathbf{j}$, essendo \mathbf{j} il versore dell’asse Oy e $v_0 < 0$, mentre il punto Q si trova sul semiasse Ox negativo a distanza R dall’origine, con velocità $\mathbf{v}_Q = u_0 \mathbf{i}$, essendo \mathbf{i} il versore dell’asse Ox ed $u_0 > 0$; **(4 punti)**
- iii) posto $h = m\omega^2$, tutte le posizioni di equilibrio del sistema **(7 punti)**
- iv) e le reazioni vincolari in una posizione di equilibrio a scelta. **(4 punti)**

Quesiti a risposta chiusa del valore di due punti ciascuno

1) In un piano verticale Oxy un’asta omogenea è vincolata nel proprio punto medio ad un punto fisso O. Supponendo il piano Oxy ruotante uniformemente attorno al terzo asse ortogonale Oz, il sistema di forze di Coriolis agenti sull’asta è riducibile a:

- i) zero ii) un vettore applicato iii) una coppia iv) un vettore e una coppia

2) Dato un quadrato omogeneo, dire quanti assi centrali d’inerzia sono anche assi principali rispetto al punto medio di un suo lato:

- i) nessuno ii) uno iii) due iv) tre

3) Dato un punto vincolato sulla superficie di una sfera liscia, dire quali sono le equazioni pure dell’equilibrio (ESP = Equazione della Statica del Punto):

- i) l’ESP ii) l’ESP proiettata sul piano tangente alla superficie nel punto
- iii) l’ESP proiettata sulla retta ortogonale alla superficie nel punto
- iv) la I^a Equazione Cardinale della Statica

4) Dato un disco omogeneo che rotola senza strisciare su una guida rettilinea, mantenendosi sempre nello stesso piano, dire qual è la formula ottimale che usereste per calcolare il momento angolare del disco rispetto al punto H di contatto ($G =$ baricentro, $\underline{\omega} =$ velocità angolare e $\underline{v}_G =$ velocità del baricentro del disco):

- i) $I_{Hz} \underline{\omega}$ ii) $HG \times M \underline{v}_G$ iii) $\sum HP_i \times m_i \underline{v}_i$ iv) il teorema di Koenig

Ai sensi del D. Lgs. 30/06/2003, n. 196, si autorizza la pubblicazione online in chiaro dell’esito della prova.

COGNOME:

NOME:

NUMERO DI MATRICOLA:

CORSO DI LAUREA:

FIRMA:

SOLUZIONI

i) Il sistema materiale possiede due gradi di libertà, ed i parametri lagrangiani sono la posizione sull’asse Oy y_P per P e la posizione x_Q sulla retta per Q. Le equazioni pure sono date dalle leggi di Newton per ciascuno dei due punti Q e P proiettate, rispettivamente, sull’asse Ox e sull’asse Oy:

$$2m d^2 x_Q / dt^2 = \beta x_Q^2 - h x_Q + 2m \omega^2 x_Q$$

$$m d^2 y_P / dt^2 = -mg - h y_P + A, \text{ con } A = -f_d (h^2 x_Q^2 + \alpha^2)^{1/2} \text{ segn}(dy_P/dt)$$

ii) All’istante iniziale i vincoli sono dati da:

$$\begin{aligned} \phi_{Q2}(0) &= 2mg, & \phi_{Q3}(0) &= -4m\omega u_0, & A_P(0) &= f_d (h^2 R^2 + \alpha^2)^{1/2} \\ \phi_{P1}(0) &= hR - m\omega^2 L, & \phi_{P3}(0) &= -\alpha \end{aligned}$$

iii) Le posizioni di equilibrio per Q sono date da

$$x_Q = 0, \quad x_Q = -h/\beta,$$

mentre la legge di Coulomb-Morin per la statica ci fornisce

$$\text{per } x_Q = 0, \quad -(mg + f_s \alpha)/h \leq y_P \leq (-mg + f_s \alpha)/h$$

$$x_Q = -h/\beta, \quad -(mg + f_s (h^4/\beta^2 + \alpha^2)^{1/2})/h \leq y_P \leq (-mg + f_s (h^4/\beta^2 + \alpha^2)^{1/2})/h$$

iv) in $x_Q = 0$, $y_P = -(mg + f_s \alpha)/h$ si ha:

$$\begin{aligned} \phi_{Q2} &= 3mg + f_s \alpha, & \phi_{Q3} &= 0, & A_P &\leq f_s \alpha \\ \phi_{P1} &= 0, & \phi_{P3} &= -\alpha \end{aligned}$$

SOLUZIONE QUESITI

a) i

b) iv

c) ii

d) i

Università degli Studi “**Mediterranea**” di Reggio Calabria
Compito di **Meccanica Razionale**
Anno Accademico 2012/2013 – Appello Straordinario del 06/11/2013

La prova consta di 4 Quesiti a risposta chiusa e 4 Quesiti a risposta aperta; la durata della prova è di 2 ore e 30 minuti. Non è permesso consultare testi od appunti, al di fuori del manabale di Matematica. Per i quesiti a risposta chiusa, la risposta a ciascuno di essi va scelta esclusivamente tra quelle già date nel testo, con una X sul numeretto relativo. Una sola è la risposta corretta; qualora sia data più di una risposta allo stesso quesito, nessuna sarà considerata valida. Per i quesiti a risposta aperta, il cui punto i) è obbligatorio, lo studente dovrà ricavare ed indicare la risposta nei due fogli a quadretti allegati. I punteggi per ciascun quesito sono dichiarati sul testo. L'esito finale della prova è determinato dalla somma algebrica dei punteggi parziali.

Quesiti a risposta aperta

In un piano verticale Oxy ruotante uniformemente attorno all'asse verticale Oy con velocità angolare costante ω , un sistema materiale è costituito da un'asta AB omogenea di massa m e lunghezza 2L. L'asta è vincolata con attrito nel proprio punto medio C a traslare lungo la direzione dell'asse Ox mantenendosi parallela all'asse verticale Oy. Sul sistema agiscono:

- 1) una molla elastica, di costante positiva h, collegante il punto medio C dell'asta con l'origine O;
- 2) una forza costante F applicata nell'estremo B dell'asta ed ortogonale al piano Oxy.

Determinare:

- i) la (o le) equazioni pure del moto del sistema materiale;
- ii) le reazioni vincolari agenti sul sistema all'istante iniziale, quando l'asta si trova in quiete con il punto medio situato dalla parte del semiasse positivo a distanza L da O.

B) Alternativamente, supponendo il vincolo in C liscio determinare:

- iii) tutte le posizioni equilibrio del sistema studiandone la stabilità;
- iv) le reazioni vincolari agenti sul sistema in una posizione d'equilibrio stabile da voi scelta.

Quesiti a risposta chiusa del valore di due punti ciascuno

1) Dato una lamina quadrata omogenea in moto in un piano ruotante uniformemente attorno ad un suo asse, dire se il sistema di forze di Coriolis agenti su di essa è riducibile a:

- i) zero ii) un vettore applicato iii) una coppia iv) tre vettori applicati

2) Dato un rombo omogeneo vincolato per un suo lato a scorrere lungo un asse r. Dire quanti gradi di libertà possiede:

- i) due ii) tre iii) quattro iv) cinque

3) Data un'asta con un punto fisso liscio, dire qual'è il numero di componenti delle reazioni vincolari necessarie a realizzare il vincolo stesso:

- i) quattro ii) una iii) due iv) tre

4) Dato un punto vincolato a muoversi sulla superficie laterale di un cilindro, individuare la, o le, equazioni pure del moto (EDP = Equazione della Dinamica del Punto):

- i) l'EDP ii) la legge di Coulomb-Morin
- iii) l'EDP proiettata sul piano tangente alla superficie nel punto
- iv) l'EDP proiettata sulla retta ortogonale alla superficie nel punto

Ai sensi del D. Lgs. 30/06/2003, n. 196, si autorizza la pubblicazione online in chiaro dell'esito della prova.

COGNOME:

NOME:

NUMERO DI MATRICOLA:

CORSO DI LAUREA:

FIRMA:

Soluzione del compito del 06/11/2013

i) Esiste una sola equazione pura del moto relativa al parametro lagrangiano x_C , coordinata del punto medio C dell'asta, che trasla lungo l'asse Ox:

$$m\ddot{x}_C = -hx_C + m\omega^2 x_C - f_d \sqrt{m^2 g^2 + (2m\omega\dot{x}_C + 2F)^2} \operatorname{segn}(\dot{x}_C)$$

ii) All'istante iniziale i vincoli sono dati da:

$$A(0) = 0, \quad \phi_C^2(0) = mg, \quad \phi_C^3(0) = -2F, \quad \phi_A^1(0) = 0, \quad \phi_A^3(0) = F.$$

iii) Le posizioni di equilibrio sono:

$$x_{C_1} = 0, \quad \text{se } m\omega^2 \neq h; \quad \forall x_{C_2} \quad \text{se } m\omega^2 = h.$$

Il sistema è conservativo e dunque il teorema di Dirichlet fornisce le seguenti posizioni di equilibrio stabili:

$$x_{C_1} = 0 \text{ è stabile, se } m\omega^2 < h, \text{ instabile, se } m\omega^2 > h; \\ \text{ogni } x_{C_2} \text{ è indifferente, se } m\omega^2 = h.$$

iv) se $m\omega^2 < h$, si ha:

$$\phi_C^2(x_{C_1}) = mg, \quad \phi_C^3(x_{C_1}) = -2F, \quad \phi_A^1(x_{C_1}) = F, \quad \phi_A^3(x_{C_1}) = F.$$

Università degli Studi “**Mediterranea**” di Reggio Calabria
Dipartimento DICEAM – **Meccanica Razionale**
Anno Accademico 2013/2014 – Appello del 15/01/2014

La prova consta di 4 Quesiti a risposta chiusa e 4 Quesiti a risposta aperta; la durata della prova è di 2 ore e 30 minuti. Non è permesso consultare testi od appunti, al di fuori del manabile di Matematica. Per i quesiti a risposta chiusa, la risposta a ciascuno di essi va scelta esclusivamente tra quelle già date nel testo, con una X sul numeretto relativo. Una sola è la risposta corretta; qualora sia data più di una risposta allo stesso quesito, nessuna sarà considerata valida. Per i quesiti a risposta aperta, il cui punto i) è obbligatorio, lo studente dovrà ricavare ed indicare la risposta nei due fogli a quadretti allegati. I punteggi per ciascun quesito sono dichiarati sul testo. L'esito finale della prova è determinato dalla somma algebrica dei punteggi parziali.

Quesiti a risposta aperta

In un piano verticale Oxy, un sistema materiale è costituito da un punto materiale P, di massa $2m$, vincolato a traslare lungo l'asse orizzontale Ox e da un disco omogeneo, di massa m e raggio R , vincolato a rotolare senza strisciare lungo Ox. Una molla di costante elastica $k > 0$ collega il punto P con il baricentro C del disco, mentre un'altra molla di costante elastica $h > 0$ collega il punto P all'origine degli assi. Sul disco agiscono una forza costante \mathbf{F} applicata in un generico punto T appartenente al suo bordo e direzione perpendicolare al suo piano, ed un momento $\mathbf{M} = h(\mathbf{OH} \times \mathbf{CT})$, con H punto di contatto tra disco e guida orizzontale. Determinare:

- i) la, o le, equazioni pure del moto del sistema materiale; **(10 punti)**
- ii) le reazioni vincolari agenti sul sistema all'istante iniziale quando il sistema è in quiete, con il punto P a distanza R da O, mentre il disco è con il baricentro C sull'asse verticale Oy; **(4 punti)**
posto, quindi, $h = k$,
- iii) tutte le posizioni di equilibrio del sistema materiale, studiandone la stabilità; **(7 punti)**
- iv) le reazioni vincolari agenti sul sistema in una posizione di equilibrio stabile. **(4 punti)**

Quesiti a risposta chiusa del valore di due punti ciascuno

1. Dato un sistema di vettori applicati i cui vettori caratteristici sono entrambi non nulli, esso è riducibile a:

- i) zero; ii) un vettore applicato; iii) una coppia; iv) un vettore e una coppia.

2. Data un disco con densità di massa proporzionale alla distanza del suo generico punto dal centro, dire quanti assi centrali sono noti a priori:

- i) nessuno; ii) uno; iii) due; iv) tre.

3. Dato un sistema materiale formato da due aste omogenee di lunghezza L , in cui un estremo della prima è incernierato ad un estremo dell'altra, dire quante sono le componenti delle reazioni vincolari necessarie alla realizzazione del vincolo stesso:

- i) cinque; ii) quattro; iii) tre; iv) due.

4. Data una lamina quadrata omogenea vincolata a muoversi con punto fisso C, individuare la formula ottimale per il calcolo dell'energia cinetica:

- i) $\frac{1}{2} M v_G^2$; ii) $\frac{1}{2} M v_C^2 + \frac{1}{2} \omega \cdot \mathbf{K}_C$; iii) $\frac{1}{2} M v_G^2 + \frac{1}{2} \omega \cdot \mathbf{K}_C$; iv) $\frac{1}{2} \omega \cdot \mathbf{K}_C$.

Ai sensi del D. Lgs. 30/06/2003, n. 196, si autorizza la pubblicazione online in chiaro dell'esito della prova.

COGNOME:

NOME:

NUMERO DI MATRICOLA:

CORSO DI LAUREA:

FIRMA:

Università degli Studi “Mediterranea” di Reggio Calabria
Dipartimento DICEAM – Meccanica Razionale
Anno Accademico 2013/2014 – Appello del 29/01/2014

La prova consta di 4 Quesiti a risposta chiusa e 4 Quesiti a risposta aperta; la durata della prova è di 2 ore e 30 minuti. Non è permesso consultare testi od appunti, al di fuori del manabile di Matematica. Per i quesiti a risposta chiusa, la risposta a ciascuno di essi va scelta esclusivamente tra quelle già date nel testo, con una X sul numeretto relativo. Una sola è la risposta corretta; qualora sia data più di una risposta allo stesso quesito, nessuna sarà considerata valida. Per i quesiti a risposta aperta, il cui punto i) è obbligatorio, lo studente dovrà ricavare ed indicare la risposta nei due fogli a quadretti allegati. I punteggi per ciascun quesito sono dichiarati sul testo. L'esito finale della prova è determinato dalla somma algebrica dei punteggi parziali.

Quesiti a risposta aperta

In un piano verticale π , un'asta omogenea AB, di massa m e lunghezza $2L$, è vincolata con attrito con l'estremo A sull'asse orizzontale Ox. Una molla di costante elastica $h > 0$ collega un punto fisso posto distanza $2L$ da O all'estremo A, mentre una molla di costante elastica $k > 0$ collega il baricentro G dell'asta all'origine degli assi. Sul sistema, inoltre, agiscono:

- I) una forza $\mathbf{F} = F \mathbf{k}$ applicata in B, con $F > 0$ e \mathbf{k} versore del terzo asse;
- II) un momento $\mathbf{M} = h (\mathbf{AG} \times \mathbf{OG})$.

Determinare:

- i) la, o le, equazioni pure del moto del sistema materiale; **(8 punti)**
- ii) le reazioni vincolari agenti sul sistema all'istante iniziale quando l'asta è allineata al semiasse positivo Ox con A in quiete sul semiasse positivo a distanza $2L$ da O, $v_B(0) = u_0 \mathbf{j}$, \mathbf{j} versore dell'asse Oy e $u_0 > 0$; **(4 punti)**

Posto, quindi, $h = k$, calcolare altresì:

- iii) tutte le posizioni di equilibrio del sistema materiale; **(7 punti)**
- iv) le reazioni vincolari agenti sul sistema in una posizione di equilibrio a scelta. **(3 punti)**

Quesiti a risposta chiusa del valore di due punti ciascuno

1. Dato un cilindro omogeneo vincolato per una propria generatrice ad un asse fisso verticale Oz della terna Oxyz. Supponendo che il sistema di riferimento Oxyz ruoti con velocità angolare costante $\underline{\omega}$ attorno all'asse Oz, dire se il sistema di forze apparenti è riducibile a:

- i) un vettore applicato ii) una coppia iii) due vettori applicati iv) tre vettori

2. Dati due punti materiali vincolati a scorrere lungo due rette parallele r ed s fisse, una liscia e l'altra scabra. Indicare il numero di componenti delle reazioni vincolari agenti sul sistema materiale:

- i) due ii) tre iii) quattro iv) cinque

3. Dato un punto materiale saldato nel punto medio di un'asta omogenea. Dire quanti assi centrali d'inerzia del sistema materiale sono anche assi principali rispetto ad un estremo dell'asta:

- i) uno ii) tre iii) due iv) zero

4. Data una sfera vincolata al proprio asse scorrevole verticale r , dire qual è la formula ottimale che usereste per calcolare la relativa energia cinetica:

- i) $\frac{1}{2} M v_r^2 + \frac{1}{2} I_r \omega^2$ ii) $\frac{1}{2} M v_r^2$ iii) il teorema di Koenig iv) $\frac{1}{2} \boldsymbol{\omega} \cdot (\boldsymbol{\sigma}_r \boldsymbol{\omega})$

Ai sensi del D. Lgs. 30/06/2003, n. 196, si autorizza la pubblicazione online in chiaro dell'esito della prova.

COGNOME:

NOME:

NUMERO DI MATRICOLA:

CORSO DI LAUREA:

FIRMA:

Università degli Studi “Mediterranea” di Reggio Calabria
Dipartimento DICEAM – Meccanica Razionale
Anno Accademico 2013/2014 – Appello del 12/02/2014

La prova consta di 4 Quesiti a risposta chiusa e 4 Quesiti a risposta aperta; la durata della prova è di 2 ore e 30 minuti. Non è permesso consultare testi od appunti, al di fuori del manabile di Matematica. Per i quesiti a risposta chiusa, la risposta a ciascuno di essi va scelta esclusivamente tra quelle già date nel testo, con una X sul numeretto relativo. Una sola è la risposta corretta; qualora sia data più di una risposta allo stesso quesito, nessuna sarà considerata valida. Per i quesiti a risposta aperta, il cui punto i) è obbligatorio, lo studente dovrà ricavare ed indicare la risposta nei due fogli a quadretti allegati. I punteggi per ciascun quesito sono dichiarati sul testo. L'esito finale della prova è determinato dalla somma algebrica dei punteggi parziali.

Quesiti a risposta aperta

Due punti materiali P di massa m e Q di massa $2m$ sono vincolati a muoversi P sul piano orizzontale Oxy e Q sulla circonferenza, di centro O e raggio R, giacente sul medesimo piano Oxy. Sul sistema agiscono:

I) una molla elastica di costante k positiva collegante il punto materiale P all'origine O;

II) una seconda molla elastica di costante h positiva collegante i punti materiali P e Q.

A) Supponendo che la terna Oxyz ruoti con velocità angolare costante ω attorno all'asse verticale Oz ed il vincolo in P sia scabro, determinare:

i) le equazioni pure del moto del sistema materiale; (7 punti)

ii) le reazioni vincolari agenti sul sistema all'istante iniziale quando il punto P si trova nell'origine O con velocità $\mathbf{v}_P = u_0 \mathbf{i}$, con $u_0 > 0$, mentre il punto Q è situato sul semiasse positivo Ox con velocità $\mathbf{v}_Q = w_0 \mathbf{j}$, con $w_0 < 0$ (\mathbf{i} e \mathbf{j} versori dell'asse Ox ed Oy, rispettivamente). (4 punti)

B) Supponendo la terna Oxyz fissa, tutti i vincoli lisci ed inoltre che nel punto Q agisca anche la forza $\mathbf{F} = mg (\mathbf{t} \cdot \mathbf{j}) \mathbf{i}$, con g modulo dell'accelerazione di gravità e \mathbf{t} versore della tangente alla circonferenza in Q, orientata in verso antiorario, determinare:

iii) tutte le posizioni d'equilibrio del sistema materiale, studiandone la stabilità; (8 punti)

iv) le reazioni vincolari agenti sul sistema in una posizione d'equilibrio stabile a scelta. (3 punti)

Quesiti a risposta chiusa del valore di due punti ciascuno

1. Data un'asta omogenea vincolata per il proprio punto medio fisso ad un'asse Oz e collegata ad esso punto per punto da una membrana elastica di costante h positiva, dire se il sistema continuo di forze elastiche descritto è riducibile a:

i) un vettore applicato ii) due vettori applicati iii) una coppia iv) un vettore e una coppia

2. Dato un triangolo isoscele dire quanti assi centrali sono anche assi principali rispetto al punto di intersezione dell'altezza con la base:

i) nessuno ii) due iii) tre iv) uno

3. In un piano Oxy due aste sono incernierate fra di loro per un estremo vincolato a scorrere lungo l'asse Ox: indicare i gradi di libertà del sistema materiale:

i) uno ii) tre iii) due iv) quattro

4. Un'asta omogenea AB è vincolata nel piano Oxy a muoversi con l'estremo A sull'asse Ox. Dire qual è la formula ottimale per il calcolo del momento angolare:

i) $\mathbf{K}_A = \sigma_A \omega$ ii) $\mathbf{K}_G = \sigma_G \omega$ iii) il 2° teorema di Koenig; iv) $\mathbf{K}_A = AG \times \mathbf{Q} + I_{Gz} \omega$.

Ai sensi del D. Lgs. 30/06/2003, n. 196, si autorizza la pubblicazione online in chiaro dell'esito della prova.

COGNOME.

NOME:

NUMERO DI MATRICOLA:

CORSO DI LAUREA:

FIRMA:

Università degli Studi “**Mediterranea**” di Reggio Calabria
Dipartimento DICEAM – Compito di **Meccanica Razionale**
Anno Accademico 2013/2014 – Appello del 04/06/2014

La prova consta di 4 Quesiti a risposta chiusa e 4 Quesiti a risposta aperta; la durata della prova è di 2 ore e 30 minuti. Non è permesso consultare testi o appunti, al di fuori del manabile di Matematica. Per i quesiti a risposta chiusa, la risposta a ciascuno di essi va scelta esclusivamente tra quelle già date nel testo, con una X sul numeretto relativo. Una sola è la risposta corretta; qualora sia data più di una risposta allo stesso quesito, nessuna sarà considerata valida. Per i quesiti a risposta aperta, il cui punto i) è obbligatorio, lo studente dovrà ricavare ed indicare la risposta nei due fogli a quadretti allegati. I punteggi per ciascun quesito sono dichiarati sul testo. L'esito finale della prova è determinato dalla somma algebrica dei punteggi parziali.

Quesiti a risposta aperta

In un piano verticale Oxy un sistema materiale è costituito da un punto materiale P di massa m , vincolato a muoversi lungo l'asse Ox, e da un corpo rigido a forma di T composto da due aste omogenee AB e CD, con AB di massa m e lunghezza $2L$ e CD di massa $2m$ e lunghezza L . L'asta AB è vincolata nel proprio punto medio all'origine fisso O, mentre l'asta CD è saldata con l'estremo C perpendicolarmente nel baricentro dell'asta AB.

Sul sistema materiale agiscono:

I) una molla elastica di costante $h > 0$ collegante il punto P all'estremo B della prima asta;

II) una coppia di forze agenti sull'asta AB di momento $\mathbf{M} = mgL^{-1} (\mathbf{AB} \times \mathbf{B'B})$, essendo B' la proiezione di B sull'asse Ox e g l'accelerazione di gravità.

Supponendo i vincoli lisci, determinare:

i) la o le equazioni pure del moto del sistema materiale; **(8 punti)**

ii) le reazioni vincolari esterne agenti sul sistema materiale all'istante iniziale, quando il sistema si trova con l'asta AB disposta sull'asse Ox ed A avente velocità $\mathbf{v}_A = v_0 \mathbf{j}$ ($v_0 < 0$), mentre il punto materiale P è situato nel semiasse positivo Ox a distanza $2L$ da O, con velocità $\mathbf{v}_P = u_0 \mathbf{i}$ ($u_0 < 0$) (\mathbf{i} e \mathbf{j} versori dell'asse Ox ed Oy, rispettivamente). **(5 punti)**

Ponendo ora le costanti legate dalla relazione seguente: $hL = 4 mg$, determinare:

iii) tutte le posizioni d'equilibrio del sistema materiale, studiandone la stabilità; **(8 punti)**

iv) le reazioni vincolari esterne agenti sul sistema, in una posizione d'equilibrio stabile a scelta. **(4 punti)**

Quesiti a risposta chiusa del valore di 2 punti ciascuno

1. Supponendo che una terna di riferimento relativa trasli con accelerazione costante \mathbf{a} , dire se il sistema di forze apparenti agenti è riducibile a:

- i) zero ii) un vettore applicato iii) un vettore e una coppia iv) una coppia

2. Dato un corpo continuo omogeneo con due piani di simmetria materiale, dire quale è il minimo numero di integrali che occorre calcolare per trovare massa, baricentro e matrice centrale d'inerzia:

- i) sei ii) quattro iii) nove iv) cinque

3. In un piano Oxy le equazioni pure del moto di un corpo rigido piano con punto fisso sono (EC = Equazione Cardinale):

- i) la 2^a EC ii) l'equazione del momento assiale di asse Oz

- iii) la 1^a EC iv) la 1^a EC proiettata sull'asse Oz

4. Nello studio della stabilità una posizione d'equilibrio è detta stabile se la matrice Hessiana del potenziale, calcolata nella posizione d'equilibrio, ha:

- i) tutti gli autovalori negativi ii) il determinante negativo iii) un autovalore negativo iv) il determinante positivo

Ai sensi del D. Lgs. 30/06/2003, n. 196, si autorizza la pubblicazione online in chiaro dell'esito della prova.

COGNOME:

NOME:

NUMERO DI MATRICOLA:

CORSO DI LAUREA:

FIRMA

Università degli Studi “**Mediterranea**” di Reggio Calabria
Dipartimento DICEAM – **Meccanica Razionale**
Anno Accademico 2013/2014 – Appello del 3/9/2014

La prova consta di 4 Quesiti a risposta chiusa e 4 Quesiti a risposta aperta; la durata della prova è di 2 ore e 30 minuti. Non è permesso consultare testi od appunti, al di fuori del manabile di Matematica. Per i quesiti a risposta chiusa, la risposta a ciascuno di essi va scelta esclusivamente tra quelle già date nel testo, con una X sul numeretto relativo. Una sola è la risposta corretta; qualora sia data più di una risposta allo stesso quesito, nessuna sarà considerata valida. Per i quesiti a risposta aperta, il cui punto i) è obbligatorio, lo studente dovrà ricavare ed indicare la risposta nei due fogli a quadretti allegati. I punteggi per ciascun quesito sono dichiarati sul testo. L'esito finale della prova è determinato dalla somma algebrica dei punteggi parziali.

Quesiti a risposta aperta

In un piano verticale Oxy, un sistema materiale è costituito da un'asta omogenea OA di massa m e lunghezza $2L$, vincolata con l'estremo O all'origine di un sistema di riferimento Oxyz, e da un punto materiale Q di massa m vincolato a scorrere con attrito lungo l'asse verticale Oy. Una molla di costante elastica $h > 0$ collega il punto Q al baricentro dell'asta. Sul sistema agisce, inoltre, un momento $\mathbf{M} = h(\text{OQ} \times \mathbf{G}'\mathbf{G})$, con \mathbf{G}' proiezione del baricentro dell'asta sull'asse Oy.

Supponendo il piano Oxy ruotante uniformemente intorno all'asse Oy, determinare:

- i) la, o le, equazioni pure del moto del sistema materiale; **(11 punti)**
 - ii) le reazioni vincolari agenti sul sistema all'istante iniziale quando il punto Q si trova a distanza L da O con velocità $\mathbf{v}_Q = w_0 \mathbf{j}$, $w_0 < 0$, mentre l'asta è disposta lungo l'asse verticale Oy con l'estremo A avente velocità $\mathbf{v}_A = u_0 \mathbf{i}$, essendo $u_0 > 0$, \mathbf{i} e \mathbf{j} versori, rispettivamente, degli assi Ox ed Oy; **(4 punti)**
- Posto, quindi, $mg = hL = m\omega^2 L$, determinare:
- iii) tutte le posizioni di equilibrio del sistema materiale; **(7 punti)**
 - iv) le reazioni vincolari agenti sul sistema in una posizione di equilibrio a scelta. **(3 punti)**

Quesiti a risposta chiusa del valore di due punti ciascuno

1. Dato un disco vincolato bilateralmente a rotolare senza strisciare all'interno di un guscio semi-sferico, dire quanti gradi di libertà possiede:

- i) uno
- ii) due
- iii) tre
- iv) cinque

2. Data una lamina omogenea a forma di triangolo equilatero, dire quanti assi centrali d'inerzia sono noti a priori:

- i) nessuno
- ii) uno
- iii) due
- iv) tre

3. Dato un corpo rigido con punto fisso O, dire qual è la formula ottimale per il calcolo dell'energia cinetica:

- i) $\frac{1}{2} m \mathbf{v}_O^2$
- ii) $\sum_i \frac{1}{2} m_i \mathbf{v}_i^2$
- iii) $\frac{1}{2} m \mathbf{v}_G^2 + \frac{1}{2} \boldsymbol{\omega} \cdot (\boldsymbol{\sigma}_G \boldsymbol{\omega})$
- iv) il 3° teorema di Koenig

4. Un'asta ha il proprio baricentro vincolato a muoversi in un piano: individuare la (o le) equazioni pure del moto (ECD = Equazione Cardinale della Dinamica):

- i) la 2^a ECD
- ii) la 2^a ECD proiettata normalmente al piano
- iii) la 1^a ECD proiettata sul piano e la 2^a ECD
- iv) la 1^a ECD proiettata sul piano

Ai sensi del D. Lgs. 30/06/2003, n. 196, si autorizza la pubblicazione *on-line* in chiaro dell'esito della prova.

COGNOME:

NOME:

NUMERO DI MATRICOLA:

CORSO DI LAUREA:

FIRMA:

Università degli Studi “**Mediterranea**” di Reggio Calabria
Dipartimento DICEAM – **Meccanica Razionale**
Anno Accademico 2013/2014 – Appello del 19/09/2014

La prova consta di 4 Quesiti a risposta chiusa e 4 Quesiti a risposta aperta; la durata della prova è di 2 ore e 30 minuti. Non è permesso consultare testi od appunti, al di fuori del manabile di Matematica. Per i quesiti a risposta chiusa, la risposta a ciascuno di essi va scelta esclusivamente tra quelle già date nel testo, con una X sul numeretto relativo. Una sola è la risposta corretta; qualora sia data più di una risposta allo stesso quesito, nessuna sarà considerata valida. Per i quesiti a risposta aperta, il cui punto i) è obbligatorio, lo studente dovrà ricavare ed indicare la risposta nei due fogli a quadretti allegati. I punteggi per ciascun quesito sono dichiarati sul testo. L'esito finale della prova è determinato dalla somma algebrica dei punteggi parziali.

Quesiti a risposta aperta

In un piano verticale Oxy, un sistema materiale è costituito da due punti materiali P e Q entrambi di massa m. Il punto P è vincolato a muoversi su una circonferenza di centro O e raggio R, mentre il punto Q sull'asse orizzontale Ox.

Sul sistema agiscono:

I) una molla elastica di costante positiva $h > 0$ collegante i due punti materiali;

II) una seconda molla elastica di costante positiva $k > 0$ agente su Q e centro un punto fisso H del semiasse positivo Ox, distante $2R$ da O;

III) Una forza costante $\mathbf{F} = -4kR \mathbf{i}$ agente su P (\mathbf{i} versore dell'asse Ox).

Supponendo il piano Oxy ruotante uniformemente attorno all'asse verticale Oy con velocità angolare costante ω ed il vincolo in Q scabro, determinare:

i) le equazioni pure del moto del sistema materiale; **(10 punti)**

ii) le reazioni vincolari all'istante iniziale agenti sul sistema, quando i due punti materiali P e Q sono situati sull'estremo del diametro giacente sul semiasse positivo Ox con velocità iniziale $\mathbf{v}_P(0) = u_0 \mathbf{j}$ e $\mathbf{v}_Q(0) = w_0 \mathbf{i}$, \mathbf{j} versore dell'asse verticale Oy ($u_0 < 0$ e $w_0 > 0$). **(4 punti)**

Nel caso in cui i vincoli sono perfetti e le costanti del moto legate dalle relazioni: $h = m\omega^2 = 2k$ ed $mg = 3kR$, determinare:

iii) tutte le posizioni d'equilibrio del sistema materiale, studiandone la stabilità; **(8 punti)**

iv) le reazioni vincolari agenti sul sistema materiale, in una posizione d'equilibrio stabile a scelta. **(3 punti)**

Quesiti a risposta chiusa del valore di due punti ciascuno

1. Dati tre vettori, dire quando il loro prodotto misto è nullo: i) due vettori sono ortogonali, ii) due vettori sono paralleli, iii) i tre vettori sono linearmente indipendenti, iv) i tre vettori sono ortogonali

2. Quattro punti materiali non allineati sono vincolati a muoversi rigidamente nello spazio. Indicare il numero dei gradi di libertà del sistema materiale:

i) sei

ii) tre

iii) otto

iv) quattro

3. Dato un sistema materiale con due piani di simmetria materiali indipendenti π_1 e π_2 , dire dove si trova il baricentro: i) ad una retta perpendicolare al piano π_2 ii) sul piano π_1
iii) in un punto esterno ai due piani iv) sulla retta intersezione dei due piani

4. Data un'asta omogenea vincolata a muoversi con il proprio baricentro G sull'asse Ox di un piano Oxy. Dire quale formula ottimale usereste per calcolare la relativa energia cinetica ($m =$ massa totale, $\omega =$ velocità angolare dell'asta, $\mathbf{v}_G =$ velocità del baricentro):

i) $\frac{1}{2} m \mathbf{v}_G^2$, ii) $\frac{1}{2} m \mathbf{v}_G^2 + \frac{1}{2} \omega \bullet (\underline{\sigma}_G \omega)$, iii) $\frac{1}{2} \omega \bullet (\underline{\sigma}_G \omega)$, iv) $\frac{1}{2} m \mathbf{v}_G^2 + \frac{1}{2} I_{z_G} \omega^2$

Ai sensi del D. Lgs. 30/06/2003, n. 196, si autorizza la pubblicazione *on-line* in chiaro dell'esito della prova.

COGNOME:

NOME:

NUMERO DI MATRICOLA:

CORSO DI LAUREA:

FIRMA:

Università degli Studi “**Mediterranea**” di Reggio Calabria
Dipartimento DICEAM – **Meccanica Razionale**
Anno Accademico 2014/2015 – Appello del 14/01/2015

La prova consta di 4 Quesiti a risposta chiusa e 4 Quesiti a risposta aperta; la durata della prova è di 2 ore e 30 minuti. Non è permesso consultare testi od appunti, al di fuori del manabile di Matematica. Per i quesiti a risposta chiusa, la risposta a ciascuno di essi va scelta esclusivamente tra quelle già date nel testo, con una X sul numeretto relativo. Una sola è la risposta corretta; qualora sia data più di una risposta allo stesso quesito, nessuna sarà considerata valida. Per i quesiti a risposta aperta, il cui punto i) è obbligatorio, lo studente dovrà ricavare ed indicare la risposta nei due fogli a quadretti allegati. I punteggi per ciascun quesito sono dichiarati sul testo. L'esito finale della prova è determinato dalla somma algebrica dei punteggi parziali.

Quesiti a risposta aperta

In un piano verticale Oxy, un sistema materiale è costituito da un punto materiale P di massa m, vincolato a traslare con attrito lungo la curva di equazione $x = 4R$ e $z = 0$, e da un disco omogeneo, di massa m e raggio R, vincolato a rotolare senza strisciare lungo l'asse Ox di un sistema di riferimento Oxyz. Sul baricentro C del disco agisce una molla di costante elastica $h > 0$, con centro un punto fisso Q posto sull'asse Oy a quota $4R$ rispetto ad O, mentre un'altra molla, di costante elastica $k > 0$, collega C col punto materiale P. Sul disco agiscono inoltre una forza costante $\mathbf{F} = -4kR \mathbf{i}$, applicata al baricentro C, con \mathbf{i} versore dell'asse Ox, ed un momento $\mathbf{M} = h(\mathbf{HT} \times \mathbf{OH})$, con H punto di contatto tra disco e guida e T punto appartenente al bordo del disco coincidente con H all'istante iniziale.

Determinare:

- i) la, o le, equazioni pure del moto del sistema materiale; **(10 punti)**
- ii) le reazioni vincolari agenti sul sistema quando il punto P è su Ox con velocità $\mathbf{v}_P = v_0 \mathbf{j}$, con $v_0 < 0$ e \mathbf{j} versore dell'asse Oy, mentre il disco è con il baricentro C sull'asse verticale Oy avente velocità $\mathbf{v}_C = u_0 \mathbf{i}$, $u_0 > 0$. **(4 punti)**

Posto, quindi, $hR = kR = mg$, calcolare:

- iii) tutte le posizioni di equilibrio del sistema materiale; **(7 punti)**
- iv) le reazioni vincolari agenti sul sistema in una posizione di equilibrio a scelta. **(4 punti)**

Quesiti a risposta chiusa del valore di due punti ciascuno

1. Dato un disco vincolato a rotolare senza strisciare lungo l'asse Ox di un sistema di riferimento Oxyz traslante con accelerazione costante lungo la direzione dell'asse Ox, dire se il sistema di forze apparenti è riducibile a:

- i) zero; ii) un vettore applicato; iii) una coppia; iv) un vettore e una coppia.

2. Data un sistema omogeneo formato da due aste identiche saldate a formare una croce, dire quanti assi centrali sono noti a priori:

- i) nessuno; ii) uno; iii) due; iv) tre.

3. Data una lamina quadrata omogenea vincolata a scorrere con un suo vertice su un asse fisso, dire quanti gradi di libertà possiede:

- i) cinque; ii) quattro; iii) tre; iv) due.

4. Data un'asta vincolata con un suo estremo A ad un supporto fisso, individuare la formula ottimale per il calcolo dell'energia cinetica (dove G indica il baricentro):

- i) $\frac{1}{2} M v_G^2$; ii) $\frac{1}{2} M v_A^2 + \frac{1}{2} \boldsymbol{\omega} \cdot \mathbf{K}_A$; iii) $\frac{1}{2} M v_G^2 + \frac{1}{2} \boldsymbol{\omega} \cdot \mathbf{K}_A$; iv) $\frac{1}{2} \boldsymbol{\omega} \cdot \mathbf{K}_A$.

Ai sensi del D. Lgs. 30/06/2003, n. 196, si autorizza la pubblicazione online in chiaro dell'esito della prova.

COGNOME:

NOME:

NUMERO DI MATRICOLA:

CORSO DI LAUREA:

FIRMA:

Università degli Studi “**Mediterranea**” di Reggio Calabria
Dipartimento DICEAM – **Meccanica Razionale**
Anno Accademico 2014/2015 – Appello del 28/01/2015

La prova consta di 4 Quesiti a risposta chiusa e 4 Quesiti a risposta aperta; la durata della prova è di 2 ore e 30 minuti. Non è permesso consultare testi od appunti, al di fuori del manabale di Matematica. Per i quesiti a risposta chiusa, la risposta a ciascuno di essi va scelta esclusivamente tra quelle già date nel testo, con una X sul numeretto relativo. Una sola è la risposta corretta; qualora sia data più di una risposta allo stesso quesito, nessuna sarà considerata valida. Per i quesiti a risposta aperta, il cui punto i) è obbligatorio, lo studente dovrà ricavare ed indicare la risposta nei due fogli a quadretti allegati. I punteggi per ciascun quesito sono dichiarati sul testo. L'esito finale della prova è determinato dalla somma algebrica dei punteggi parziali.

Quesiti a risposta aperta

Un sistema materiale è costituito da una lamina quadrata OABC omogenea di massa $2m$ e lato L vincolata con un lato all'asse fisso orizzontale Ox della terna $Oxyz$, e da un punto materiale Q di massa m vincolato a muoversi lungo l'asse verticale Oy . Sul sistema agiscono:

- I) una molla elastica di costante positiva $h > 0$ collegante il punto materiale Q al vertice C della lamina;
- II) una forza costante \underline{F} applicata nel vertice B della lamina ed avente direzione ortogonale ad essa;
- III) una coppia di forze agenti sulla lamina di momento $\underline{M} = G'G \times \underline{p}$, essendo G' la proiezione del baricentro sull'asse Ox e \underline{p} il peso del punto materiale Q .

Supponendo tutti i vincoli perfetti, determinare:

- i) la (o le) equazioni pure del moto del sistema materiale; **(9 punti)**
- ii) le reazioni vincolari agenti sul sistema all'istante iniziale, quando il baricentro della lamina giace sul semipiano positivo Oxz ed avente velocità $\underline{v}_G(0) = u_0 \underline{j}$ (\underline{j} versore dell'asse verticale Oy , $u_0 > 0$), mentre il punto materiale Q si trova nell'origine O degli assi con velocità $\underline{v}_Q(0) = v_0 \underline{j}$, $v_0 < 0$. **(5 punti)**

Nel caso in cui $\underline{F} = \underline{0}$ e le costanti del moto siano legate dalla relazione $hl = 5mg$ (g modulo dell'accelerazione di gravità), determinare:

- iii) tutte le posizioni d'equilibrio del sistema materiale studiandone la stabilità; **(8 punti)**
- iv) le reazioni vincolari agenti sul sistema in una posizione d'equilibrio stabile a scelta. **(3 punti)**

Quesiti a risposta chiusa del valore di due punti ciascuno

1) Data un'asta vincolata a muoversi con il baricentro su una parabola fissa, dire quanti gradi di libertà possiede: i) uno ii) tre iii) due iv) quattro

2) Dati tre punti materiali vincolati rigidamente e non allineati, dire quanti assi centrali d'inerzia conoscete a priori: i) uno ii) due iii) nessuno iv) tre

3) Dato un sistema materiale con quattro gradi di libertà indicare quante condizioni occorre verificare affinché una posizione d'equilibrio sia stabile: i) tre ii) cinque iii) sei iv) quattro

4) In un piano verticale un disco materiale è vincolato a rotolare senza strisciare dentro una circonferenza fissa. Dire quali sono le equazioni pure del moto (ECD = equazione cardinale della dinamica): i) la 1^a ECD ii) la 1^a ECD proiettata sulla normale al piano

- iii) la 2^a ECD proiettata sulla normale al piano per il punto di contatto
- iv) la 2^a ECD cardinale proiettata sulla normale al piano per l'origine degli assi

Ai sensi del D. Lgs. 30/06/2003, n. 196, si autorizza la pubblicazione *on-line* in chiaro dell'esito della prova.

COGNOME:

NOME:

NUMERO DI MATRICOLA:

CORSO DI LAUREA:

FIRMA:

Università degli Studi “**Mediterranea**” di Reggio Calabria
Dipartimento DICEAM – **Meccanica Razionale**
Anno Accademico 2014/2015 – Appello del 11/02/2015

La prova consta di 4 Quesiti a risposta chiusa e 4 Quesiti a risposta aperta; la durata della prova è di 2 ore e 30 minuti. Non è permesso consultare testi od appunti, al di fuori del manuale di Matematica. Per i quesiti a risposta chiusa, la risposta a ciascuno di essi va scelta esclusivamente tra quelle già date nel testo, con una X sul numeretto relativo. Una sola è la risposta corretta; qualora sia data più di una risposta allo stesso quesito, nessuna sarà considerata valida. Per i quesiti a risposta aperta, il cui punto i) è obbligatorio, lo studente dovrà ricavare ed indicare la risposta nei due fogli a quadretti allegati. I punteggi per ciascun quesito sono dichiarati sul testo. L'esito finale della prova è determinato dalla somma algebrica dei punteggi parziali.

Quesiti a risposta aperta

Un punto materiale Q di massa m è libero di muoversi nel piano orizzontale Oxy di un sistema di riferimento Oxyz. Un altro punto materiale P di massa m si muove con attrito lungo l'asse Oz, collegato al punto Q da una molla di costante elastica $h > 0$. Sul punto Q, inoltre, agiscono una molla di costante elastica $k > 0$ e centro l'origine degli assi, ed una forza costante \mathbf{F} diretta parallelamente all'asse Oy. Supponendo il sistema ruotante uniformemente intorno all'asse Oz con velocità angolare ω , determinare:

- i) la, o le, equazioni pure del moto del sistema materiale; **(8 punti)**
 - ii) le reazioni vincolari agenti sul sistema quando il punto Q si trova nel punto $T = (L, L, 0)$ con velocità $\mathbf{v}_Q = u_0 \mathbf{i} + v_0 \mathbf{j}$, u_0 e $v_0 > 0$, \mathbf{i} e \mathbf{j} versori degli assi, rispettivamente, Ox e Oy, mentre il punto P si trova sul semiasse positivo Oz a distanza L da O con velocità $\mathbf{v}_P = w_0 \mathbf{i}$, $w_0 < 0$; **(4 punti)**
- posto, quindi, $h = k = m\omega^2$,
- iii) tutte le posizioni di equilibrio del sistema materiale; **(7 punti)**
 - iv) le reazioni vincolari agenti sul sistema in una posizione di equilibrio a scelta. **(3 punti)**

Quesiti a risposta chiusa del valore di due punti ciascuno

1. Dato un sistema di vettori applicati incidenti, esso è riducibile a:
i) una coppia; ii) un vettore applicato; iii) zero; iv) un vettore ed una coppia.
- 2) Data una piramide omogenea a base quadrata dire quanti assi centrali d'inerzia sono anche assi principali rispetto al vertice superiore:
i) tre ii) nessuno iii) uno iv) due
- 3) Dato un cilindro omogeneo vincolato a rotolare senza strisciare con una generatrice a contatto di un piano orizzontale π , dire quanti gradi di libertà possiede:
i) uno ii) due iii) tre iv) cinque
- 4) Data un'asta omogenea vincolata per gli estremi a traslare lungo due guide parallele r ed s. Indicare le equazioni pure del moto (ECD = Equazione cardinale della dinamica):
i) la 1^a ECD proiettata sulla normale alla guida r ii) la 2^a ECD proiettata sulla normale alla guida s
iii) la 1^a ECD proiettata lungo la direzione comune alle due guide
iv) la 2^a ECD proiettata sulla normale al piano delle due guide

Ai sensi del D. Lgs. 30/06/2003, n. 196, si autorizza la pubblicazione online in chiaro dell'esito della prova.

COGNOME:

NOME:

NUMERO DI MATRICOLA:

CORSO DI LAUREA:

FIRMA:

Università degli Studi “**Mediterranea**” di Reggio Calabria
Dipartimento DICEAM – **Meccanica Razionale**
Anno Accademico 2014/2015 – Appello del 3/06/2015

La prova consta di 4 Quesiti a risposta chiusa e 4 Quesiti a risposta aperta; la durata della prova è di 2 ore e 30 minuti. Non è permesso consultare testi od appunti, al di fuori del manabile di Matematica. Per i quesiti a risposta chiusa, la risposta a ciascuno di essi va scelta esclusivamente tra quelle già date nel testo, con una X sul numeretto relativo. Una sola è la risposta corretta; qualora sia data più di una risposta allo stesso quesito, nessuna sarà considerata valida. Per i quesiti a risposta aperta, il cui punto i) è obbligatorio, lo studente dovrà ricavare ed indicare la risposta nei due fogli a quadretti allegati. I punteggi per ciascun quesito sono dichiarati sul testo. L'esito finale della prova è determinato dalla somma algebrica dei punteggi parziali.

Quesiti a risposta aperta

Una lamina quadrata omogenea ABCD, di massa m e lato L , è vincolata con il lato AD all'asse scorrevole verticale Oy con il vincolo in A scabro. Una molla di costante elastica $h > 0$ collega il vertice D della lamina ad un punto H posto sull'asse Oy a distanza $2L$ da O. Sul sistema materiale agiscono:

- I) una forza costante F applicata nel vertice C della lamina e direzione parallela all'asse Oz .
- II) un momento $M = DC \times F$.

Determinare:

- i) la, o le, equazioni pure del moto del sistema materiale; **(11 punti)**
- ii) le reazioni vincolari agenti sul sistema all'istante iniziale quando la lamina è disposta sul piano Oxy , con il vertice A in quiete nell'origine e il vertice B avente velocità $v_B = u_0 \mathbf{k}$, $u_0 > 0$ (\mathbf{k} versore dell'asse Oz); **(5 punti)**
- iii) tutte le posizioni di equilibrio del sistema materiale; **(6 punti)**
- iv) le reazioni vincolari agenti sul sistema in una posizione di equilibrio qualsiasi. **(3 punti)**

Quesiti a risposta chiusa del valore di due punti ciascuno

1) Data un'asta vincolata a traslare con un suo estremo in un piano mantenendosi perpendicolare ad esso, indicare quante sono le componenti delle reazioni vincolari:

- i) uno; ii) due; iii) tre; iv) quattro

2) Data una sfera in un sistema di riferimento $Oxyz$ traslante lungo l'asse Ox con accelerazione costante, il sistema di forze apparenti è riducibile a:

- i) zero; ii) un vettore applicato; iii) una coppia; iv) un vettore e una coppia

3) Nello spazio $Oxyz$ un disco è vincolato a muoversi lungo la retta Oz passante per il suo centro C mantenendosi ortogonalmente ad essa. Le equazioni pure del moto sono date da (ECD = equazione cardinale della dinamica):

- i) la 1^a ECD proiettata lungo l'asse Cz ; ii) la 2^a ECD proiettata lungo l'asse Cz ;
- iii) le due ECD proiettate lungo l'asse Cz ; iv) le due ECD proiettate nel piano Oxy

4) Data un'asta di massa m collegata tramite il suo estremo A ad una molla, a sua volta collegata ad un punto fisso, la formula ottimale per il calcolo dell'energia cinetica è data da (G =baricentro dell'asta):

- i) $\frac{1}{2} m v_G^2$; ii) $\frac{1}{2} m v_A^2$; iii) $\frac{1}{2} m v_G^2 + \frac{1}{2} \omega \cdot \mathbf{K}_G$; iv) $\frac{1}{2} \omega \cdot \mathbf{K}_A$

Ai sensi del D. Lgs. 30/06/2003, n. 196, si autorizza la pubblicazione online in chiaro dell'esito della prova.

COGNOME:

NOME:

NUMERO DI MATRICOLA:

CORSO DI LAUREA:

FIRMA:

Università degli Studi “**Mediterranea**” di Reggio Calabria
Dipartimento DICEAM – **Meccanica Razionale**
Anno Accademico 2014/2015 – Appello del 17/06/2015

La prova consta di 4 Quesiti a risposta chiusa e 4 Quesiti a risposta aperta; la durata della prova è di 2 ore e 30 minuti. Non è permesso consultare testi od appunti, al di fuori del manabale di Matematica. Per i quesiti a risposta chiusa, la risposta a ciascuno di essi va scelta esclusivamente tra quelle già date nel testo, con una X sul numeretto relativo. Una sola è la risposta corretta; qualora sia data più di una risposta allo stesso quesito, nessuna sarà considerata valida. Per i quesiti a risposta aperta, il cui punto i) è obbligatorio, lo studente dovrà ricavare ed indicare la risposta nei due fogli a quadretti allegati. I punteggi per ciascun quesito sono dichiarati sul testo. L'esito finale della prova è determinato dalla somma algebrica dei punteggi parziali.

Quesiti a risposta aperta

In un piano Oxy ruotante uniformemente con velocità angolare ω intorno all'asse verticale Oy, un sistema materiale è costituito da un'asta AB di lunghezza L, la cui densità di massa nel generico suo punto P è data da $\mu(P) = (2m/L^2) |BP|$. L'estremo A dell'asta è incernierato nell'origine O, mentre una molla di costante elastica $h > 0$ collega l'altro estremo B al punto P di coordinate (L,0,0). Sull'asta, inoltre, agiscono:

I) una molla di costante elastica $k > 0$, collegante il baricentro G al punto Q di coordinate (0,0,L);

II) un momento $\mathbf{M} = 1/3 (m\mathbf{g} \times \mathbf{AB}')$, essendo \mathbf{g} l'accelerazione di gravità e B' la proiezione di B sull'asse Ox.

Determinare:

i) la, o le, equazioni pure del moto del sistema materiale; **(10 punti)**

ii) le reazioni vincolari agenti sul sistema all'istante iniziale quando l'asta è disposta lungo l'asse Oy, con B avente velocità $\mathbf{v}_B = u_0 \mathbf{i}$, $u_0 > 0$ e \mathbf{i} versore dell'asse Ox. **(5 punti)**

Posto, quindi, $hL = kL = m\omega^2 L = mg$, calcolare

iii) tutte le posizioni di equilibrio del sistema materiale, studiandone la stabilità; **(7 punti)**

iv) le reazioni vincolari agenti sul sistema in una posizione di equilibrio stabile. **(3 punti)**

Quesiti a risposta chiusa del valore di due punti ciascuno

1. Un sistema è formato da tre punti materiali non allineati aventi le mutue distanze fisse, dire quanti sono i gradi di libertà del sistema:

i) nove;

ii) sei;

iii) tre;

iv) zero.

2. Data un'asta vincolata a traslare con il proprio baricentro G su una circonferenza di raggio R e centro C, indicare la, o le, equazioni pure del moto (EC = equazione cardinale):

i) la 1^a EC proiettata lungo la tangente e la 2^a EC lungo la normale; ii) la 1^a EC proiettata lungo la normale e la 2^a EC lungo la tangente; iii) la 1^a EC proiettata lungo la tangente; iv) la 2^a EC proiettata lungo la tangente.

3. Data una lamina quadrata omogenea ABCD vincolata a traslare col lato AB lungo l'asse Ox, dire quanti assi centrali sono principali rispetto all'origine O:

i) zero ;

ii) uno;

iii) due;

iv) tre.

4. Dato un disco vincolato a muoversi rimanendo nel suo piano di appartenenza Oxy, indicare la formula ottimale per il calcolo dell'energia cinetica (G = baricentro del disco, Q = punto fisso):

i) $\frac{1}{2} m\mathbf{v}_G^2$;

ii) $\frac{1}{2} \mathbf{I}_{Gz} \dot{\theta}^2$;

iii) $\frac{1}{2} m\mathbf{v}_G^2 + \frac{1}{2} \mathbf{I}_{Gz} \dot{\theta}^2$;

iv) il 3° teorema di Koenig.

Ai sensi del D. Lgs. 30/06/2003, n. 196, si autorizza la pubblicazione online in chiaro dell'esito della prova.

COGNOME:

NOME:

NUMERO DI MATRICOLA:

CORSO DI LAUREA:

FIRMA: